

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$$

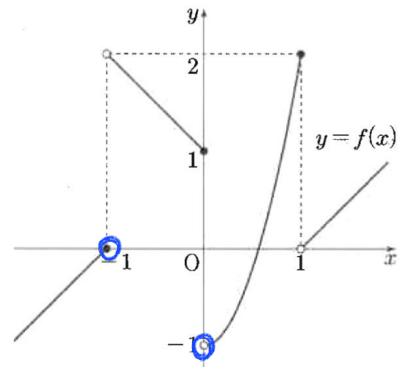
를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$k^2 + 1 = 3k^2 \quad k^2 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = k^3 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

$$2 \times 5 + 5 \times 2$$

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta (\tan \theta + \cos \theta) = 3$ 일 때,

$\sin \theta - \tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 3 \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{1}{3} \quad \sin \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \tan \theta &= -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

$$\begin{aligned} k^2 - 4(k-1) &\Rightarrow k=2 \\ f' &= x^2 - 2x + 1 \\ f &= \frac{(x-1)^3}{3} + \frac{7}{3} \end{aligned}$$

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$2^{|x|} - 20 \times 2^{|x|} + 64 \leq 0$$

$$4 \leq 2^{|x|} \leq 16$$

$$x = \pm 2 \pm 3 \pm 4$$

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$$x=0 \Rightarrow f(1) - f(0) = 3$$

$$f(0) = \frac{3}{2}x^2 + 2$$

$$\left[x^3 + 2x \right]_0^2$$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점] 8×15

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$$\frac{1}{a_n b_n} = \frac{n}{2n+1} \times \frac{1}{4} - \frac{n-1}{2n-1} \times \frac{1}{4}$$

$$n \geq 2 \quad \frac{1}{4} \times \frac{2n^2 - n - (2n^2 - n - 1)}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$a_n b_n \Rightarrow 4(2n-1)(2n+1)$$

$$2(2n-1) \text{ or } 2(2n+1) \text{ (공차 동일)}$$

$$a_n + b_n = 8n$$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = kt^3 - 6t^2 + t = x(t)$$

이다. 양수 k 에 대하여 시간 $t=k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시간 $t=2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

$$\begin{aligned}
 V(t) &= 3kt^2 - 12t + 1 \\
 t=k &\rightarrow 3k^3 - 12k + 1 = 1 \\
 &\quad \boxed{k=2} \quad t=4 \\
 &\quad \downarrow 6kt - 12 \\
 &\quad 12t - 12
 \end{aligned}$$

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1)$, k , t 에 대하여

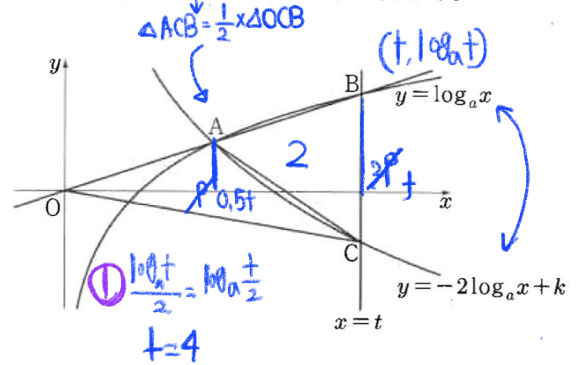
두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고,

직선 $x=t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 와 만나는

점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고

두 삼각형 OCA , ACB 의 넓이가 2로 같을 때, $a \times k \times t$ 의 값은?

(단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 24 ⑤ $24\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad -2\log_a \frac{t}{2} + k &= \frac{1}{2} \log_a t \\
 k &+ \frac{t^2}{4}
 \end{aligned}$$

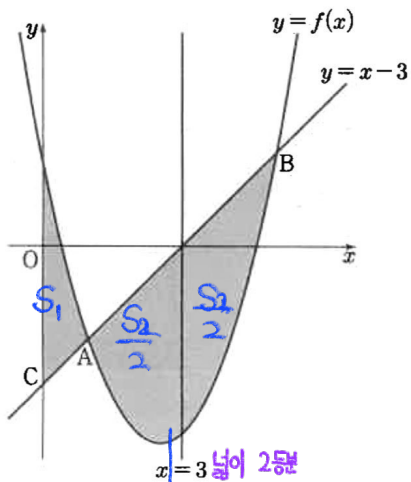
$$2 = \frac{1}{4} \times (3\log_a t - \log_a \frac{t^2}{4})$$

$$8 = t \log_a 4\sqrt{t} \quad \log_a 8 = 2$$

$$a = 2\sqrt{2} \quad t = 4 \quad k = \log_{2\sqrt{2}} \left(2 \times \frac{16}{4} \right) = 2$$

