제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27}\times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

정답: ⑤

풀이:

$$\sqrt[3]{27}=3,\ 4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2} \rightarrow \sqrt[3]{27}\times 4^{-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}$$

2. 함수 $f(x)=x^2-2x+3$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

정답: ④

풀이:

$f'(x)=2x-2$

$$\therefore \lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=f'(3)=4$$

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10}(2a_k+3)=60$일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은? [3점]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

정답: ②

풀이:

$$\sum_{k=1}^{10}3=30 \rightarrow 2\sum_{k=1}^{10}a_k=30$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}a_k=15$$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1}f(x)=4-f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

정답: ②

$$\lim_{x\to 1}f(x)=f(1) \rightarrow f(1)=4-f(1)$$

$$\therefore f(1)=2$$

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^3+1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

정답: ①

풀이:

$g'(x)=3x^2f(x)+(x^3+1)f'(x)$

$\Rightarrow\ g'(1)=3f(1)+2f'(1)=12$

6. $\cos\theta<0$이고 $\sin(-\theta)=\frac{1}{7}\cos\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0

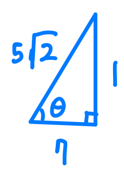
④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

정답: ④

풀이:

$\sin(-\theta)=-\sin\theta \rightarrow \underbrace{\tan\theta}_{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}=-\frac{1}{7}$

$\Rightarrow\ \sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{10}\quad(\cos\theta<0,\ \tan\theta<0\ \rightarrow\ \sin\theta>0)$



7. 상수 $a\,(a>2)$에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y=\log_2\frac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$일 때, a의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

정답: ③

풀이:

함수 $y=\log_2(x-a)$의 점근선은 $x=a$

$\Rightarrow\ \mathrm{A}(a, \log_2 a-2),\ \mathrm{B}(a, -\log_2 a)$

$\Rightarrow\ (\log_2 a-2)-(-\log_2 a)=4\ \ (\because\ a>2\ \rightarrow\ \log_2 a-2>-\log_2 a)$

$\therefore\ \log_2 a=3\ \rightarrow\ a=8$

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

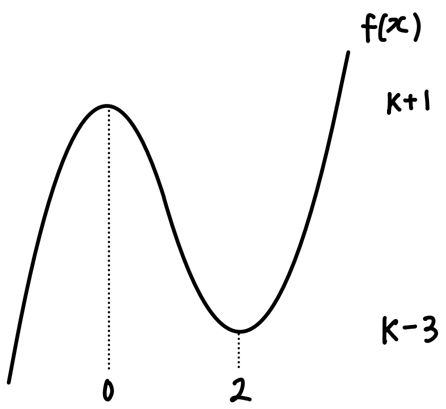
정답: ③

풀이:

$f(x)=(x^3-x^2+k)-(2x^2-1)=x^3-3x^2+k+1$라 하면

$f'(0)=f'(2)=0$

$\Rightarrow f(0)=k+1$, $f(2)=k-3$



$\Rightarrow k=3$ 또는 $k=-1$일 때

방정식 $2x^2-1=x^3-x^2+k$의 서로 다른 실근의 개수가 2개

$\therefore\ k=3$

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)a_k}=n^2+2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10}a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

정답: ①

풀이:

$\frac{1}{a_1}=3$, $\frac{1}{(2n-1)a_n}=2n+1\ (n\geq 2)$

$\Rightarrow a_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\quad(n\geq 1)$

$$\therefore \sum_{n=1}^{10}a_n=\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{2}\times\sum_{n=1}^{10}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{20}{21}\right)=\frac{10}{21}$$

10. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

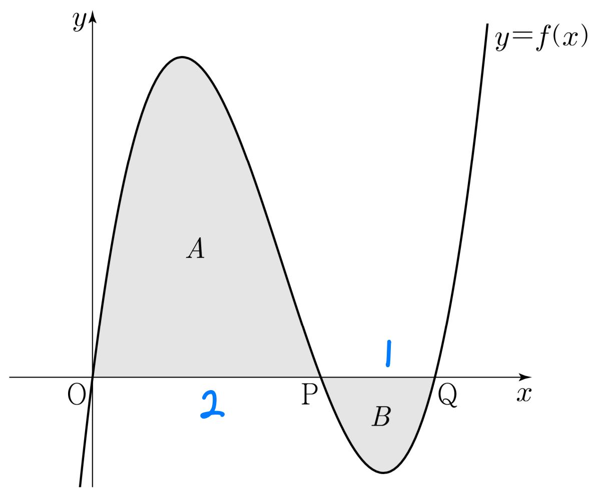
$$f(x)=kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 x축이 원점 O와 두 점 P, Q$(\overline{\mathrm{OP}}<\overline{\mathrm{OQ}})$에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 선분 OP로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 영역을 B라 하자.

$$(A\text{의 넓이})-(B\text{의 넓이})=3$$

일 때, k의 값은? [4점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



정답: ②

풀이:

$A=\frac{k}{12}\times 2^3\times(2+1\times 2)=\frac{8}{3}k$

$B=\frac{k}{12}\times 1^3\times(1+2\times 2)=\frac{5}{12}k$

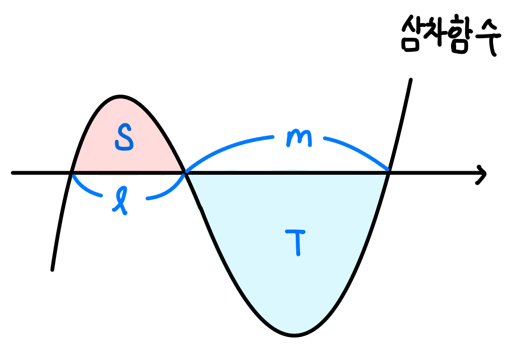
$\Rightarrow A-B=\frac{27}{12}k=3\ \rightarrow\ k=\frac{4}{3}$

여담

1) 넓이공식 최고차항의 계수

$S=\frac{1}{12}\times|a|\times l^3\times(l+2m)$

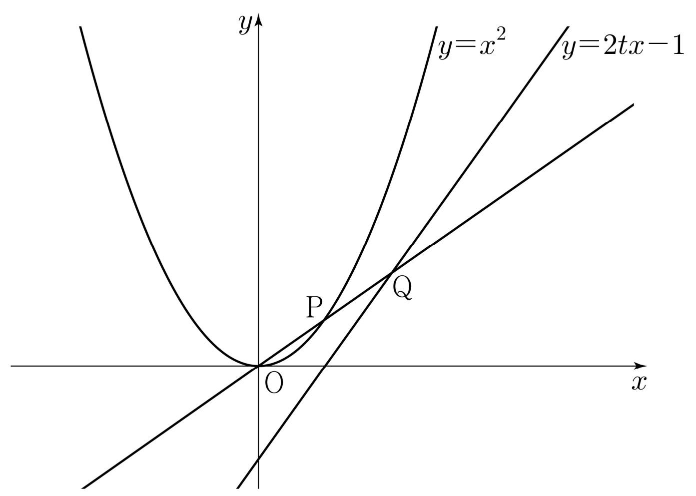
$T=\frac{1}{12}\times|a|\times m^3\times(m+2l)$



2) 사실 $A-B=\int_0^3 f(x)dx$이므로 $\int_0^3 f(x)dx=3$을 만족하는 k의 값을 구해도 된다.

11. 그림과 같이 실수 $t\,(0<t<1)$에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y=2tx-1$과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y=2tx-1$과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim\limits_{t\to1-}\dfrac{\overline{\mathrm{PQ}}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



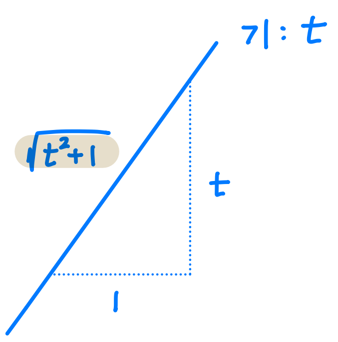
① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

정답: ③

풀이:

