

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

**5지선다형**

1.  $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③ 1    ④ 3    ⑤ 9

2. 함수  $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수  $k$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$$

를 만족시킬 때,  $a_3$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{8}$     ②  $\frac{\sqrt{3}}{9}$     ③  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

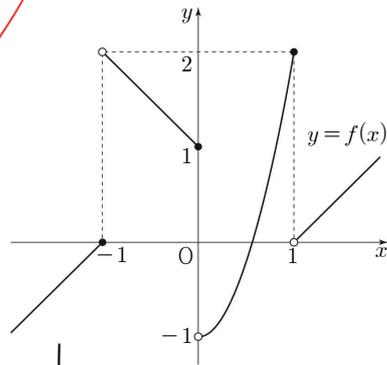
Handwritten work for Question 3:

$$k^2 + 1 = 3k^2$$

$$2k^2 = 1 \quad k^2 = \frac{1}{2}$$

Handwritten notes:  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

5. 함수  $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

$2 \cdot 5 + 5 \cdot 2$

7. 다항함수  $f(x)$ 가

$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, f(0) = 2$

를 만족시킨다. 함수  $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때,  $f(3)$ 의 값은?  
(단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 2      ② 5      ③ 8      ④ 11      ⑤ 14

$k^2 - 4k + 4 \leq 0$

$k = 2$

$\frac{1}{3} x^3 - x^2 + x + 2$

$9 - 9 + 5$

6.  $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin\theta \tan\theta + \cos\theta = 3$ 일 때,  
 $\sin\theta - \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$       ②  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$       ③ 0  
④  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       ⑤  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$\frac{5^2}{c} + c = 3$   
 $\cancel{1-c^2} + c^2 = 3c$        $c = \frac{1}{3}$         
 $\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$

8. 부등식  $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

$$t^2 - 20t + 64 \leq 0$$

$$(t-16)(t-4) \leq 0$$

$$4 \leq t \leq 16$$

$$4 \leq 2^{|x|} \leq 16 \quad 2 \sim 4$$

$$\rightarrow 2 \sim -4$$

9. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t) dt$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

$$f(1) - f(0) = 3$$

$$1 \cdot f(1) = a \cdot 1^3 + 2 \cdot 1$$

$$f = a \cdot 1^2 + 2 = 3 \cdot 1^2 + 2$$

$$a = 3$$

$$(x^3 + 2x)^2$$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4}$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100      ② 110      ③ 120      ④ 130      ⑤ 140

$$a_n = a + nd$$

$$b_n = b + nd$$

$$\frac{1}{a_n \cdot b_n} = \frac{n}{8n+4} - \frac{n-1}{8n-4} = \frac{4}{(8n+4)(8n-4)}$$

$$= \frac{1}{(4n+2)(4n-2)}$$

$$4n+2$$

$$4n-2$$

# 4

# 수학 영역

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x = kt^3 - 6t^2 + t$$

이다. 양수  $k$ 에 대하여 시각  $t = k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시각  $t = 2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36      ② 48      ③ 60      ④ 72      ⑤ 84

$$3kt^2 - 12t + 1$$

$$3k^3 - 12k = 1$$

$$k^3 - 4 = 0 \quad (k=2)$$

$$12t - 12$$

12. 그림과 같이 세 상수  $a (a > 1), k, t$ 에 대하여

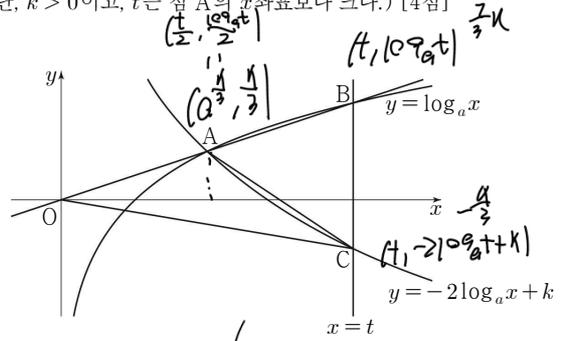
두 곡선  $y = \log_a x, y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고,

직선  $x = t$ 가 두 곡선  $y = \log_a x, y = -2\log_a x + k$ 와 만나는

점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고

두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때,  $a \times k \times t$ 의 값은?

