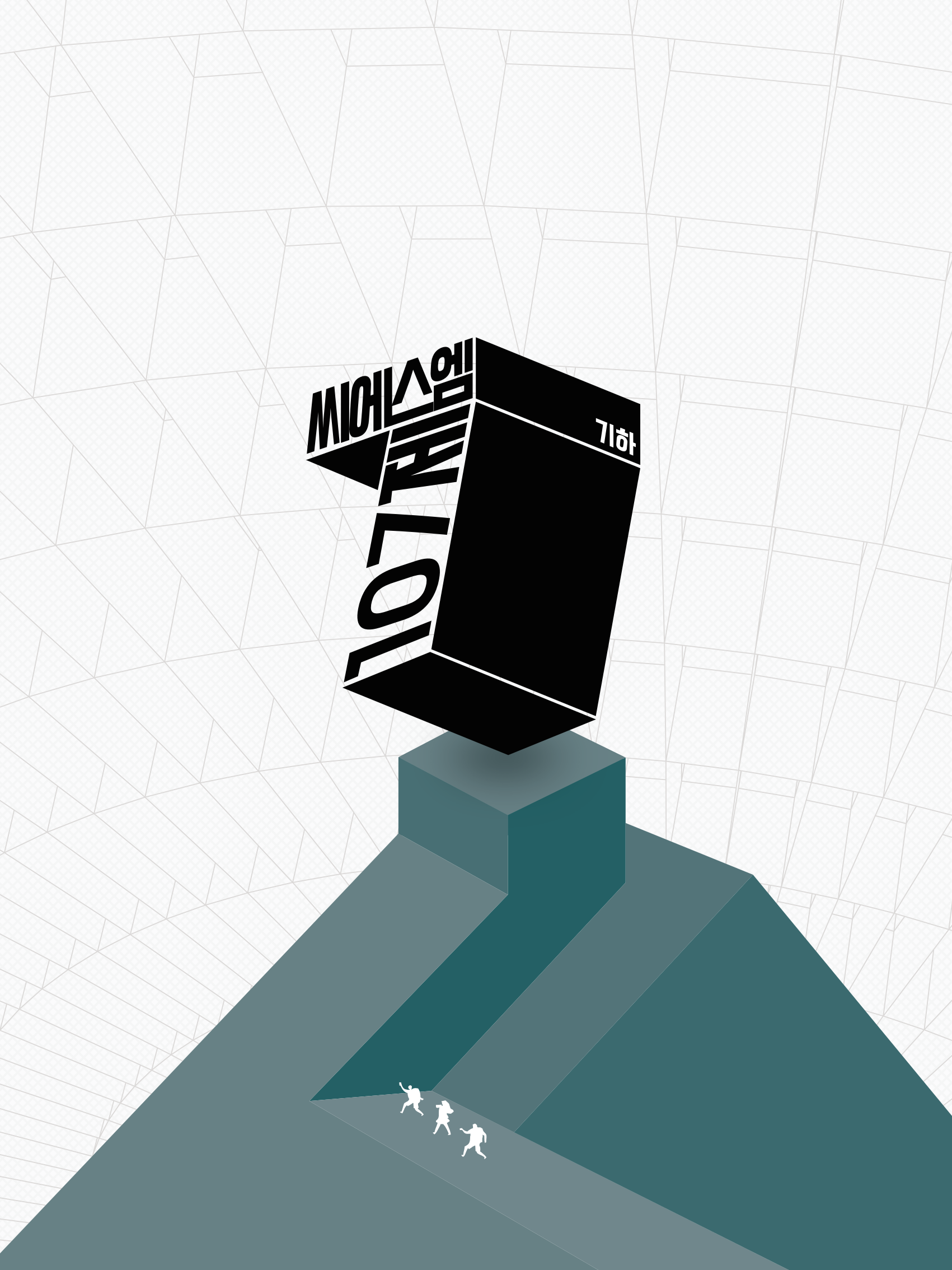




구성과 특징



시에스엠107제는 이렇게 다릅니다!

1. 단계별 실력 향상

문항의 난이도에 따라 WARMING UP, SPRINT로 파트를 구성했을 뿐만 아니라 별도의 5단계 난이도 표시를 하여 단계별 실력 향상이 가능합니다.

2. 세미킬러 문항 집중 분석 & 정복

STARTING BLOCKS를 통해 복합적인 사고를 요구하는 세미킬러 문항을 집중 분석해보며 해당 유형을 완벽하게 마스터할 수 있습니다.

3. 수능 적중 예상 핵심문제

최근 5개년 수능 및 모의고사를 완벽 분석 후, 출제 가능성이 가장 높은 문제를 엄선하여 문항의 출제 의도를 살리고 평가원이 제시한 스타일을 완벽하게 반영하였습니다.

4. 평가원과 동일한 표현 및 그림 제시

실제 수능 시험장에서 마주하게 될 표현 및 그림과 폰트, 여백, 선굵기 등 디테일한 부분까지 동일하게 맞추어 제작되었습니다.

5. 다양한 풀이 및 명쾌한 해설

문항의 출제 의도와 핵심을 짚어주는 명쾌한 해설 뿐 아니라 다양한 풀이 및 독특한 접근방식을 제시합니다. 또한, 문제 풀이에 도움이 되는 부연설명을 통해 기본 배경지식을 쌓을 수 있습니다.



WARMING UP 워밍업



수능의 핵심 3·4점 집중 훈련

상위권 도약을 위한 필수 3·4점 핵심 문항. 중위권은 약점 보완, 상위권은 빠르고 정확한 풀이 연습까지 한 번에 완성.

01 거듭제곱근

1

2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\log_6 \left(\frac{1}{12}n^2 + n - \frac{5}{3} \right)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수가 1이 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

2

자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식 $x^{2n} - 4x^n - 32 = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖는다. $(\alpha/\beta)^2$ 의 값이 정수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

① 50 ② 51 ③ 52 ④ 53 ⑤ 54

10 시에스엠 107제 수험서

3점으로 위밍업해서 준킬러, 그 이상의 세미킬러까지 스프린트!
수능수학 1등급을 위한 필수 N제



SPRINT
스프린트



준킬러, 그 이상의 세미킬러까지 고난도 문항 정복

1등급을 결정짓는 세미킬러 집중 훈련으로 고난도 문제 해결력 강화.
다양한 접근법을 통해 문제 해결력 및 수학적 사고력 끌어올리기.