점 P에서의 접선의 기울기$=2t$ → 점 P의 x좌표는 t

직선 OP의 방정식은 $y=tx$ → 점 Q의 x좌표는 $\dfrac{1}{t}$



$$\Rightarrow\ \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{t^2+1}\times\underbrace{\left(\frac{1}{t}-t\right)}_{x\text{좌표 차이}}=\frac{\sqrt{t^2+1}\times(1+t)}{t}\times(1-t)$$

$$\therefore\ \lim_{x\to1-}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{1-t}=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{t^2+1}\times(1+t)}{t}\times\frac{1-t}{1-t}=2\sqrt{2}$$

12. $a_2=-4$이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=a_n+a_{n+1}\,(n\geq1)$이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A=\{a_1,\,a_2,\,a_3,\,a_4,\,a_5\},\quad B=\{b_1,\,b_2,\,b_3,\,b_4,\,b_5\}$$

라 하자. $n(A\cap B)=3$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{20}의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

정답: ⑤

풀이:

수열 $\{a_n\}$: 공차가 d인 등차수열

수열 $\{b_n\}$: 공차가 $2d$인 등차수열

$\Rightarrow$ 집합 $A\cap B$의 원소는 a_1, a_3, a_5

$a_2=-4$이므로 $a_1\neq b_1$

1) $a_1=b_2$, $a_3=b_3$, $a_5=b_4$인 경우

$\Rightarrow a_1=a_2+a_3 \to (-4-d)=-4+(-4+d) \to d=2$

$\Rightarrow a_{20}=a_2+18d=32$

2) $a_1=b_3$, $a_3=b_4$, $a_5=b_5$인 경우

$\Rightarrow a_1=a_3+a_4 \to (-4-d)=(-4+d)+(-4+2d) \to d=1$

$\Rightarrow a_{20}=a_2+18d=14$

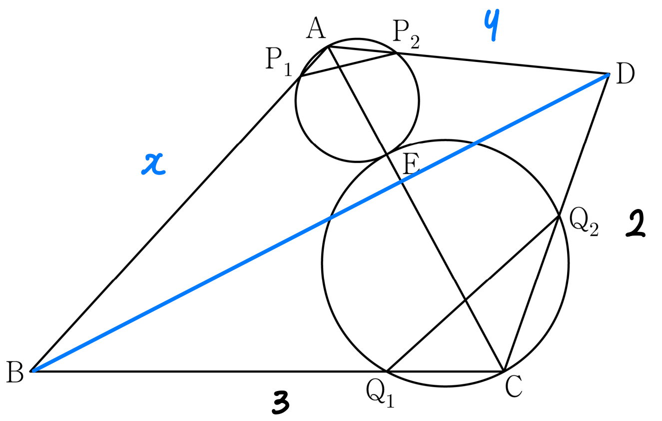
$\therefore$ 가능한 모든 a_{20}의 값의 합은 $32+14=46$

13. 그림과 같이

$$\overline{BC}=3,\ \overline{CD}=2,\ \cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3},\ \angle DAB>\frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2라 하자.

$\overline{P_1P_2}:\overline{Q_1Q_2}=3:5\sqrt{2}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB}+\overline{AD}$의 값은? (단, $\overline{AB}>\overline{AD}$) [4점]



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

정답: ①

풀이:

step1

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$\cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3}\rightarrow\sin(\angle BCD)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

선분 AE가 지름인 원의 반지름의 길이를 r_1,

선분 CE가 지름인 원의 반지름의 길이를 r_2라 하면

$r_1:r_2=1:2$

$\triangle P_1AP_2\ /\ \triangle Q_1CQ_2$

$\Rightarrow \sin(\angle P_1AP_2):\sin(\angle BCD)=\frac{\overline{P_1P_2}}{r_1}:\frac{\overline{Q_1Q_2}}{r_2}$ ($\because$ 사인법칙)

$\rightarrow \sin(\angle P_1AP_2):\sin(\angle BCD)=6:5\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sin(\angle P_1AP_2)=\frac{4}{5}$ ($\because \sin(\angle BCD)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$)

$\rightarrow \cos(\angle P_1AP_2)=-\frac{3}{5}$ ($\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$)

step2

$\overline{AB}=x$, $\overline{AD}=y$라 하자.