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인
두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라
하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의
넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
직선 $x=3$ 이 이등분하고, $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?
(단, 점 A의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.)
[4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



△ $f(x) - (x-3)$ 의 대칭축: $x=3$
 $f(x) = x^2 - 5x + k$

$$\left| \frac{S_2}{2} - S_1 \right| = 3$$

$$\int_0^3 f(x) - (x-3) dx = -3$$

$$= \int_0^3 (x^2 - 6x + k + 3) dx = -3$$

$$9 - 27 + 3k + 9 = -3$$

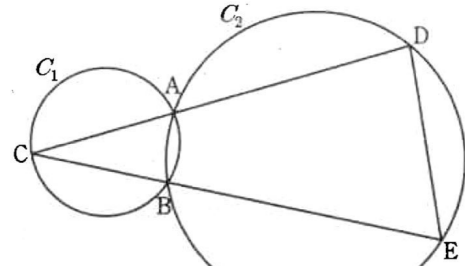
$k=2$

$f(-1) = 1 + 5 + 2$

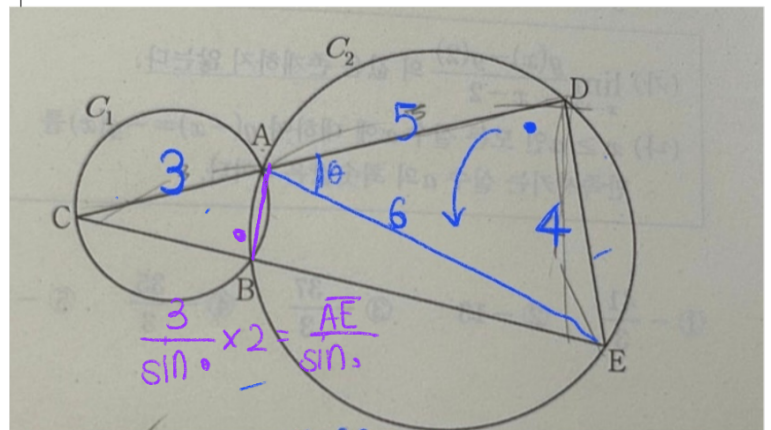
14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가
만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의
두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가
각각 한 직선 위에 있다.

$r_1 : r_2 = 1 : 2$, $\overline{AC} = 3$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{DE} = 4$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$



$$\cos \theta = \frac{41-36}{40} = \frac{1}{8}$$

$$\cos \theta = \frac{61-16}{60} = \frac{3}{4}$$

$$\overline{CE}^2 = 45 - 36 \times \frac{3}{4}$$

$6\sqrt{2}$

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x) - x\}\{g(x) - f(x)\} = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

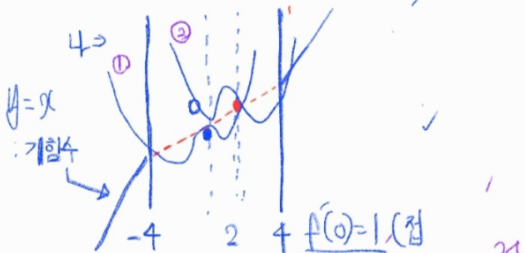
(나) $x \geq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다.

- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11

#15 * $f = x^4 + \dots + x$

$$g(x) < x^4 \text{ 선택함}$$

가 $\Rightarrow x=2$ 에서 바뀜



*

$$f(0) = 0 \quad f(2) = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2(x+4)(x-2) + x & g(-2) = 4 \times 2 \times -4 - 2 = -34 \\ x^2(x-2)(x-4) + x & g(3) = 3 \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) \leftarrow \begin{aligned} &g(-2) = -2 \\ &g(3) = 9 \times (-1) + 3 = -6 \end{aligned}$$

$$\therefore -11$$

단답형

16. 방정식

$$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$x > 3$$

$$x^2 - 6x + 9 = 5x - 1$$

$$(x-1)(x-10)$$

$$10$$

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x) dx = \int_0^a (x^2 + x) dx$ 를 만족시키는 양수 a 의

값을 구하시오. [3점]

$$\frac{4}{3}a^3 - \frac{3}{2}a^2 = \frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{2}$$

$$a^3 = 2a^2$$

$$2$$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

알 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

23

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} y &= -x + 1 \\ f'(0) &= -1 \quad f(0) = 1 \\ f &= x^3 + kx^2 - x + 1 \Rightarrow k = -1 \\ x^3 - x^2 - x + 1 \\ 27 - 9 - 3 + 1 \end{aligned}$$

16

20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3 \cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때, $60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

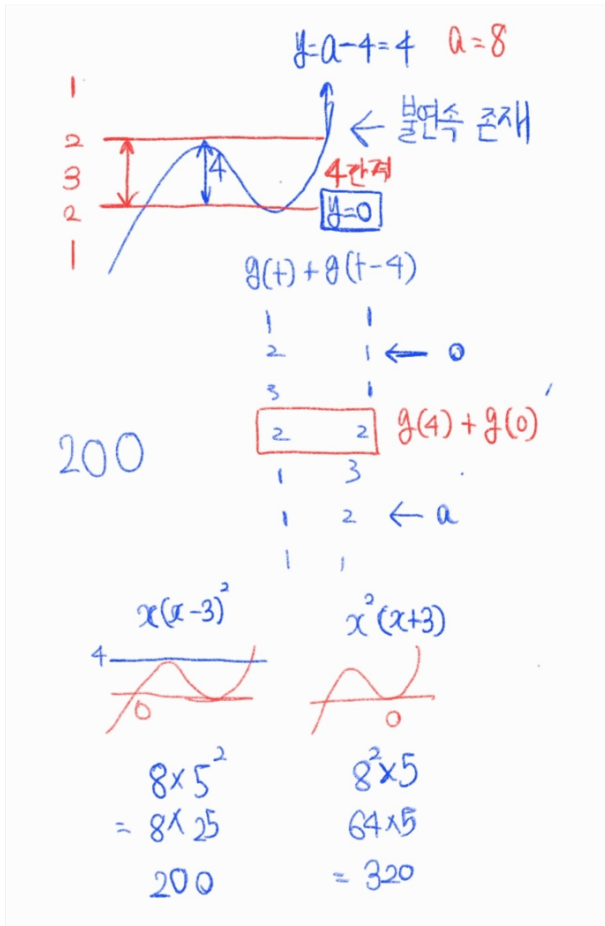
값을 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{2} \\ \sin(t\pi k) &= \sqrt{3}k \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(t\pi k) &= -k \quad \left(-\frac{1}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{t\pi}{2}\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \downarrow \\ \frac{2}{3}\pi &= t/2\pi \quad t = \frac{4}{3} \\ 60 \times \frac{8+3}{6} &= 110 \end{aligned}$$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

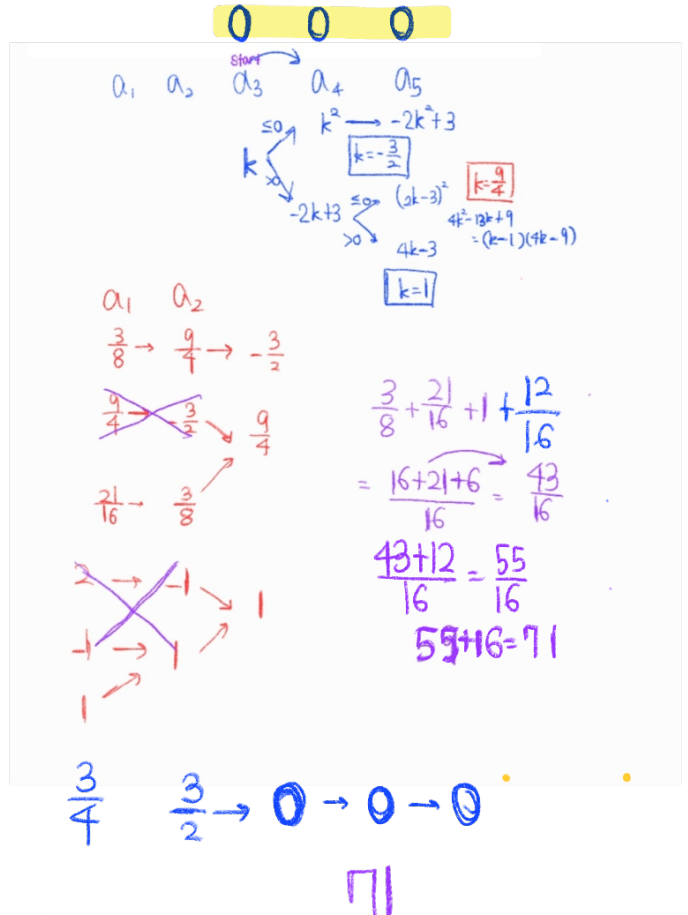
(가) $a_1 \times a_2 > 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