STARTING BLOCKS
스타팅 블록



세미킬러 문항 풀이 전략 마스터

실전에서 문제 풀이 시간을 줄여주는 세미킬러 문항의 핵심 원리 및
단계별 풀이 전략으로 수능 만점에 도전.

링크 표시로 STARTING BLOCKS를 바로 확인 할 수 있습니다.

01 거듭제곱근

자연수 n 에 대하여 집합 $\left\{\frac{1}{a^2}\right\} \cup \{x \mid x^2 = \sqrt{2^n}, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 값을 $f(n)$ 이라 하자. 함수 $f(n)$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합은?

$f(1) \times f(2) \times \dots \times f(m)$ 의 값이 2^{10} 이하의 자연수가 되도록 하는 2 이상의 자연수 m 이 존재한다.

① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

14. 세미킬러 107점 수학1

STARTING BLOCKS

STEP 1 집합 $A = \left\{\frac{1}{a^2}\right\} \cup \{x \mid x^2 = \sqrt{2^n}, x \text{는 실수}\}$ 의 원소를 n 이 홀수일 때와 짝수일 때로 나누어 세 보고, 이를 통해 $f(n)$ 의 값을 n 이 홀수일 때와 짝수일 때로 나누어 세 보자.

STEP 2 $f(1), f(1) \times f(2), f(1) \times f(2) \times f(3), f(1) \times f(2) \times f(3) \times f(4)$ 의 값을 각각 직접 계산해 보고 **4번마다 반복되는 규칙**을 찾아보자.

STEP 3 m 을 4로 나누는 나머지가 얼마인지에 따라 나누는 후 (예를 들어, m 이 $4k-2, 4k-1, 4k, 4k+1$ 일 때로 나누어 보자.) $f(1) \times f(2) \times \dots \times f(m)$ 의 값을 k 에 대하여 나눠내고 마지막으로 부등식을 활용하자.

1. 필수원수영 로그필수 15



WARMING UP

01 거듭제곱근

1



2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\log_n \left(-\frac{1}{12}n^2 + n - \frac{5}{3} \right)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수가 1이 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

2



자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식 $x^{2n} - 4x^n - 32 = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖는다. $(\alpha\beta)^3$ 의 값이 정수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

- ❶ 다음과 같이 문제의 난이도를 5단계로 분배하였습니다.
최신 5개년 수능 및 모의고사를 기준으로 씨에스엠 107제 내 문제 난이도를 분석 및 분배하여 표기하였습니다.

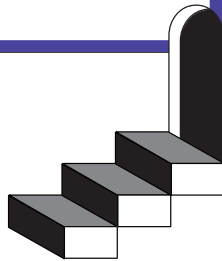
레벨	설명	세부설명
	어려운 3점 - 쉬운 4점	수능의 핵심인 어려운 3점 ~ 쉬운 4점 문항. 중위권은 핵심 문항 집중 훈련으로 약점을 보완하고, 상위권은 빠르고 정확하게 문항을 푸는 훈련으로 시간을 확보해보자.
	쉬운 4점	
	중간 4점	등급을 가르는 준킬러 정복을 위한 문항. 어렵더라도 시간을 들여 끝까지 문제를 해결하고 정복해보자.
	어려운 4점	
	세미킬러	최신 수능 기준 최고난도 수준의 문항. 1등급 도전을 위한 마지막 단계인 만큼 스스로 풀어내기 힘들다면 STARTING BLOCKS의 도움을 받아 마스터 해보자.

- ❷ 다음과 같이 문항별로 정답 여부와 본인이 문제를 왜 틀렸는지 바로 확인할 수 있도록 4단계 표시법을 제시하였습니다.

○ 맞음 △ 찍음 √ 실수 X 틀림	○ 맞음 △ 찍음 √ 실수 X 틀림	○ 맞음 △ 찍음 √ 실수 X 틀림	○ 맞음 △ 찍음 √ 실수 X 틀림
풀어서 맞음	찍어서 맞음	실수로 틀림	풀었는데 틀림
유형과 문항을 완벽하게 마스터 했다면, 해설과도 비교해보고 다른 풀이가 있으면 확인 후, 해당 풀이로도 다시 풀어보자.	찍어서 맞았다면 맞은 문제와 체크를 다르게 해놓고 해설을 보며 개념을 확인 한 후, 문제에 다시 한번 도전해보자.	실수로 틀렸다면 계산 실수인지 잘못 읽은 실수인지 확인하고, 다음번에는 이런 실수가 없도록 주의하며 문제를 풀자.	풀었는데 틀렸다면 해설을 보며 어떤 부분을 잘못 알고 있었는지 확인하고, 문제를 다시 한번 풀어보자.

방법 1

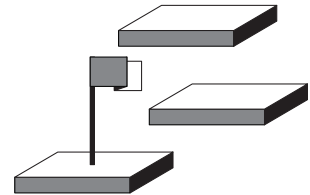
난이도를 점점 높여가며 실력을
완성하고 싶다면?



- ① 모든 단원의 WARMING UP 파트를 먼저 모두 풀며, 수능 핵심 3·4점 문항을 집중 훈련한다.
- ↓
- ② 틀린 문제에 대한 오답정리를 하며 모든 단원의 WARMING UP 파트를 마무리 한다.
- ↓
- ③ 그 다음, 모든 단원의 SPRINT 파트를 모두 풀며, 고득점을 위한 세미킬러까지의 고난도 문항을 집중 훈련한다.
- ↓
- ④ 틀린 문제에 대한 오답정리를 하며 모든 단원의 SPRINT 파트를 마무리 한다.
- ↓
- ⑤ STARTING BLOCKS를 통해 세미킬러 문항에 대한 나의 접근법을 검증하고 보완한다.

방법 2

단원별로 한 단원씩 정복해 나가고
싶다면?



