

dal tu dy

다-나-성

다-나-성

제 2 교시

2025학년도 5월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

1

5지선다형

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$$3^2 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

$$f'(x) = 3x^2 - 2$$

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$$

를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$k^2(k^2 + 1) = 3k^4$$

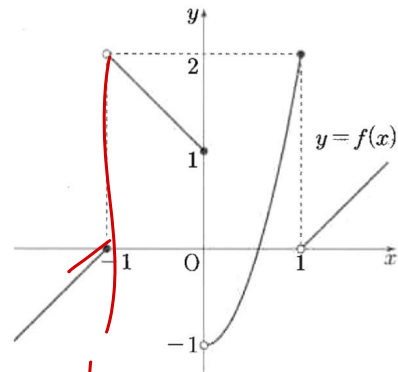
$$k^2 + 1 = 3k^2$$

$$2k^2 = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

$$2(2^2+2 \cdot 2+5) + (2 \cdot 2+1)(2 \cdot 2-2)$$

$$2(5) + 5(2)$$

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta \tan \theta + \cos \theta = 3$ 일 때,

$\sin \theta - \tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$$\frac{1-c^2}{c} + c = 3$$

$$1 - \cancel{c^2} + \cancel{c^2} = 3c \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \sqrt{2}$$

$$c = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

7. 다항함수 $f(x)$ 가 $k^2 - 4k + 4 \leq 0$

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

$$x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 2$$

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$2^{|x|} = t \geq 1 \quad t^2 + 64 \leq 20t$$

$$t^2 - 20t + 64 \leq 0$$

$$= \frac{16}{4}$$

$$4 \leq t \leq 16$$

$$2^{|x|} \leq 16$$

$$2 \leq |x| \leq 4$$

$$|x| = 2, 3, 4$$

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $-3 + f(x) - f_0 = 0$

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

$$f(x) = 3x^2 + 2$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$$f(x) + xf'(x) = 30x^2 + 2$$

$$f_0 = 2 \quad f_{11} = 5$$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$$\frac{1}{a_n b_{n+1}} = \frac{n+1}{8n+12} - \frac{n}{8n+4}$$

$$\frac{8n^2 + 12n + 4 - 8n^2 - 12n}{(8n+12)(8n+4)}$$

$$= \frac{4}{(8n+12)(8n+4)}$$

$$a_n b_{n+1} = (4n+6)(4n+2)$$

$$a_n b_n = (4n+2)(4n-2)$$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = kt^3 - 6t^2 + t \quad 3kt^2 - 12t + 1$$

이다. 양수 k 에 대하여 시간 $t=k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시간 $t=2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

① 36

② 48

③ 60

④ 72

⑤ 84

$$3k^3 - 12k = 0$$

$$k^2 - 4 = 0 \quad (k=2)$$

$$6t^2 - 12t + 1$$

$$\frac{12k - 12}{2} = 1$$

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1)$, k , t 에 대하여

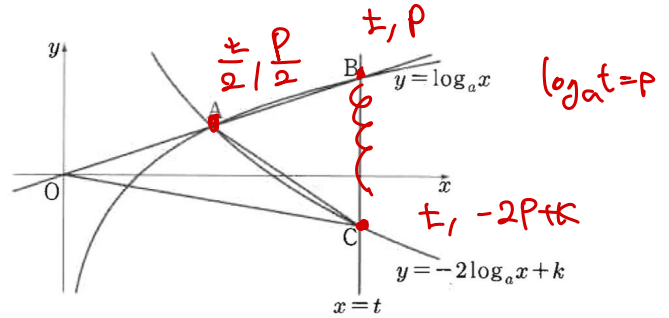
두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고,

직선 $x=t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 와 만나는

점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고

두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때, $\log_a t$ 의 값은?

(단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



① $8\sqrt{2}$

② 16

③ $16\sqrt{2}$

④ 24

⑤ $24\sqrt{2}$

$$\log_a \frac{t}{2} = \frac{2}{3}$$

$$a^{\frac{2}{3}} = 2$$

$$-2\log_a \frac{t}{2} + k = \frac{p}{2}$$

$$a^2 = 8$$

$$-p + k = \frac{p}{2}$$

$$a = 4\sqrt{2}$$

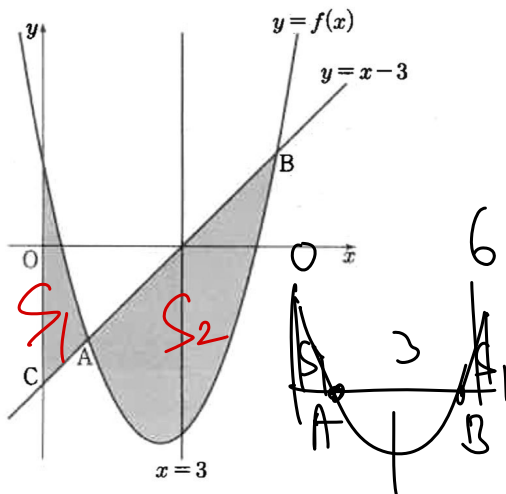
$$k = \frac{3}{2}p \quad (p = \frac{4}{3}) \quad (k=2)$$

$$3p - k = 2$$

$$t = 4$$

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인
두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라
하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의
넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
직선 $x=3$ 이 등분하고 $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?
(단, $f(x)$ 의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.)
[4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



$$f(x) - (x-3) = x^2 - 6x + k$$

$$f(-1) - (-4) = 1 + 6 + k = 12$$

$$\int_0^6 (x^2 - 6x + k) dx = -6$$

$$\left. \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + kx \right|_0^6 = -6$$

$$\frac{1}{3}(216) - 3 \cdot 36 + 6k = -6$$

$$-26 + 6k = -6$$

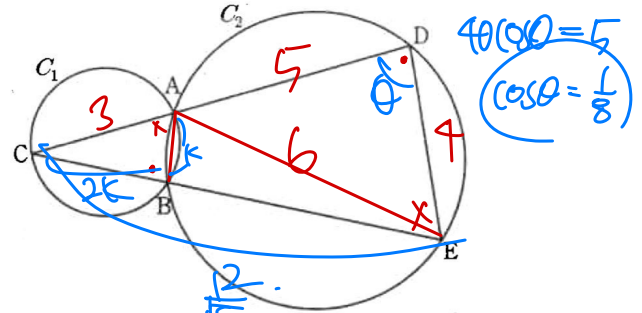
$$6k = 30$$

5/20

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가
만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의
두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가
각각 한 직선 위에 있다.