1

제 2 교시

5지 선 다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t-2}, \quad y = \frac{\ln t}{t}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\frac{dx}{dt} = 2e^{2t-2} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{1 - \ln t}{t^2}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 2 1

25. 두 양수 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn} - bn) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(bn-1)^2}{(b+6)n^2+1}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

$$a=b^2$$

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 30

$$\frac{b^2}{b+6} = \frac{b}{2b} = \frac{1}{2}$$

$$2b^2 - b - 6 = (b-2)(2b+3)$$

26. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 + 5x + 3$ 과 직선 $x = n$ 이 만나는 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q_n , y 축과 만나는 점을 R_n 이라 하자.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{2}}{P_n Q_n - P_n R_n} \text{의 값은? [3점]}$$

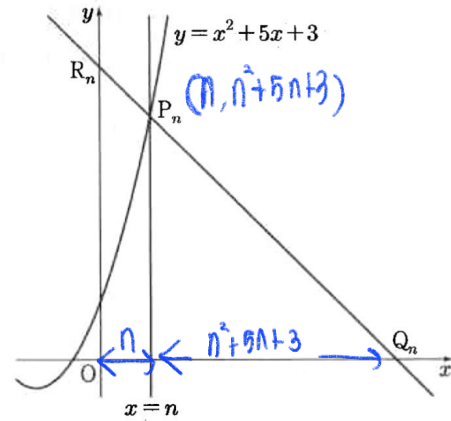
① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$



$$P_n Q_n = \sqrt{2} \times (n^2 + 5n + 3)$$

$$P_n R_n = \sqrt{2} \times n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 4n + 3} = \frac{3}{(n+1)(n+3)}$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right)$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{5}{6}$$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖고, 모든 실수 x 에 대하여

$$e^{2f(x)} - e^{f(2x)} - 2e^{3x} = 0$$

을 만족시킨다. $g'(f(0))$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$f(g(x)) = x \quad f(f(0)) \times f(0) = 1$$

$$x=0 \Rightarrow e^{2f(0)} - e^{f(0)} - 2 = 0$$

$$e^{f(0)} = 2 \Rightarrow f(0) = \ln 2$$

$$2f(x)e^{2f(x)} - 2f(2x)e^{f(2x)} - 6e^{3x} = 0$$

$$2f(0) \frac{(4-2)}{2} = 6 \quad f(0) = \frac{3}{2}$$

28. 7π 보다 작은 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \sin(a + b \cos x)$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 방정식 $f'(x) = b$ 의 해가 존재한다.

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin\left(f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{b}{a}$$

- ① 5π ② $\frac{25}{4}\pi$ ③ $\frac{15}{2}\pi$ ④ $\frac{35}{4}\pi$ ⑤ 10π

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right)\right)}{\frac{x}{4}} = \frac{b}{a} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin\left(\frac{f(a)}{4}x\right) \times \frac{f(a)}{4}}{\frac{f(a)}{4}} = \frac{b}{a} \\ & f(a) = -1 \quad (\because a, b \text{ 양수}) \\ & \frac{b}{a} = \frac{1}{4} \\ & f = \sin(4b + b \cos x) \end{aligned}$$