- ① 순서에 따라 단원의 WARMING UP을 먼저 풀며 해당 단원에 핵심 3·4점 문항을 훈련한다.
- ↓
- ② 틀린 문제에 대한 오답정리를 하며 해당 단원의 WARMING UP 파트를 마무리 한다.
- ↓
- ③ 그 다음, 같은 단원의 SPRINT 파트를 모두 풀며, 해당 단원의 고난도 문항을 훈련한다.
- ↓
- ④ 틀린 문제에 대한 오답정리를 하며 해당 단원의 SPRINT, STARTING BLOCKS 파트를 마무리 한다.
- ↓
- ⑤ 단원의 모든 문제를 마스터하고 나면 다음 단원의 문제로 넘어가서 위와 동일한 방법으로 문제를 푼다.

검수에 도움을 주신 선 생 님 들

검수진

강진욱	고밀도 학원	김진원	경북대학교 수학교육과	성준우	광양제철고등학교	임재영	관저올림수학학원
고나윤	WYNK수학	김창규	대치학당	신재섭	그레이드원	임지민	피타고라스 수학회원
구재희	오산오성학원	김태균	수학강파학원	신정식	수입시학원	장보영	장보영 수학연구소
권용운	권용운수학학원	김태웅	구미 에듀플렉스	안재효	명인수학학원 고등관학원	정영운	하다학원
김경태	고수수학	김태중	이자경수학 정자관	엄시은	유투엠	정은주	씨풍수학
김동영	통쾌한 수학	김하늘	역경때도 수학전문	우상훈	청주 신수학전문학원	정재민	미래탐구 중계
김두진	아드폰테스	김하현	로지플 수학	유창선	학문당 입시학원	정훈석	시너스 학원
김민석	경북대학교 수학과	김한빛	한빛수학학원	육찬의	중앙대학교 수학과	조서현	전문과외
김민정	김민정수학	김효상	부산 코스터디학원	윤영욱	다플수학학원 세종	조성길	진학학원
김상호	압구정파인만 이촌특별관	나효명	열린아카데미	윤영찬	분당파인만 수지특별관	조성준	부산대학교
김성민	직관수학학원	남식훈	수학만	이광현	정교수학학원	주태빈	수학을권하다 산본
김성은	블랙박스수학과학전문학원	남영준	아르베수학학원	이동훈	부천최강,대치프레임	차승민	황제수학학원
김성현	효정고등학교	박규진	김포 하이스트	이만희	오르라수학전문학원	차지훈	대전 모티브에듀학원
김수인	개인과외	박기은	시대인재 목동	이민호	매쓰플랜수학학원 반석지점	최규종	울산 뉴토모수학전문학원
김순태	에스티수학학원	박래혁	대치에스학원, 인재의창, 5A시그니처	이상계	궁극의사고	최종민	오르고수학학원
김아름	압구정메이드학원	박민현	수원 이강학원/과천 현대수학	이상우	엔콕학원	최한솔	최강탐수학
김영복	수학을삼키다 보라매관	박수아	잠룡송천수학학원 분당캠퍼스	이상원	전문가집단영수학원	최현수	대치메이드학원
김영호	목동 사과나무	박영우	송파 구주이배학원	이승주	메가스터디 러셀	한경태	한경대수학전문학원
김윤기	가평고등학교	박인범	한양대-아이비수학	이원상	아이벙스 하이퍼	한명석	아드폰테스
김재경	서울참길학원	박진수	미소진 입시학원	이재희	대치메이드 일산후곡점	한문수	성빈에듀
김재하	대구 공감수학학원	박현주	매쓰플래너	이주형	sk수학학원	한시혁	메가스터디 러셀
김정원	메가스터디 송파	박현철	개념상상 대치, 위례솔수학	이준석	무소속	한태인	이투스 네오
김종국	브릿지	백신영	수학을 말하다	이지훈	연세대학교	홍성태	메가스터디, 대치메이드
김종용	송파 새움수학원	백주인	PoM수학	이태형	가토수학과학학원	홍정렬	H에듀 수학학원
김주연	메가스터디 러셀	서은주	레드매쓰수학학원 대치본원	이현우	이현우수학	황영웅	서청주 와이즈만 영재센터
김지훈	대치 시대중심	석지원	SMC 수학학원	임병수	모티브에듀학원	황태웅	평촌 해냄학원



기출 Rebirth

수학 I / 수학 II / 미적분 / 확률과 통계

엄선된 수능 기출문제와 고퀄리티 변형문제를 단계별로 학습하는 **수능 기출+변형 문제집**



Prep TEST 30

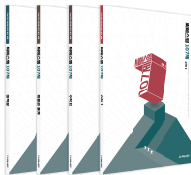
수학 I + 수학 II + 미적분 / 수학 I + 수학 II + 확률과 통계

수능 실전에서 꼭 맞춰야 하는 문제를 **시간 내에, 실수 없이** 연습하는 **미니 모의고사**



ENS EBS NEXT STEP 수능특강

수능 연계 핵심 아이디어에 평가원 스타일을 완벽 반영한 **수능특강 집중 훈련서**



씨에스엠 107제

수학 I / 수학 II / 미적분 / 확률과 통계

3점으로 위밍업해서 준킬러, 그 이상의 세미킬러까지 스프린트! **수능 대비에 최적화된 N제**



씨에스엠17 파이널 모의고사

일타들이 선택한, **6월·9월 EBS를 모두 반영**하는 유일무이 **파이널 봉투 모의고사**

CONTENTS

1

이차곡선

01	포물선	010
02	타원	012
03	쌍곡선	020
04	이차곡선의 활용	026
05	이차곡선과 접선	030

2

평면벡터

06	평면벡터의 크기	040
07	평면벡터의 내적	044
08	도형의 방정식	052

3

공간도형

09	삼수선의 정리	068
10	이면각	072
11	정사영	082
12	공간좌표	090

1

이차곡선

포물선

타원

쌍곡선

이차곡선의 활용

이차곡선과 접선

01

02

03

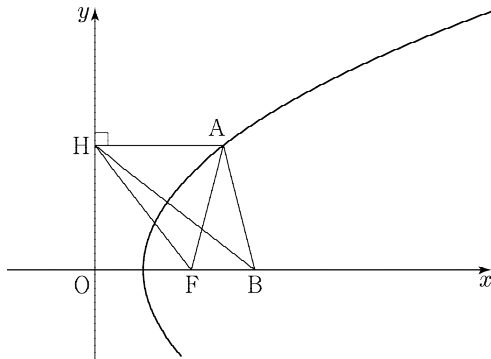
04

05

1



그림과 같이 포물선 $y^2 = 4p(x-2)$ ($p > 0$)의 초점을 F 라 하자. 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A와 x 축 위의 점 B를 $\overline{AF} = \overline{AB}$ 가 되도록 잡는다. 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 y 축 위의 점이다. $\sin(\angle FHB) = \frac{1}{4}$ 일 때, 선분 AH의 길이는? (단, $\overline{OF} < \overline{OB}$)



- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6

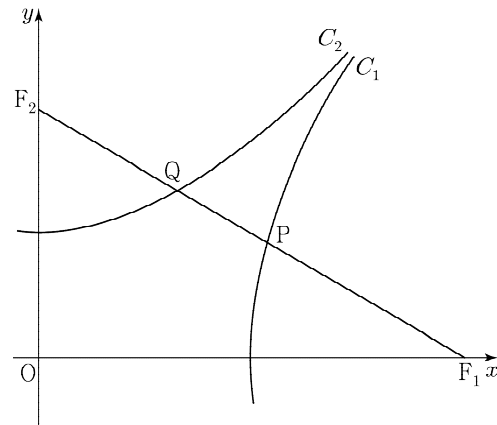
2



그림과 같이 점 $F_1(9, 0)$ 을 초점으로 하고 y 축을 준선으로 하는 포물선 C_1 과 점 $F_2(0, c)$ ($c > 0$)을 초점으로 하고 x 축을 준선으로 하는 포물선 C_2 에 대하여 선분 F_1F_2 가 두 포물선 C_1, C_2 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

$$\overline{F_2Q} : \overline{F_2O} = 2 : 3$$

일 때, $\overline{PQ} = a\sqrt{3} - b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, a 와 b 는 자연수이다.)





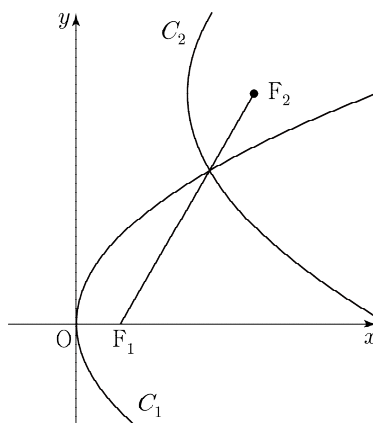
3



그림과 같이 양수 a 에 대하여 두 포물선

$$C_1 : y^2 = 8x, \quad C_2 : (y-a)^2 = 12(x-5)$$

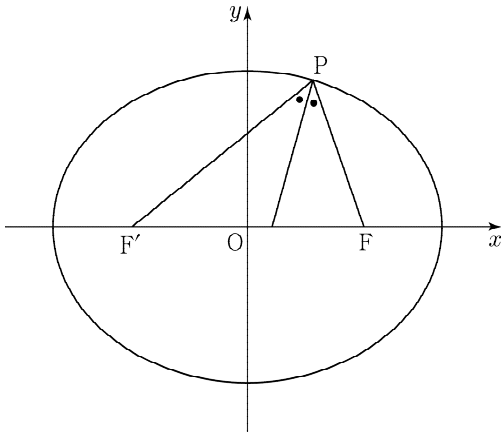
의 초점을 각각 F_1, F_2 라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 가 만나는 제1사분면 위의 점이
선분 F_1F_2 위에 있을 때, a^2 의 값을 구하시오.



4



그림과 같이 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 $\angle FPF'$ 의 이등분선과 x 축의 교점의 x 좌표가 $\frac{3}{5}$ 일 때, 삼각형 FPF' 의 넓이는? (단, P 는 제1사분면 위의 점이고, 점 F 의 x 좌표는 점 F' 의 x 좌표보다 크다.)

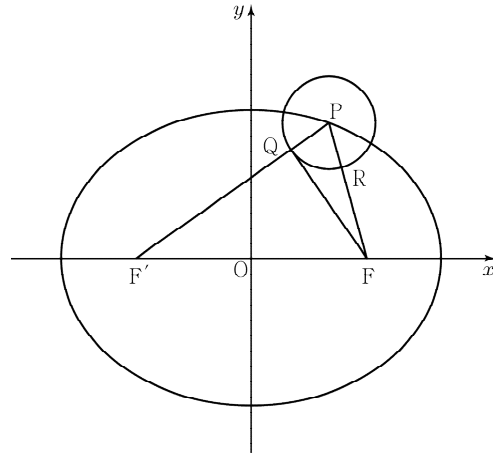


- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

5



그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하는 타원 위의 점 P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1 인 원과 선분 PF' 의 교점을 Q , 선분 PF 의 교점을 R 이라 하자. 선분 FQ 가 점 Q 에서 이 원과 접하고 삼각형 $RF'F$ 의 넓이는 $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ 이다. $\overline{FR} = 2$ 일 때, c 의 값은?



- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

6



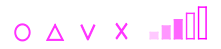
두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 인 타원

$$C: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

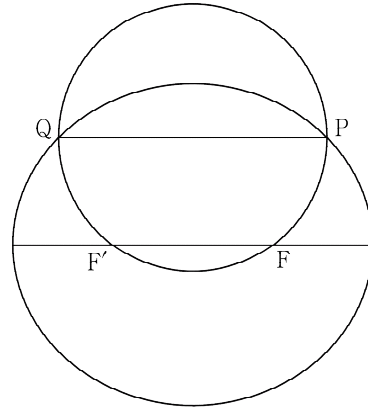
이 있다. 타원 C 위의 제 1사분면에 있는 점 P 에 대하여 삼각형 FPF' 은 예각삼각형이다. 점 F 에서 직선 PF' 에 내린 수선의 발을 Q , 점 F' 에서 직선 PF 에 내린 수선의 발을 R 이라 하자. $\overline{PQ}=1$, $\overline{PR}=2$ 일 때, $b \times c$ 의 값은? (단, $b > 0$)

- ① $4\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $6\sqrt{5}$ ④ $7\sqrt{5}$ ⑤ $8\sqrt{5}$

7



좌표평면 위에 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 두 초점 사이의 거리가 6인 타원이 있다. 이 타원 위의 두 점 P, Q 에 대하여 $\overline{PQ}=10$ 이고 선분 PQ 를 지름으로 하는 원이 두 점 F, F' 을 지날 때, 이 타원의 장축의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오.