(단,  $k > 0$ 이고,  $t$ 는 점 A의  $x$ 좌표보다 크다.) [4점]



- ①  $8\sqrt{2}$       ② 16      ③  $16\sqrt{2}$       ④ 24      ⑤  $24\sqrt{2}$

$$a^{\frac{1}{3}} = \frac{t}{2} \quad \frac{1}{3} = \frac{\log_a t}{2}$$

$$a^{\frac{\log_a t}{2}} = \frac{t}{2} \quad \log_a t = \frac{2}{3} k$$

$$a^{\log_a t} = \frac{t^2}{4}$$

$$4k = 8 \quad (k=2)$$

$$t = 4$$

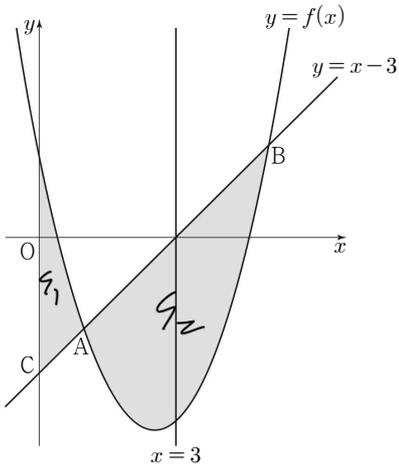
$$\log_a 4 = \frac{4}{3} \quad a^{\frac{4}{3}} = 4$$

$$a = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$2\sqrt{2} \cdot 8$$

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=x-3$ 이  $x$ 좌표가 양수인 두 점 A, B에서 만난다. 직선  $y=x-3$ 과  $y$ 축이 만나는 점을 C라 하자. 곡선  $y=f(x)$ 와  $y$ 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자. 곡선  $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선  $x=3$ 이 이등분하고,  $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때,  $f(-1)$ 의 값은? (단, 점 A의  $x$ 좌표는 3보다 작고, 점 B의  $x$ 좌표는 3보다 크다.) [4점]

- ①  $\frac{15}{2}$     ② 8    ③  $\frac{17}{2}$     ④ 9    ⑤  $\frac{19}{2}$



$$f = x^2 - 5x + k$$

$$x^2 - 6x + k + 3$$

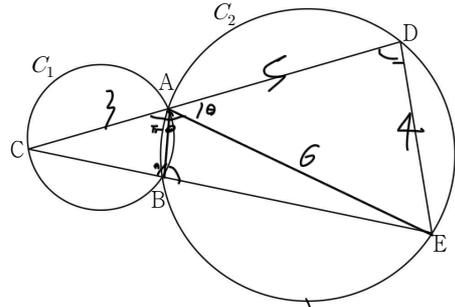
$$\left[ \frac{1}{2}x^2 - 3x^2 - (x+3)/x \right]_0^3 = 9 - 27 + 3k + 9 = -3$$

$$3k = 6 \quad (k=2)$$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각  $r_1, r_2$ 인 두 원  $C_1, C_2$ 가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 원  $C_1$  위의 점 C와 원  $C_2$  위의 두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가 각각 한 직선 위에 있다.

$$r_1 : r_2 = 1 : 2, \quad \overline{AC} = 3, \quad \overline{AD} = 5, \quad \overline{DE} = 4$$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ①  $3\sqrt{7}$     ②  $\sqrt{66}$     ③  $\sqrt{69}$     ④  $6\sqrt{2}$     ⑤  $5\sqrt{3}$

$$\cos \theta = \frac{2^2 + 3^2 - 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$CE^2 = 9 + 36 + 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$= 45 + 27 = 72 = 6\sqrt{2}$$

15. 최고차항의 계수가 1이고  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\{g(x)-x\}\{g(x)-f(x)\}=0$ 을 만족시킨다. 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든  $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2}$ 의 값은 존재하지 않는다. *가야*  
 (나)  $x \geq a$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수  $a$ 의 최솟값은 4이다. *기*

- ①  $-\frac{41}{3}$     ②  $-13$     ③  $-\frac{37}{3}$     ④  $-\frac{35}{3}$     ⑤  $-11$

$g = \tilde{\chi}_{or} f(A)$

$f-x = x^2(x-2)(x+4)$

$f = x^2(x-2)(x+4) + x$   
 $\frac{-34}{3}$

$f = x^2(x-2)(x+4) + x$

$\frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

단답형

16. 방정식

$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$

을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

$x^2 - 6x + 9 = 5x - 1$

(e)

$x^2 - 11x + 10$

17.  $\int_0^a (4x^2 - 3x) dx = \int_0^a (x^2 + x) dx$ 를 만족시키는 양수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

