

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

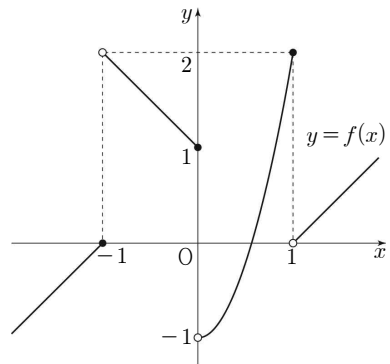
3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$$

를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta \tan\theta + \cos\theta = 3$ 일 때,
 $\sin\theta - \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
 (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

→ 논리적으로: 항등식은 미분 계수를 이용해 확인한다.
→ 항등식

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$x=0$ 대입, $\Rightarrow \int_0^1 f(t)dt = 3$ (A)

$g(x) = ax^3 + 2x$ $\int_0^1 2at dt = 3$

$f(x) = ax^3 + 2$ $[at]_0^1 = 3$

$f'(x) = 3ax$

$a=3$
 $\therefore f(x) = 3x^3 + 2$

구한 다음: $\int_0^2 3x^3 + 2 dx$

$[x^4 + 2x]_0^2 = 8 + 4 = 12$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

모든 자연수 n 에 대하여

$$\left[\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4} \right] \rightarrow S_n - S_{n-1} = a_n \text{ 일 때 } \{a_n\} \text{과 } \{b_n\} \text{의 항의 값을 구한다.}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$S_n = \frac{n}{8n+4}$ (3)

$S_n - S_{n-1} = \frac{n-1}{8(n-1)+4}$

$S_n - S_{n-1} = \frac{n}{8n+4} - \frac{n-1}{8n-4}$

$S_n - S_{n-1} = \frac{S_n^2 - 4n - (8n-4)(n-1)}{(8n+4)(8n-4)} = \frac{4}{(8n+4)(8n-4)} = \frac{1}{(4n+2)(4n-2)} = \frac{1}{a_n b_n}$

a_n 과 b_n 은 정수가 같으므로
 $a_n = 4n+2, b_n = 4n-2$ but $a_n b_n$ 의 값은
 $a_n = 4n-2, b_n = 4n+2$ 2가지 가능

$\therefore \sum_{n=1}^5 8n \Rightarrow 8 \sum_{n=1}^5 n$

$\rightarrow$ 4차 합계
 $\frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{24} = 20$

→ 논리적 근거: (2) 수학 내용 [평행한 선에서 떨어진 점들 사이의 거리는 일정하다.]

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = kt^3 - 6t^2 + t$$

이다. 양수 k 에 대하여 시간 $t = k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시간 $t = 2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

Pass → (속도 평형형)

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1)$, k , t 에 대하여

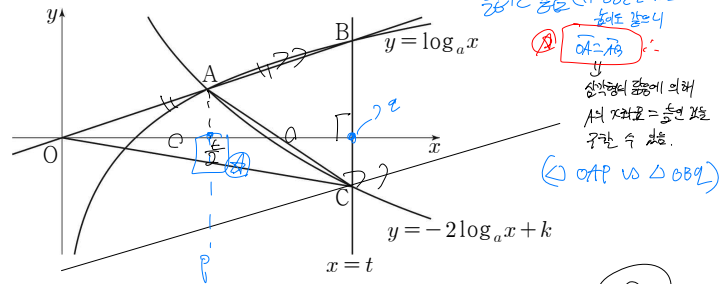
두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고,

직선 $x = t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 와 만나는

점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고

두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때, $a \times k \times t$ 의 값은?

(단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 24 ⑤ $24\sqrt{2}$

식각형 (외각이 a, b, c 이니, 식이 개사 필요함)

① $\log_a \frac{t}{2} = -2\log_a \frac{t}{2} + k$

② $\log_a \frac{t}{2} \times 2 = \log_a t \Rightarrow$ 좌측에 의해 좌변과

③ OBC의 넓이 = 4

$\frac{1}{2} \times t \times BC = 4 \Rightarrow BC = \frac{8}{t}$

$\log_a t + 2\log_a t - 1 = \frac{8}{t}$

(1, 2, 3을 직렬하게 연결)
→ (계산은 생략)

→ 실전 개념이요
여기서 실용화하면 우리가 해도
공하면 개념적으로 필요하잖.

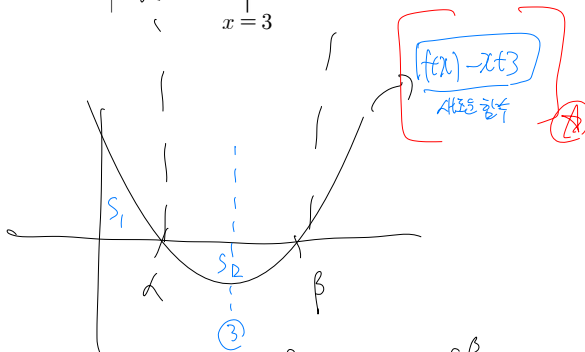
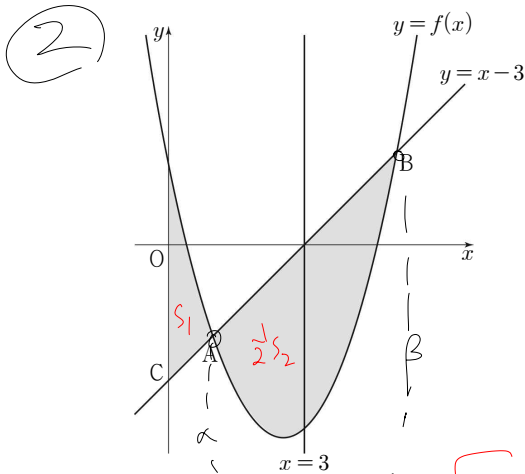
→ 논리적인 근거: 두 함수의
차이를 이용한 새로운 함수(중복)

수학 영역

5

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인
두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라
하자. 곡선 $y=f(x)$ 과 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의
넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 과 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 과 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
직선 $x=3$ 이 이등분하고, $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?
(단, 점 A의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.)