1) 삼각형 ABD의 넓이가 2

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times x\times y\times\underbrace{\frac{4}{5}}_{\sin(\angle P_1AP_2)}=2 \rightarrow xy=5$

2) $\overline{BD}$의 길이 이용하기

삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의해

$(\overline{BD})^2=\underbrace{2^2}_{\overline{BC}^2}+\underbrace{3^2}_{\overline{CD}^2}-2\times2\times3\times\underbrace{\left(-\frac{1}{3}\right)}_{\cos(\angle BCD)}$

삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의해

$(\overline{BD})^2=\underbrace{x^2}_{\overline{AB}^2}+\underbrace{y^2}_{\overline{AD}^2}-2\times x\times y\times\underbrace{\left(-\frac{3}{5}\right)}_{\cos(\angle BAD)}$

$\Rightarrow 17=x^2+y^2+\frac{6}{5}xy \rightarrow x^2+y^2=11$

$\therefore\ x+y=\sqrt{x^2+y^2+2xy}=\sqrt{21}$

14. 실수 $a\,(a \ge 0)$에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 a에 대하여, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

정답: ③

풀이:

$(2a=1)$

$a=0$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=1$

1) $a=1$

$$\int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 -t(t-1)^2(t-2)dt = \int_{-1}^1 -(t+1)t^2(t-1)dt$$

$$= \int_{-1}^1 -(t^4-t^2)dt = \frac{4}{15}$$

2) $a=0$

$$\int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 -t^3(t-1)dt = \int_0^2 (-t^4+t^3)dt = -\frac{12}{5}$$

3) $a=\frac{1}{2}$

$$\int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 -t(t-1)^2\left(t-\frac{1}{2}\right)dt = \int_{-1}^1 -(t+1)\left(t+\frac{1}{2}\right)t^2dt$$

$$= \int_{-1}^1 -\left(t^4+\frac{3}{2}t^3+\frac{1}{2}t^2\right)dt = -\frac{11}{15}$$

$\therefore$ 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은 $\frac{4}{15}$

여담

위치의 변화량은 $v(t) \le 0$인 부분이 많을수록 값이 작아진다.

그래프를 통해 2), 3)의 경우 적분값이 대략적으로 음수라는 것을 파악한다면, 실제로 적분은 1)의 과정만 해도 충분하다.

15. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \le 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
> 이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 10　② 14　③ 18　④ 22　⑤ 26

정답: ②

풀이:

$a_1 = k > 0$	$a_2 = -2 < 0$	$a_3 = 2 - k$

1) $a_3 = 2 - k > 0$ ($k = 1$인 경우)

$a_3 = 1$	$a_4 = -6$	$a_5 = 1$	$a_6 = -10$

$\Rightarrow$ $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 > 0$ (모순)

2) $a_3 = 2 - k < 0$ ($k > 2$인 경우)

($k = 2$이면 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 = 0$이므로 모순)

(마찬가지로 a_3, a_4, a_5, a_6 각각의 항이 0이 되는 경우는 케이스분류에서 생략하자.)

$a_3 = 2 - k < 0$		
$a_4 = 8 - 2k > 0$ ($k = 3$)	$a_4 = 8 - 2k < 0$ ($k > 4$)	
$a_5 = -3k < 0$	$a_5 = 16 - 3k > 0$	$a_5 = 16 - 3k < 0$
$a_6 = 10 - 4k < 0$	$a_6 = 6 - 4k$	$a_6 = 26 - 4k$

$\Rightarrow$ $k = 3$일 때 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$

$4 < k < \dfrac{16}{3}$일 때 $6 - 4k < 0$이라면 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$

$\rightarrow$ $k = 5$일 때 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$

$k > \dfrac{16}{3}$일 때 $26 - 4k > 0$이라면 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$

$\rightarrow$ $k = 6$일 때 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$

$\therefore$ 가능한 모든 k의 값의 합은 $3 + 5 + 6 = 14$

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \le \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

정답: 3

풀이:

$2^{x-6} \le 2^{-2x}$ $\rightarrow$ $x - 6 \le -2x$ $\rightarrow$ $x \le 2$

$\therefore$ 가능한 자연수 x의 값의 합은 $1 + 2 = 3$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

정답: 33

풀이:

$f(x) = 2x^4 - x + 3$

$\Rightarrow$ $f(2) = 33$

18. 두 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx+a$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 -2일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]

정답: 6

풀이:

$f'(1)=0 \rightarrow 3a+b=0$

$f(1)=-2 \rightarrow 2a+b=-2$

$\Rightarrow a=2,\ b=-6$

$\therefore\ f(-1)=-b=6$

f(x)는 (0, f(0)) 대칭 → f'(1) = f'(-1) = 0

19. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=a\sin bx+8-a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq 0$이다.
>
> (나) $0\leq x<2\pi$일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

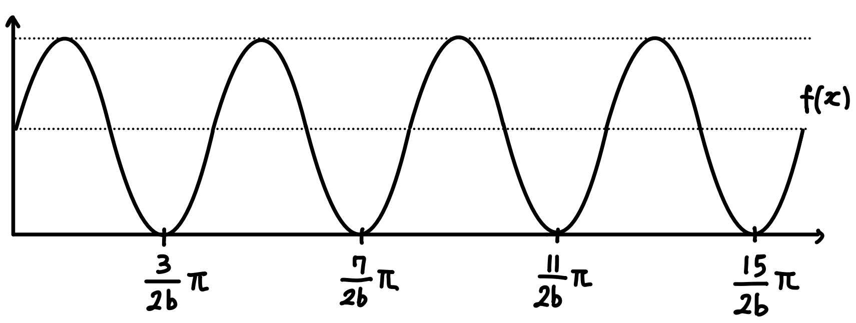
정답: 8

풀이:

$8-2a\leq f(x)\leq 8 \rightarrow \underset{\text{(최솟값)}}{8-2a\geq 0}$

방정식 $f(x)=0$의 실근이 존재 (최솟값) ≤ 0 $\rightarrow 8-2a=0 \rightarrow a=4$

$f(x)=4\sin bx+4$



$\Rightarrow 0\leq x<2\pi$에서 방정식 $f(x)=0$의 실근은

$$x=\frac{3}{2b}\pi,\ \frac{7}{2b}\pi,\ \frac{11}{2b}\pi,\ \frac{15}{2b}\pi$$

$\Rightarrow \frac{15}{2b}\pi<2\pi\leq\frac{19}{2b}\pi \rightarrow$ 자연수 b의 값은 4

$\therefore\ a+b=8$

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

> $x\geq 1$인 모든 실수 x에 대하여
> $g(x)\geq g(4)$이고 $|g(x)|\geq|g(3)|$이다.

정답: 39

풀이:

step1

$g(0)=0,\ g'(x)=f(x)$

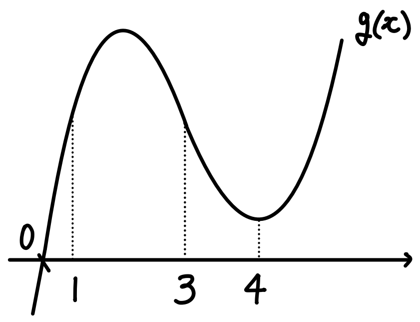
$x\geq 1$에서 $g(x)\geq g(4) \rightarrow g(x)=4$에서 극솟값을 가짐

