

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{9}{3^{\sqrt{3}}}\right)^{2+\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 9 ③ 27 ④ 81 ⑤ 243

2. $\int_0^1 x^5 dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin^2(\pi - \theta) = \frac{2}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $-\sqrt{2}$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(1) + \lim_{x \rightarrow 3+} f(x-2) = 6$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 5, \ a_3 + a_4 = 30$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① -120 ② -125 ③ -130 ④ -135 ⑤ -140

6. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ 가 직선 $9x + y - k = 0$ 에 접할 때,
음수 k 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

7. 두 양수 a, b ($a > b$)에 대하여

$$a^2 + b^2 = \log_5 81, \ ab = \log_{25} 9$$

일 때, $\frac{a-b}{a+b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{6}$

8. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_{-k}^{2k} f(x) dx = \int_{-k}^k f(x) dx$$

을 만족시키는 0이 아닌 실수 k 의 값이 $-\frac{7}{2}$ 과 2뿐일 때,
 $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치는 각각

$$x_1 = 2t^3 + 6, \quad x_2 = t^3 + 6t^2 - 30$$

이다. 두 점 사이의 거리가 최소일 때, 점 Q의 가속도는?
[4점]

- ① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 60

10. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 23n + 45$ 의 n 제곱근 중
실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

$$\sum_{k=n}^{n+2} f(k) = 2$$

를 만족시키는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

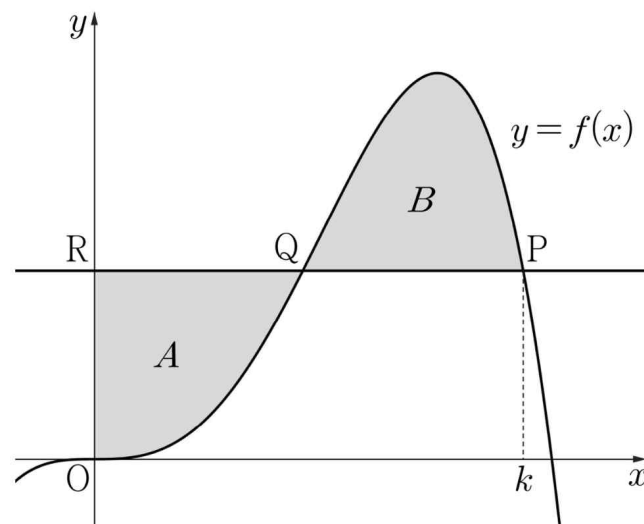
$$(가) \quad (a_n - 3)(a_n - 9)(a_n + 39) = 0$$

$$(나) \quad \sum_{k=n}^{n+5} a_k = 0$$

$a_7 > a_5 > a_6$ 일 때, $a_3 + a_{10} + a_{17}$ 의 값은? [4점]

- ① -69 ② -21 ③ 15 ④ 21 ⑤ 27

12. 그림과 같이 함수 $f(x) = -x^4 + 2x^3$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(k, f(k))$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축과 만나는 두 점을 각각 Q, R라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축 및 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $A = B$ 이다. k 의 값은? (단, $\frac{3}{2} < k < 2$) [4점]



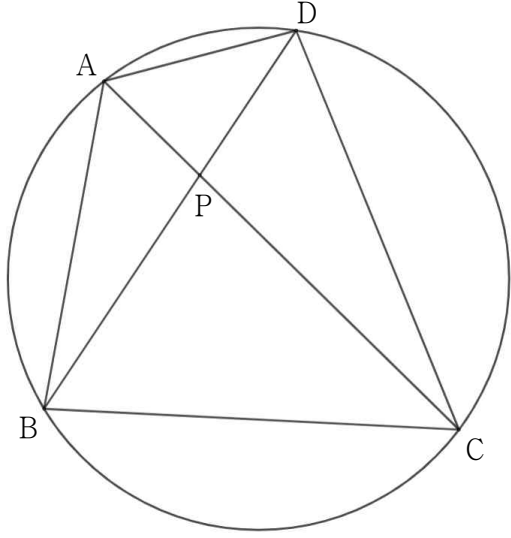
- ① $\frac{13}{8}$ ② $\frac{27}{16}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{29}{16}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

13. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 6, \overline{AD} = \sqrt{19}, \overline{CD} = 8$$

이 되게 한 원 위에 네 점 A, B, C, D를 잡고, 선분 AC와 선분 BD의 교점을 P라 하자. 삼각형 APB의 외접원의 넓이가 $\frac{48}{5}\pi$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? (단, $\frac{\pi}{2} < \angle APB < \pi$)

[4점]



- ① $\frac{73\sqrt{15}}{8}$ ② $\frac{153\sqrt{15}}{16}$ ③ $10\sqrt{15}$
 ④ $\frac{167\sqrt{15}}{16}$ ⑤ $\frac{87\sqrt{15}}{8}$

14. 함수 $f(x) = 6x^3 - 15ax^2 + 8a^2x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a 가 존재하지 않도록 하는 100 이하의 자연수 k 의 개수는? [4점]

열린구간 $(t, t+1)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖도록 하는 모든 정수 t 에 대하여 $|t|$ 의 값의 합은 k 이다.