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



조건 사용) $x=3$ 이 S_2 를 이등분 $\int_2^3 f(x) - x + 3 = \int_3^{\beta} f(x) - x + 3$

→ 대칭축이 3 이등분했을 때만 가능할 수 있음.

$\therefore \Delta t = 6$

대칭

$\int_0^3 \frac{f(x) - x + 3}{-3} = \frac{S_1 - \frac{1}{2}S_2}{-3} \quad \langle S_2 = 6 + S_1 \rangle$

$\beta = 6 - \alpha$

$f(x) - x + 3 = (x - \alpha)(x - \beta)$

$(x - \alpha)(x - \beta)$

$\int_0^3 x^2 - 6x + 6 = -3$

$= x^2 - 6x + 6$

$\hookrightarrow \alpha = 3 \Rightarrow$ 같은 값을 줌, α 와 β 의
 $\alpha = 5 \quad \alpha = 6 \quad | \quad \alpha = 1, \beta = 5$

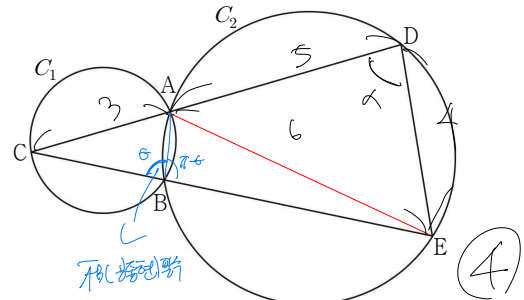
$\therefore f(x) = (x - 1)(x - 5) + x - 3$

$f(-1) = -2 - 6 - 4 = -12$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가
만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의
두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가
각각 한 직선 위에 있다.

$r_1 : r_2 = 1 : 2, \quad \overline{AC} = 3, \quad \overline{AD} = 5, \quad \overline{DE} = 4$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$ → sin 법칙 사용해서

논리적 근거 ③에 의해 AC를 기준으로 연결할 수 있어함.

논리적 근거 ②에 의해 AC를 기준으로

$\frac{3}{\sin \theta} = r_1$

$\frac{r_2}{\sin \theta} = r_2$

$r_1 : r_2 = 1 : 2 \therefore r_2 = 6$

$\triangle ADE$ 는 SSS가 성립함으로 삼각형에서
모든 각(각 변을 구할 수 있음).

논리적 근거 ①에 의해 CE를 기준으로

$\triangle ACE$ 와 $\triangle BCE$ 를 사용

이 두 삼각형 중에서 선택할 것은 취향대로

나쁜 $\triangle BCE$ 를 사용하겠음.

$\angle ADE = \alpha$ 라 할 때 $\cos \alpha$ 값을 구할 수 있음

이를 $\triangle BCE$ 에도 적용

$\frac{CE^2}{2} = 12 \therefore CE = 6\sqrt{2}$

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x) - x\}\{g(x) - f(x)\} = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

(나) $x \geq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다.

- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11

단답형

16. 방정식

$$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x)dx = \int_0^a (x^2 + x)dx$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역

① 논리적 근거, (cos와 sin이 동시에 등장할 경우 (tan 값) or 관계를 이용해 구한다. (삼각함수 문제 한정)
② 삼각함수 정보를 두개만 포함한다. 7

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3 \cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때,

$60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$f(u) = g(u) \text{ (정보 개 사용)}$$

$$\sqrt{3} \sin(t\pi k) = -3 \cos(t\pi k)$$

가능한 방법 $\Rightarrow$ (tan) or 2개 $\Rightarrow$ 여기엔 복잡하다

$$\frac{\sin t\pi k}{\cos t\pi k} = \frac{-3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$

$$\tan(t\pi k) = -\sqrt{3} \Rightarrow t\pi k = \frac{2}{3}\pi$$

$$t\pi k = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow k = \frac{2}{3t}$$

$$f(u) = 3k \Rightarrow \text{정보 2개 사용}$$

$$\sqrt{3} \sin\left(t\pi \times \frac{2}{3t}\right) = \frac{2}{t}$$

$$\sqrt{3} \sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{2}{t}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{t} \Rightarrow 3t = 4 \Rightarrow t = \frac{4}{3}, k = \frac{1}{2}$$

$$60(t+k) = 60\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) = 60\left(\frac{11}{6}\right)$$

$$\therefore 110$$

* 간혹 $f(u) = g(u)$ 를 한번 더 넣은 친구들이 있지만

삼각함수의 성질에 의해 항등식으로 처리되므로 ~~불필요~~ ~~잘못~~

$$f(u) = g(u)$$

$$f(u) = g(u)$$

$$f(u) = g(u) \Rightarrow \text{항등식임}$$

$\hookrightarrow$ 증명하면 복잡해지기

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

$g(0)+g(-4)$ = 불연속

이 경우, 0이 아닌 극한에 가까워지면

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

이 근처에 의해

22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \times a_2 > 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.