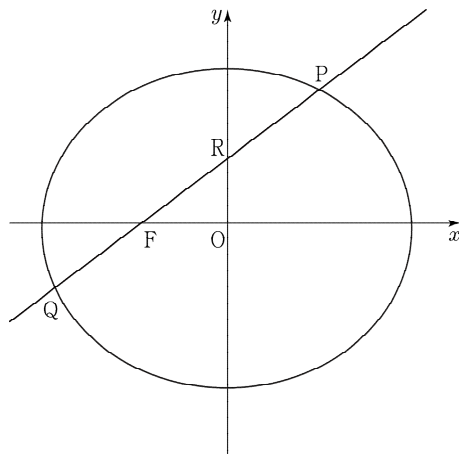
8



그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ ($a > 4$)의 초점 중 x 좌표가 음수인 것을 F 라 하자. 점 F 를 지나고 기울기가 양수인 직선이 타원과 만나는 점 중 제 1 사분면 위의 점을 P, 제 3 사분면 위의 점을 Q, y 축과 만나는 점을 R 이라 하자.

$$\overline{FR} = \overline{PR} = 5$$

일 때, 선분 QF 의 길이는?



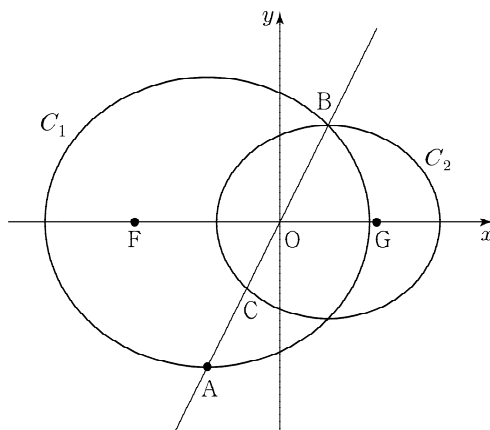
- ① 4 ② $\frac{29}{7}$ ③ $\frac{30}{7}$ ④ $\frac{31}{7}$ ⑤ $\frac{32}{7}$



9



그림과 같이 두 점 $F(-2, 0)$, O 를 초점으로 하고 점 $A(-1, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 타원을 C_1 이라 하자. 직선 OA 와 타원 C_1 이 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B 라 할 때, x 축 위의 점 중 x 좌표가 양수인 점 G 에 대하여 두 점 O, G 를 초점으로 하고 점 B 를 꼭짓점으로 하는 타원을 C_2 라 하자. 직선 OA 와 타원 C_2 가 만나는 점 중 B 가 아닌 점 C 에 대하여 선분 CG 의 길이는? (단, O 는 원점이다.)



- ① $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{5}}{9}$ ③ $\frac{8\sqrt{5}}{9}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{5}}{9}$



10

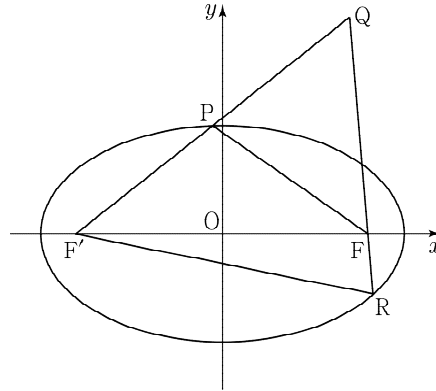


그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다.

타원 위의 점 중 제 2사분면에 있는 점 P 에 대하여 직선 PF' 위에 있고 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{PF'} = \overline{PQ}$ 가 되도록 잡을 때, 직선 QF 가 타원과 만나는 점 중 y 좌표가 음수인 점을 R 이라 하자.

$$\angle PF'R = \angle PFQ, \quad \overline{QF} = 5, \quad \overline{RF} = \frac{7}{5}$$

일 때, $6 \times a$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 양수이다.)





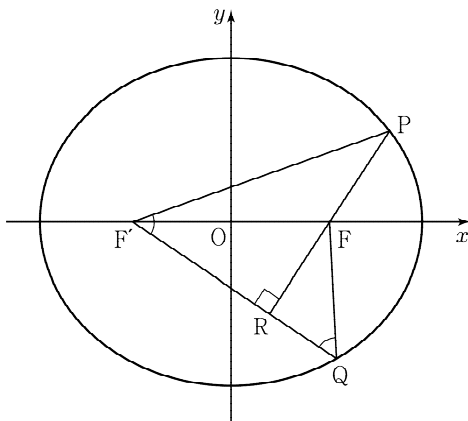
11



그림과 같이 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 인 타원 위의 두 점 P , Q 에 대하여 $\angle PF'Q = \angle FQF'$ 이다. 두 직선 PF 와 $F'Q$ 가 만나는 점을 R 이라 할 때,

$$\angle PRF' = \frac{\pi}{2}, \quad \overline{PF} = \overline{RF} = 4$$

이다. 선분 PQ 의 길이는? (단, 점 P 와 점 Q 의 x 좌표는 모두 양수이다.)



- ① $\sqrt{67}$ ② $\sqrt{70}$ ③ $\sqrt{73}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{77}$



12

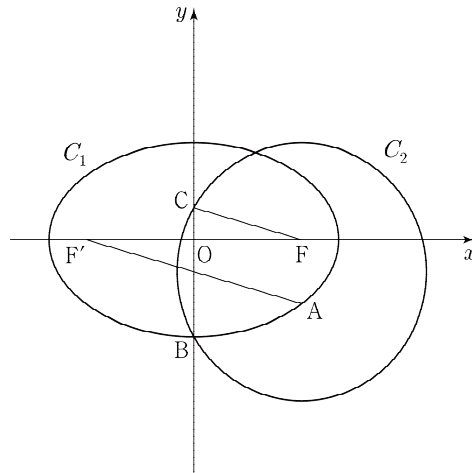


그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 이고 점 $A(c, -2)$ 를 지나는 타원

$C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 꼭짓점 중 y 좌표가 음수인 것을 B 라 하면 두 초점이 A, F 인 타원 C_2 가

타원 C_1 과 점 B 에서 만난다. 타원 C_2 가 y 축과 만나는 점 중 B 가 아닌 것을 C 라 할 때,

두 선분 CF 와 AF' 은 평행하다. 타원 C_2 의 장축의 길이는?