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

15. 함수 $f(x) = a^{x-b}$ ($a > 1$)에 대하여, 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-x^2 + 14x - 39 < f(x)) \\ -x^2 + 14x - 39 & (-x^2 + 14x - 39 \geq f(x)) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a^2 + b + f(k-4)$ 의 값은?
(단, a , b , k 는 상수이다.) [4점]

(가) x 에 대한 방정식 $g(x) = g(t)$ 가 서로 다른 두 실근을 가지도록 하는 실수 t 의 값의 최솟값은 6이다.
(나) $t \leq p$ 인 모든 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $g(x) + t = f(x) - x^2 + 14x - 39$ 의 서로 다른 모든 실근의 합이 k 가 되도록 하는 실수 p 의 최댓값은 1이다.

- ① 34 ② 35 ③ 36 ④ 37 ⑤ 38

단답형

16. 부등식 $4^x \leq 5 \times 2^{x+1} + 24$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^2 - 5x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6+h) - f(6)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2 = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = -7, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k + c)^2 = 93$$

을 만족시키는 정수 c 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식

$$x^4 - 4x^3 + k = 0$$

의 서로 다른 모든 실근의 집합을 A 라 하자.

$A \subset \{x \mid -1 < x < 5\}$ 이 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. (단, $A \neq \emptyset$) [3점]

20. 상수 k ($-1 < k < 1$)에 대하여 $0 \leq x \leq 2$ 에서 부등식

$$\cos \pi x \leq k$$
의 해가 $\alpha \leq x \leq \alpha + \frac{8}{5}$ (α 는 상수)이다.

$0 \leq x \leq 2$ 에서 방정식

$$\cos^2 \pi x = 1 - k^2$$

의 실근 중 가장 큰 것을 β 라 할 때, $30 \times \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. $a_1 = 40$ 이고 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

모든 자연수 n 에 대하여

$\left| \log_2 \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$ 의 값은 1 또는 $\log_2 5$ 이다.

$a_6 = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

22. $f(0) = 5$ 이고 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 와 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $g(x)$ 에 대하여

$$f(g(x)) = f(x)$$

가 성립한다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(g(2)) + f(g(4))$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 3 을 극솟값으로 갖는다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow t+} g(x) \neq g(t)$ 이도록 하는 실수 t 의 값은 4 뿐이다.
 (다) $\lim_{x \rightarrow t} g(x)$ 가 존재하지 않도록 하는 실수 t 의 값은 0 뿐이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 『선택과목(미적분)』 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}}$ 의 값은? [2점]

- ① e ② e^2 ③ e^3 ④ e^4 ⑤ e^5

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 - 5t - 2\ln t, \quad y = \frac{t^3 - 2}{t}$$

위의 점 $(-4, -1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{7}{10}$ ③ $-\frac{4}{5}$ ④ $-\frac{9}{10}$ ⑤ -1

25. 두 직선

$$y = ex, \quad y = ax + 3$$

이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 일 때, 상수 a 의 값은?
(단, $0 < a < e$) [3점]

- ① $\frac{1}{e+1}$
 ② $\frac{1}{e-1}$
 ③ $\frac{e-1}{e+1}$
- ④ $\frac{e}{e-1}$
 ⑤ $\frac{e+1}{e-1}$

26. 첫째항이 4인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{(a_n)^2 - 1\}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} (a_n + 1)$$

이 모두 수렴하고 그 값이 각각 3, 5이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 23
 ② 25
 ③ 27
 ④ 29
 ⑤ 31

27. 부등식

$$\ln x + a \leq mx + n \leq x^2 + 3$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 두 실수 m, n 의
순서쌍 (m, n) 이 오직 한 개 존재할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\ln 2$
- ② $\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\ln 2$
- ③ $\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\ln 2$
- ④ $\frac{7}{2} + \frac{1}{4}\ln 2$
- ⑤ $\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\ln 2$

28. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x^2 + ax + b + \ln x & (x > 0) \\ cx & (x \leq 0) \end{cases}$$

실수 t ($t \neq -1$)에 대하여

$$\left\{ t \mid \frac{f(t) - f(-1)}{t + 1} \geq 0 \right\} = \{ t \mid t = 1 \text{ 또는 } t \geq \alpha \}$$

이고, $f'(-1) = f'(\beta)$ 인 양수 β 가 오직 한 개 존재할 때,
 $a \times b \times c$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{64}$
- ② $\frac{55}{128}$
- ③ $\frac{15}{32}$
- ④ $\frac{65}{128}$
- ⑤ $\frac{35}{64}$

단답형

29. 곡선 $y = x^2 e^x$ ($x \geq 1$) 위의 점 A에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 P, y 축과 만나는 점을 Q라 하고, 원점 O에 대하여 선분 OP의 길이가 t 일 때, 선분 OQ의 길이를 $f(t)$ 라 하자. $\frac{5}{e^2} \times f'\left(\frac{3}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 a 및 두 상수 b, c 와 함수 $f(x) = a(x^3 - 3x) + \frac{1}{2}$ 에 대하여 $b-2 < x < b+2$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = e^{\sin^2 \pi f(x-b)} + c \sin^2 \pi f(x-b)$$

이다. 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 가 극대가 되는 x 의 최솟값은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소인 x 의 개수가 5가 되도록 하는 a 의 최댓값은 $\frac{1}{12}$ 이다.

$4 \times (b + \ln |c|)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.