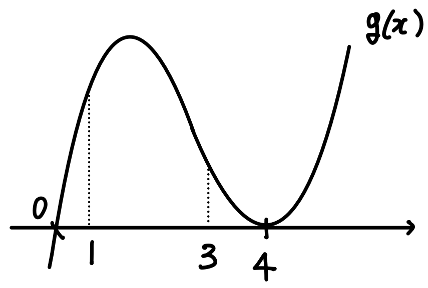
$\rightarrow g'(4)=f(4)=0$

1) 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근이 1개 또는 2개

이 경우 $x\geq 1$에서 $|g(x)|$의 최솟값은 $g(1)$ 또는 $g(4)$이므로 불가능

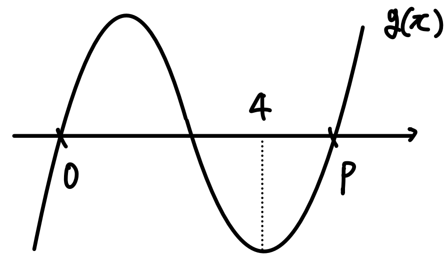
g(3) > 최솟값





2) 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근이 3개

$\rightarrow g(p)=0$을 만족하는 $p>4$인 실수 존재



이 경우 $x\geq 1$에서 $|g(x)|$의 최솟값은 $0 \rightarrow |g(3)|=0$

|g(p)|

step2

$g(x)=\frac{1}{3}x(x-3)(x-p)$라 하면 $g'(4)=0 \rightarrow p=\frac{24}{5}$

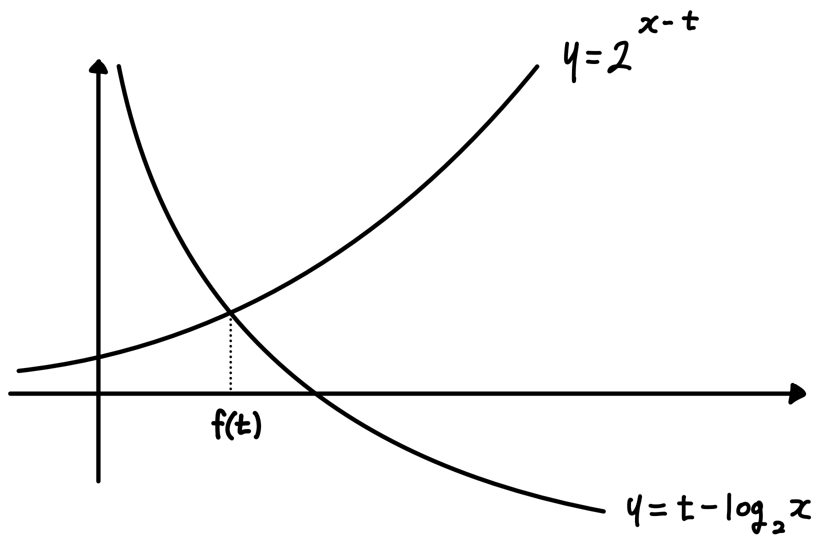
$\therefore\ f(9)=g'(9)=39$

21. 실수 t에 대하여 두 곡선 $y=t-\log_2 x$와 $y=2^{x-t}$이 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 하자.
<보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

<보 기>

ㄱ. $f(1)=1$이고 $f(2)=2$이다.
ㄴ. 실수 t의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가한다.
~~ㄷ.~~ 모든 양의 실수 t에 대하여 $f(t) \geq t$이다.



정답: 110

풀이:

$y=2^{x-t}$는 증가, $y=t-\log_2 x$는 감소하므로 t의 값에 따라 $f(t)$는 오직 1개 존재함

$t-\log_2 f(t)=2^{f(t)-t}$

ㄱ. $1-\log_2 f(1)=2^{f(1)-1}$

$\rightarrow$ $f(1)=1$일 때 $1-\log_2 1=2^{1-1}$이므로 성립

$2-\log_2 f(2)=2^{f(2)-2}$

$\rightarrow$ $f(2)=2$일 때 $2-\log_2 2=2^{2-2}$이므로 성립

$\Rightarrow$ ㄱ은 참

ㄴ. $\log_2 f(t)+\dfrac{2^{f(t)}}{2^t}=t$

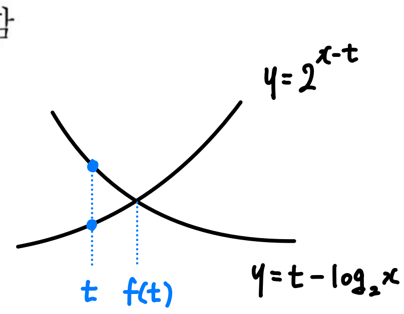
$\rightarrow$ t의 값이 증가하면 2^t의 값도 증가함

$\rightarrow$ t의 값이 증가하면 $\log_2 f(t)$의 값과 $2^{f(t)}$의 값도 증가해야 함

$\rightarrow$ t의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가함

$\Rightarrow$ ㄴ은 참

ㄷ. $t \leq f(t)$일 때 $t-\log_2 t \geq 2^{t-t}$여야 한다.