① 8

② $\frac{17}{2}$

③ 9

④ $\frac{19}{2}$

⑤ 10

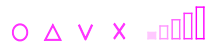


13



한 초점이 $F(c, 0)$ ($c > 0$) 인 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$ 과 중심이 $(0, 12)$ 이고 반지름의 길이가 r 인 원 C 가 있다. 타원 위의 점 P 과 원 C 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ} + \overline{PF}$ 의 최댓값이 30 일 때, 원 C 의 넓이를 S 라 하자. $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오.

14

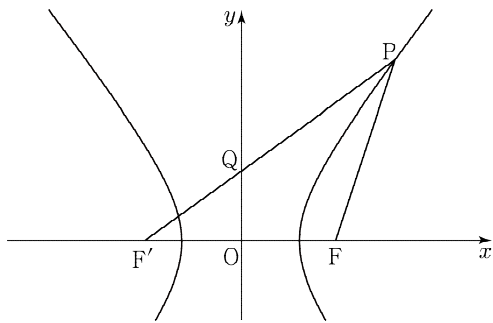


두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하고, 주축의 길이가 4인 쌍곡선 위의 점 중 제 1사분면 위의 점 P 에 대하여 선분 PF' 이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하자.

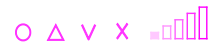
$$\overline{FF'} = \overline{PF} = \overline{PQ}$$

일 때, c 의 값은?

- ① $1 + \sqrt{5}$ ② $\frac{3+2\sqrt{5}}{2}$ ③ $2 + \sqrt{5}$
 ④ $\frac{5+2\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $3 + \sqrt{5}$



15



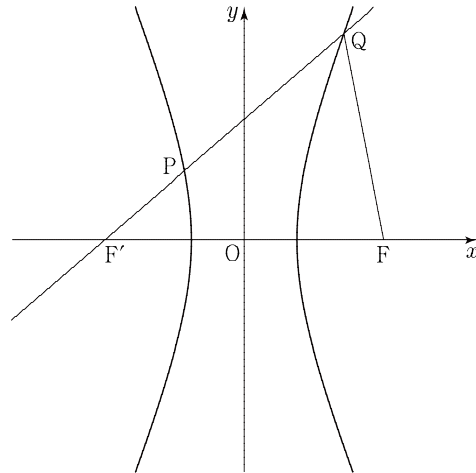
그림과 같이 초점이 $F(3, 0)$, $F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 이 점 } F' \text{을 지나고 기울기가 양수인 직선과}$$

두 점 P, Q 에서 만난다. 세 수

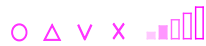
$$\overline{PF'}, \overline{QF}, \overline{QF'}$$

이 이 순서대로 공차가 $\overline{PF'}$ 인 등차수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ② $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ③ $\frac{3\sqrt{7}}{7}$
 ④ $\frac{4\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{7}}{7}$

16



두 꼭짓점의 좌표가 각각 $(4, 0)$, $(-4, 0)$ 인 쌍곡선의 두 초점을 각각 F, F' 이라 하고, 쌍곡선 위의 제 2 사분면의 점 P 에 대하여 직선 FP 가 쌍곡선과 제 1 사분면에서 만나는 점의 좌표를 Q 라 하자. 삼각형 PQF' 이 둘레의 길이가 24 인 이등변삼각형일 때, 삼각형 PQF' 의 넓이는? (단, 점 F 의 x 좌표가 점 F' 의 x 좌표보다 크다.)

- ① $4\sqrt{6}$ ② $5\sqrt{6}$ ③ $6\sqrt{6}$ ④ $7\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{6}$

17



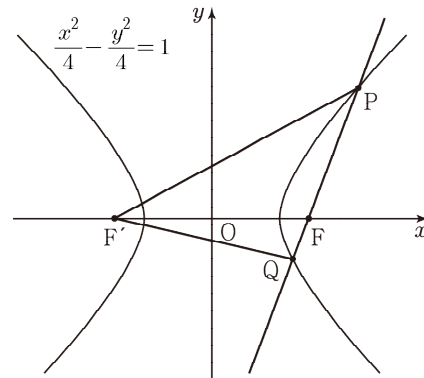
그림과 같이 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$

과 점 F 를 지나고 기울기가 양수인 직선이 만나는

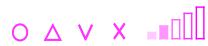
두 점을 P, Q 라 하자. $\overline{PQ} = \overline{QF'}$ 일 때, 선분 FQ 의 길이는?

(단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.)



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

18

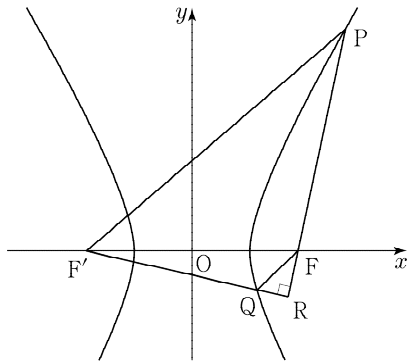


그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하고 주축의 길이가 6 인 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 제 1 사분면에 있는 점 P 와 제 4 사분면에 있는 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 직선 PF' , QF 는 서로 평행하다.

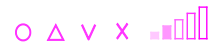
(나) $\overline{PF'} : \overline{QF} = 6 : 1$, $\overline{QF} > 2$

두 직선 PF , QF' 이 점 R 에서 만나고 $\angle FRQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 선분 RF 의 길이는?