$$\sin(4b + b \cos 4b) = -1$$

$$\cos(4b) = -1 \quad a = 6\pi \quad b = \frac{3}{2}\pi$$

$$0, \pi, 2\pi, \dots$$

$$\pi + \frac{\pi}{4}x - 1 \quad 4\pi + \pi x - 1$$

$$2\pi + \frac{\pi}{4}x - 1 \quad 5\pi$$

$$3\pi + \frac{3\pi}{4}x - 1 \quad 6\pi + \frac{3}{2}\pi x - 1$$

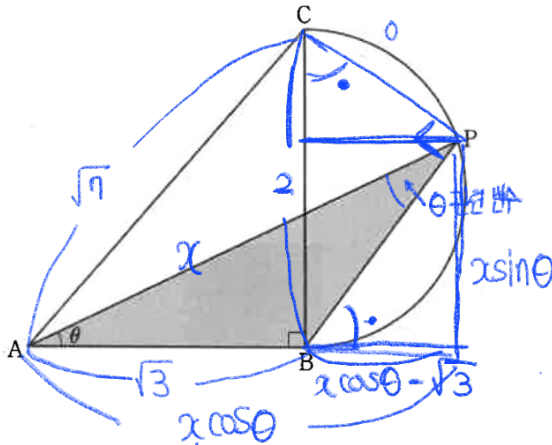
$$\frac{15}{2}\pi$$

단답형

대개변수

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2$ 이고 $\angle CBA = \frac{\pi}{2}$ 인

직각삼각형 ABC와 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다.
호 BC 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta$ 일 때, 삼각형 ABP의
넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $20f'(\frac{\pi}{6})$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P는
점 B가 아니다.) [4점]



(45)

$\angle CAB = \alpha$
 $\theta = \alpha$ 일 때 $x \sin \alpha = 2$

$$f(\theta) = \frac{\sqrt{3}x \sin \theta}{2}$$

$$x \cos \theta - \sqrt{3} \cdot x \sin \theta = 2 - x \sin \theta; x \cos \theta - \sqrt{3}$$

$$2x \sin \theta - x \sin^2 \theta = x^2 \cos^2 \theta - 2\sqrt{3}x \cos \theta + 3$$

$$x^2 - (2\sqrt{3} \cos \theta + 2 \sin \theta)x + 3 = 0$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3 > 2$$

대개변수

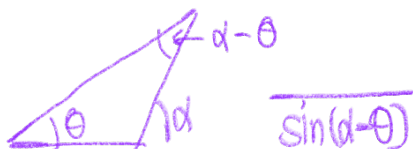
$$f'(\theta) = \frac{dx}{d\theta} \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{2} + \frac{\sqrt{3} x \cos \theta}{2}$$

$$= \frac{dx}{d\theta} \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{4}$$

$$0 = \frac{dx}{d\theta} 2x - \frac{d^2x}{d\theta^2} (2\sqrt{3} \cos \theta + 2 \sin \theta) + (2\sqrt{3} \sin \theta - 2 \cos \theta)x$$

$$\frac{dx}{d\theta} (3+1-6) - 3(\sqrt{3}-\sqrt{3}) \Rightarrow 0$$

OR



30. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 양수인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을
모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} (-1)^n & (a_n < 1) \\ a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (3b_{3n-2} - 7b_{3n-1} + 2b_{3n})$ 은 수렴한다.

$$(나) b_5^2 = b_4 b_6 - \frac{9}{4}$$

$90a_3$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$3x - 7x - 1 + 2$$

$$-3 \quad -7 \quad -2$$

$$b_4 = 1$$

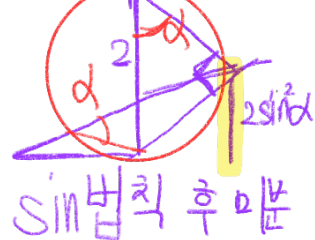
$$a_3 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$b_5^2 = b_6 - \frac{9}{4}$$

$$b_6 = 3b_5 \Rightarrow b_5^2 - 3b_5 + \frac{9}{4} \Rightarrow b_5 = \frac{3}{2} (0) > 1$$

$$b_5 = -1 \quad b_6 = \frac{13}{4} \rightarrow b_5 = \frac{13}{2} > 1 \text{ (모순)}$$

#29번 다른 풀이



90a3

(15)

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.