(2)

$(x^3 - 2x^2) \Big|_0^a$

18. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때,  $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

23

$A=15 \quad B=23$

20. 양수  $t$ 에 대하여 닫힌구간  $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3\cos(t\pi x)$$

가 있다.  $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수  $k$ 에 대하여  $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때,  $60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

11

$$\frac{\pi}{2} = -\sqrt{3} = t \quad \frac{2}{3}\pi \text{ or } \frac{5}{3}\pi$$

$$k = \left(\frac{2}{3t}\right) \text{ or } \frac{5}{3t}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{2\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{4}{3}$$

30+80

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$

위의 점  $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선  $y = f(x)$ 와 점  $(1, 0)$ 에서 만난다.  $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

16

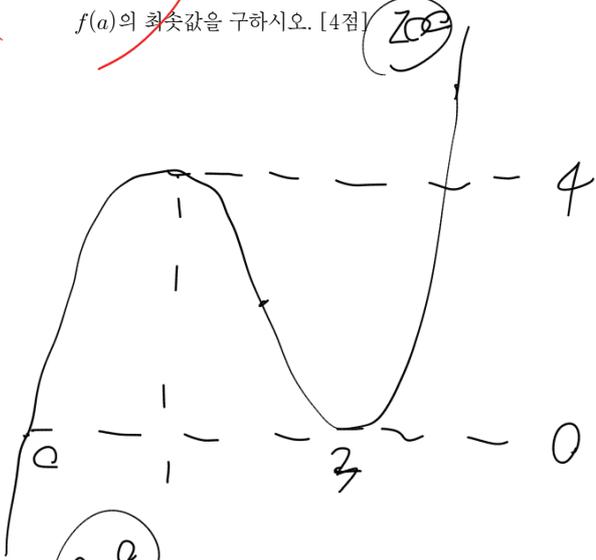
$$f = x^3(x) - x + 1$$

$$9-2-2$$

21. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=t$ 가 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 양수  $a$ 와 함수  $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $g(t)+g(t-4)$ 는  $t=0$ 과  $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



$x(x-3)^2$   
8.29

22. 모든 항이 실수인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_1 \times a_2 > 0$
- (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Handwritten solution for problem 22:

- Case 1:  $k=0$  (circled)
- Case 2:  $k^2$ 
  - $-2k^2 + 3$  (circled)
  - $k = \frac{3}{2}$  (circled)
- Case 3:  $-2k+3$ 
  - $4k^2 = 12k+9$  (circled)
  - $k = \frac{9}{4}$  (circled)
  - $4k-3$  (circled)

Table of values for  $a_1$  and  $a_3$ :

$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{21}{16} + 1$
$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$6 + 21 + 12 + 16$
<del><math>\frac{9}{4}</math></del>	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	16
$\frac{21}{16}$	$\frac{3}{4}$		59

Final result: 89

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

# 수학 영역(확률과 통계)

## 제 2 교시

1

### 5지선다형

23. 두 사건  $A, B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{7}{24}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{3}{8}$     ⑤  $\frac{5}{12}$

$$\frac{6+9}{24} = \frac{15}{24}$$

24. 다항식  $(x + \frac{1}{2})^8$ 의 전개식에서  $x^5$ 의 계수는? [3점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

$$8C3 \times \frac{1}{8}$$

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3!} \times \frac{1}{8}$$

2

# 수학 영역(확률과 통계)

25. 세 주사위 A, B, C를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a \times b \times c$ 의 값이 3의 배수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{17}{27}$
- ②  $\frac{2}{3}$
- ③  $\frac{19}{27}$
- ④  $\frac{20}{27}$
- ⑤  $\frac{7}{9}$

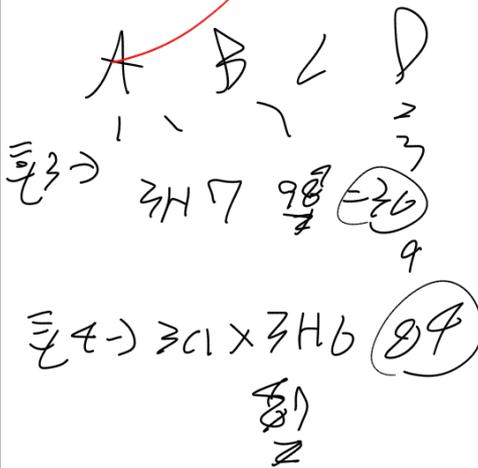
12 45

$$\frac{1 - \frac{8}{27}}{1}$$

26. 흰 공 5개와 검은 공 10개를 네 주머니 A, B, C, D에 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않고, 검은 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

- (가) 각 주머니에 흰 공을 1개 이상씩 넣는다.
- (나) 세 주머니 A, B, C에 넣는 흰 공의 개수의 합은 주머니 D에 넣는 검은 공의 개수와 같다.