$\Leftrightarrow$ $t \geq \log_2 t+1$

$\Leftrightarrow$ $2^t \geq 2t$

$\Leftrightarrow$ $t \geq 2$, $t \leq 1$

$\Rightarrow$ $1<t<2$일 때 $t-\log_2 t<2^{x-t}$, 즉 $t>f(t)$이므로 ㄷ은 거짓이다.

$\therefore$ $A+B+C=100+10+0=110$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

정답: 380

풀이:

step1

$x_1 > x_2 > x_3$일 때

$f(x_1) > f(x_2)$라면 $f(x_2) < f(x_3)$,

$f(x_1) < f(x_2)$라면 $f(x_2) > f(x_3)$을 만족하는 세 실수 x_1, x_2, x_3이

열린구간 $\left(k, k+\frac{3}{2}\right)$에 존재하려면,

이 구간 내에 함수 $f(x)$가 극값을 갖도록 하는 x값이 존재해야 한다.

$\Rightarrow$ $k <$ ($f(x)$가 극값을 가지는 x값) $< k+\frac{3}{2}$ 이면

주어진 조건을 만족함

step2

함수 $f(x)$는 $x=0$과 $x=\frac{4}{3}a$에서 극값을 가진다.

1) $k<0<k+\frac{3}{2}$를 만족하는 정수 k $\Rightarrow$ $k=-1$

$\Rightarrow$ $k<\frac{4}{3}a<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k의 값의 곱은 12

2) $k<\frac{4}{3}a<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k를 살펴보자.

이를 만족하는 k는 1개 또는 2개다. ($\because$ $(k+\frac{3}{2})-k=\frac{3}{2}$)

만약 $k<\frac{4}{3}a<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k의 개수가

1개라면 $k=12$이고,

2개라면 $k=-4$, $k=-3$ 또는 $k=3$, $k=4$이다.

($\because$ 두 수의 차는 1)

2-1) $k<\frac{4}{3}a<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k의 값이

오직 $k=12$인 경우

$\Rightarrow$ $12<\frac{4}{3}a<12+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 a의 값은 $a=10$

$\Rightarrow$ $k<\frac{40}{3}<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k의 값은 $k=12$, $k=13$

포함되면 안됨

$\Rightarrow$ 모순

2-2) $k<\frac{4}{3}a<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k의 값이

$k=3$, $k=4$인 경우

$\Rightarrow$ $3<\frac{4}{3}a<3+\frac{3}{2}$, $4<\frac{4}{3}a<4+\frac{3}{2}$을 만족하는

정수 a의 값은 존재하지 않음 $\rightarrow$ 모순

2-3) $k<\frac{4}{3}a<k+\frac{3}{2}$을 만족하는 정수 k의 값이

$k=-4$, $k=-3$인 경우

22. 정수 $a\,(a \neq 0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3-2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k의 값의 곱이 -12가 되도록 하는 a에 대하여 $f'(10)$의 값을 구하시오. [4점]

> 함수 $f(x)$에 대하여
> $$\left\{\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}\right\} \times \left\{\frac{f(x_2)-f(x_3)}{x_2-x_3}\right\} < 0$$
> 을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3이 열린구간 $\left(k,\, k+\frac{3}{2}\right)$에 존재한다.

$\Rightarrow$ $-4<\frac{4}{3}a<-4+\frac{3}{2}$, $-3<\frac{4}{3}a<-3+\frac{3}{2}$을 만족하는

정수 a의 값은 $a=-2$ (이때 조건을 만족하는 k의 값은 $k=3, k=4$ 뿐)

$\therefore$ $f'(x)=3x^2-4ax=3x^2+8x$ $\rightarrow$ $f'(10)=380$

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.