$$r_1 : r_2 = 1 : 2, \quad \overline{AC} = 3, \quad \overline{AD} = 5, \quad \overline{DE} = 4$$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

$$9 = 4k^2 + k^2 - \frac{2}{4k^2} \cdot \frac{1}{8}$$

$$\frac{10k^2}{2} - \frac{k^2}{2}$$

$$9 = \frac{9}{2}k^2 \quad (k=12)$$

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x) - x\} \{g(x) - f(x)\} = 0 \quad g(x) = x, \quad f(x)$$

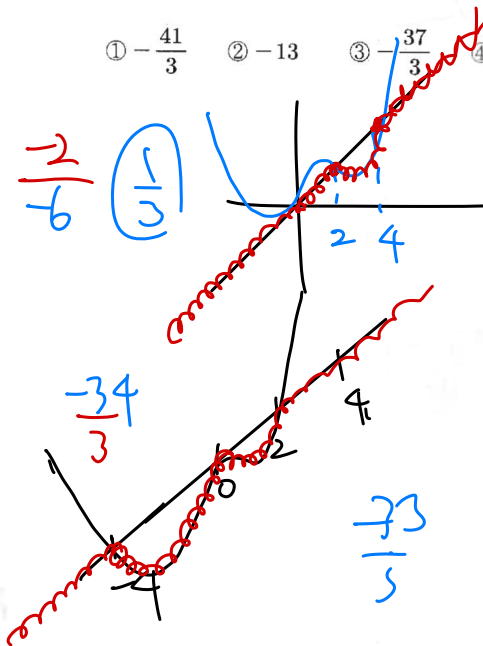
을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

(나) $(x \geq a)$ 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다. (1)

- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11



단답형

16. 방정식

$$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$(x-3)^2 = 5x-1$$

$$x^2 - 6x + 9 = 5x - 1$$

$$x^2 - 11x + 10$$

$$(10)$$

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x) dx = \int_0^a (x^2 + x) dx$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$\int_0^a 3x^2 - 4x dx = 0$$

$$x^3 - 2x^2 \Big|_0^a$$

$$(2)$$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$A + 15 = 30 \quad A = 15$$

$$\begin{array}{r} 2A + B = 53 \\ 30 \quad 1 \\ \hline 21 \end{array}$$

(23)

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$y = -x + 1$$

$$f(x) = x^3(x-1) - x + 1$$

$$f(3) = \frac{9 \cdot 2 - 3 + 1}{18 - 2}$$

(16)

20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3 \cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때,

$60\pi + \frac{\pi}{6}$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\frac{8 + 3}{6} \parallel t\pi x = \theta \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\sqrt{3} \sin \theta = -3 \cos \theta \quad \left(\frac{2}{t}\right)$$

$$\tan \theta = -\sqrt{3}$$

$$\theta = \left(\frac{2}{3}\pi\right) \frac{5}{3}t$$

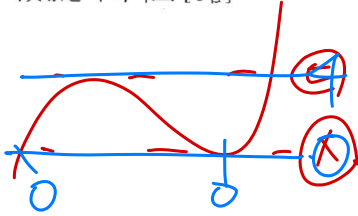
$$\frac{3}{2} = \frac{2}{t} \quad t = \frac{4}{3}$$

$$k = \frac{2}{3t}$$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=8$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



1) left 0 $f(x) = x(x-3)^2$

11) right 0 $f(x) = x^2(x+3)$

200

22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \times a_2 > 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Handwritten calculations for problem 22:

Let $a_1 = x$. Then $a_2 = x^2$ (if $x \leq 0$) or $-2x + 3$ (if $x > 0$).
 $a_3 = (x^2)^2 = x^4$ (if $x \leq 0$) or $-2(-2x + 3) + 3 = 4x - 3$ (if $x > 0$).
 $a_4 = (x^4)^2 = x^8$ (if $x \leq 0$) or $-2(4x - 3) + 3 = -8x + 9$ (if $x > 0$).
 $a_5 = (x^8)^2 = x^{16}$ (if $x \leq 0$) or $-2(-8x + 9) + 3 = 16x - 15$ (if $x > 0$).
Set $a_3 = a_5$:
Case 1: $x \leq 0$: $x^4 = x^{16} \Rightarrow x^4(1 - x^{12}) = 0 \Rightarrow x = 0$ or $x = \pm 1$.
Case 2: $x > 0$: $4x - 3 = 16x - 15 \Rightarrow 12x = 12 \Rightarrow x = 1$.
Possible values for a_1 are $0, 1, -1$.
Sum of values: $0 + 1 + (-1) = 0$.
But the problem asks for the sum of values of a_1 such that $a_3 = a_5$. The values are $0, 1, -1$.
Sum: $0 + 1 + (-1) = 0$.
However, the handwritten calculation shows a different path, leading to a sum of $\frac{21}{16} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} = \frac{21 + 12 + 6}{16} = \frac{39}{16}$.
The final answer is $\frac{39}{16}$.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.