- ① 120
- ② 135
- ③ 150
- ④ 165
- ⑤ 180



# 수학 영역(확률과 통계)

3

27. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 5장씩 있다. 이 20장의 카드 중에서 5장을 택해 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

(가) 나열한 5장의 카드에 적힌 수의 곱은 96이다.  
(나) 오른쪽 끝에 놓인 카드에 적힌 수는 짝수이다.

- ① 48      ② 50      ③ 52      ④ 54      ⑤ 56

$2^5 \times 3$

3    4 4 2 1    - - - - -  
                  6 × 2 × 3    36

3    4 2 2 2    4 × 9    16

28. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가)  $2f(1) + 2f(2) + f(6) = f(3) + 16$   
(나)  $f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq f(6)$

- ① 288      ② 300      ③ 312      ④ 324      ⑤ 336

1    1     $f(1)=1$   
2    2  
3    3     $2 \in \{1\} + 2 \in \{2\} + (4 \in \{1\})$   
4    4     $f(4)=1$      $f(1) + 4 \in \{2\}$     ⑤  
5    5     $f(5)=3$     7    6 × 3 × 2 × 1  
6    6     $f(6)=5$     6    5 × 4 × 2 = ⑥

$f(1)=2$

5 × 6 | 30     $f(6)=2$     8    9  
+ 36 × 4 | 144     $f(6)=4$     9    36  
+ 18 × 2 | 36     $f(6)=6$     6    18

$f(1)=3$

$f(6)=3$     8    9  
 $f(6)=5$     7    36  
 $f(1)=4$     9  
                  36  
 $f(1)=5$     9  
 $f(1)=6$     9

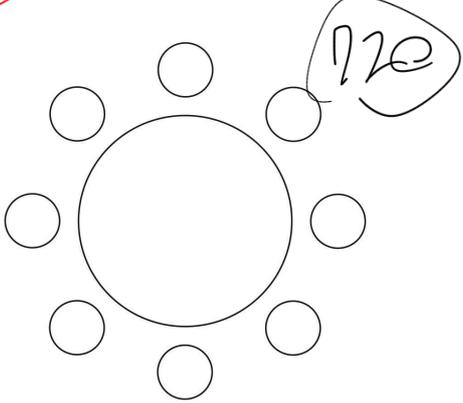
# 4

## 수학 영역(확률과 통계)

단답형

29. 학생 A를 포함한 4명의 2학년 학생과 학생 B를 포함한 4명의 3학년 학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 각 학생은 자신과 이웃한 두 학생 중 적어도 한 명과 같은 학년이다.
- (나) A와 B는 이웃하지 않는다.



Handwritten calculations for problem 29:

- $2 \times 3! \times 3! \times 3!$  (circled 216)
- $12 \times 2^4 \times 3! \times 3! \times 4!$  (circled 288)
- $2! \times 3! \times 3! \times 3! \times 3!$  (circled 216)
- Diagrammatic representation of seat arrangements with labels A and B and numbers 2, 3, 2, 2, 2, 3, 3, 3.
- Final calculation:  $\frac{432}{288} = 1.5$  (circled 20)

30. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 전구가 있다. 이 6개의 전구는 모두 꺼져 있고, 각 전구는 전원 버튼을 누를 때마다 켜짐과 꺼짐이 전환된다. 이 6개의 전구와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가  $n$ 일 때,  $n$  이하의 숫자가 적힌 모든 전구의 전원 버튼을 한 번씩 누른다.

이 시행을 5번 반복할 때, 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b, c, d, e$ 라 하자. 5번째 시행 후 전구가 모두 켜져 있도록 하는 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수를 구하시오. [4점]



Handwritten solution for problem 30:

- Total number of outcomes:  $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- Case 1:  $a=b \rightarrow 1$
- Case 2:  $a=b \neq b \rightarrow 5 \times 5 = 25$
- Case 3:  $a \neq b \neq b \rightarrow 10 \times 15 = 150$
- Case 4:  $a \neq b = b \rightarrow 5 \times 12 = 60$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.