- ① $\frac{8}{5}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ 2 ④ $\frac{11}{5}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

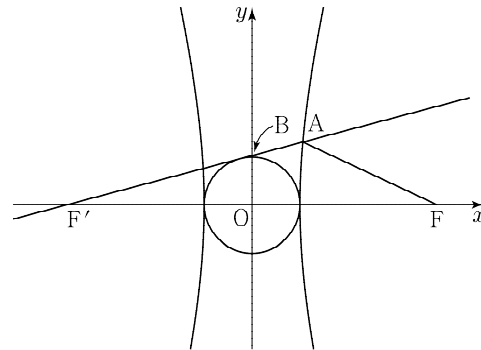
19



그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ ($a < 2$) 와 원 $x^2 + y^2 = a^2$ 이 있다.

점 F' 에서 원에 그은 접선이 쌍곡선과 만나는 점 중 제 1 사분면 위의 점을 A , 직선 AF' 이 y 축과 만나는 점을 B 라 하자.

$\overline{AF} - \overline{AB} = 2a$ 일 때, $a = p - q\sqrt{3}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 자연수이다.)





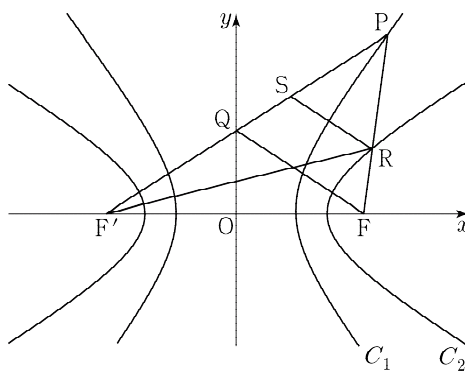
20



그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하고 주축의 길이가 각각 6, 8 인 두 쌍곡선 C_1 , C_2 가 있다. 쌍곡선 C_1 위의 점 중 제 1 사분면에 있는 점 P 에 대하여 선분 PF' 이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 선분 PF 가 쌍곡선 C_2 와 만나는 점을 R 이라 하자. 선분 PQ 위의 점 S 가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 $PF'R$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

(가) 선분 FQ 와 선분 RS 는 서로 평행하다.

(나) $\overline{PR} = \overline{PS}$, $\overline{RS} = 4$, $\cos(\angle F'RS) = \frac{7}{11}$





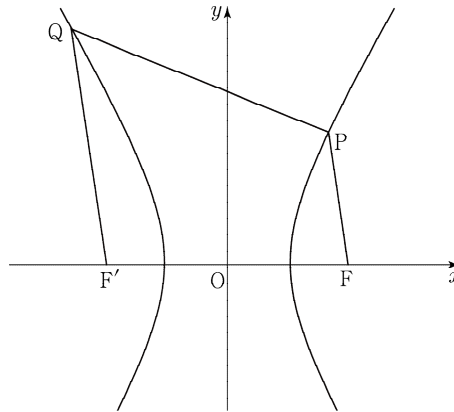
21



그림과 같이 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 와 제2사분면에 있는 점 Q 에 대하여 두 선분 PF 와 QF' 가 서로 평행하고

$$\overline{PF} = 2, \overline{QF'} = 4$$

일 때, 사각형 $FPQF'$ 의 넓이는? (단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$)



- ① $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $8\sqrt{2}$



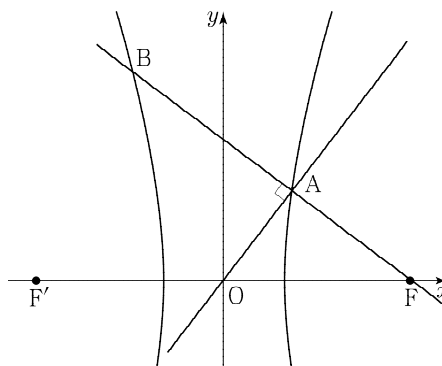
22



그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 쌍곡선 위의 점 중 제 1 사분면에 있는 점 A 에 대하여 직선 AF 가 쌍곡선과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B 라 할 때, 원점 O 에 대하여 두 직선 OA, BF 는 서로 수직이다. 점 A 의 y 좌표를 y_1 , 점 B 의 y 좌표를 y_2 라 하자.

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{7}{3}$$

일 때, $4 \times b^2$ 의 값을 구하시오. (단, b 는 양수이고, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.)

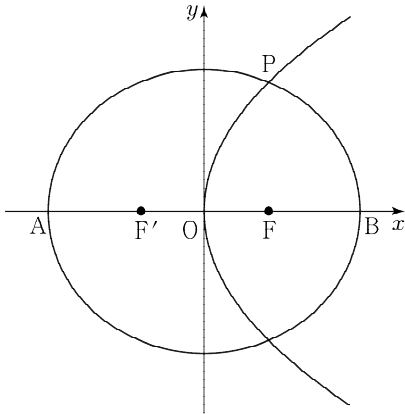


23



그림과 같이 x 축 위의 두 점 A, B에 대하여 장축이 선분 AB인 타원의 두 초점을 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이라 하자.

꼭짓점이 원점이고 초점이 F인 포물선과 타원이 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발이 타원 위에 있다. $\overline{BF} = \sqrt{3}$ 일 때, 선분 PF' 의 길이는?
(단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.)



- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$

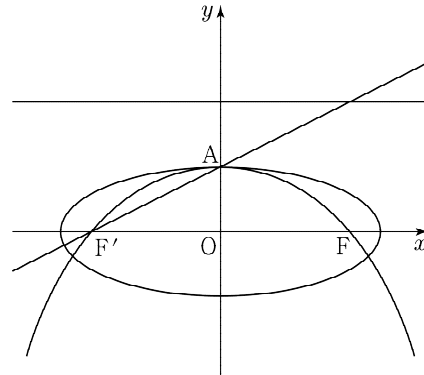
24



그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)과 점 $A(0, b)$ 를

꼭짓점으로 하고 원점 O를 초점으로 하는 포물선이 있다.

포물선이 타원의 두 초점 F, F' 을 지나고, 직선 AF' 이 포물선의 준선과 만나는 점의 x 좌표가 4일 때, 타원의 장축의 길이는? (단, 점 F' 의 x 좌표는 음수이다.)



- ① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{19}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{21}$ ⑤ $2\sqrt{22}$



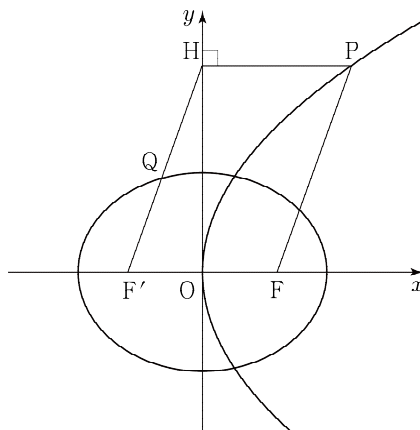
25



그림과 같이 두 점 $F(3, 0)$, $F'(-3, 0)$ 을 초점으로 하는 타원과 점 F 를 초점으로 하고 꼭짓점이 원점인 포물선 위의 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 선분 HF' 과 타원이 만나는 점 Q 가 다음 조건을 만족시킬 때, 타원의 장축의 길이는? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있고 타원 밖의 점이다.)

(가) 선분 $F'Q$ 과 선분 FP 는 평행하다.

(나) $\overline{F'F} = \overline{QF}$



① 9

② 10

③ 11

④ 12

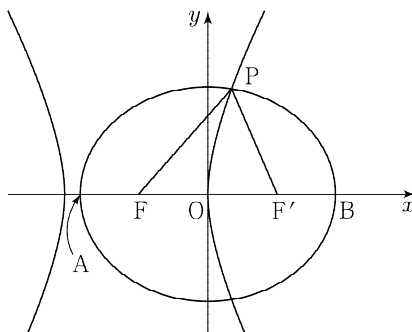
⑤ 13



26



그림과 같이 두 점 $A(-6, 0)$, $B(6, 0)$ 에 대하여 선분 AB 가 장축이고 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원과, 두 점근선의 교점이 F 이고 점 F' 을 초점 중 하나로 갖는 쌍곡선이 있다. 쌍곡선이 원점을 지나고, 쌍곡선과 타원이 제 1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, $\overline{PF} = \overline{PF'}$ 이다. 점 F' 의 x 좌표가 $2\sqrt{a}-b$ 일 때, $10a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 점 F' 의 x 좌표는 양수이고, a 와 b 는 자연수이다.)

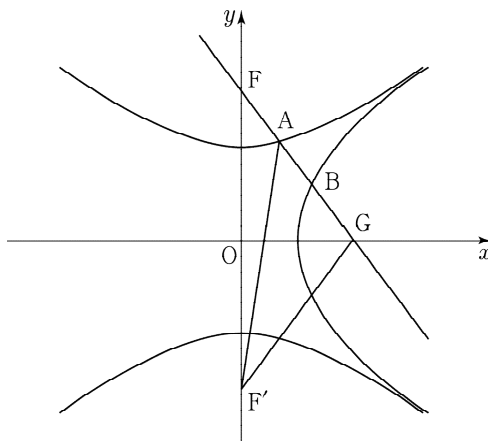




27



그림과 같이 두 점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하고 주축의 길이가 10 인 쌍곡선과 점 $G(2k, 0)$ ($k > 0$) 을 초점으로 하고 점 $(k, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 포물선이 있다. 직선 FG 와 쌍곡선이 제 1 사분면에서 만나는 점을 A 라 하고, 직선 FG 와 포물선이 제 1 사분면에서 만나는 점을 B 라 할 때, 삼각형 $AF'G$ 의 둘레의 길이가 30 이고, 점 B 의 x 좌표가 $\frac{15}{4}$ 이다. 쌍곡선의 한 점근선과 점 G 사이의 거리는?

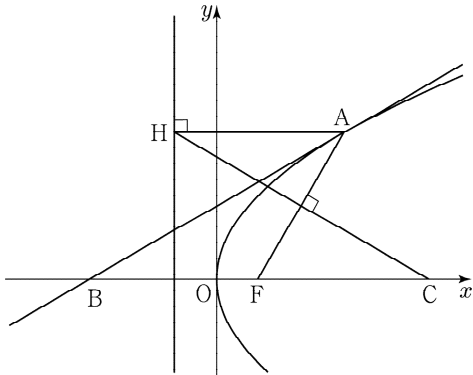


- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

28

○ △ ∇ × ■ □ ▨ ▩

그림과 같이 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4px$ ($0 < p < 6$) 위의 x 좌표가 6 인 점 A 에서의 접선과 x 축과의 교점을 B , 점 A 에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{AH} : \overline{BC} = 1 : 2$ 를 만족시키는 x 축 위의 한 점 C 에 대하여 두 선분 AF, CH 가 서로 수직일 때, 선분 CH 의 길이는? (단, 점 A 는 제1사분면 위의 점이다.)

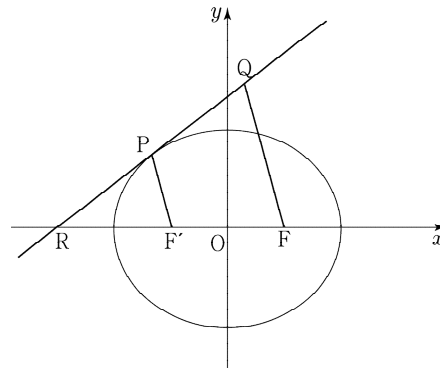


- ① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

29

○ △ ∇ × ■ □ ▨ ▩

그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 P 에서 타원에 접하는 직선을 l 이라 하자. 점 F 를 지나고 직선 PF' 과 평행한 직선이 직선 l 과 만나는 점을 Q , 직선 l 이 x 축과 만나는 점을 R 이라 하자. $\overline{RP} = \overline{PQ}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?



- ① $\frac{\sqrt{14}}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{7}$ ④ $\frac{2\sqrt{5}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{22}}{7}$



30



타원 $C : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 중 제 1 사분면 위를 움직이는 점 P 가 두 점 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 OAP 의 넓이의 최댓값은?

타원 C 와 삼각형 OAP 가 만나는 점의 개수는 2 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

31



두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 점 P 와 두 점 F , F' 을 지나는 원을 C 라 하자. 쌍곡선 위의 점 P 에서 그은 접선이 원 C 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하면 $Q(0, -1)$ 이다. $\angle PQF' = \frac{\pi}{2}$ 이고 사각형 $PF'QF$ 의 넓이가 8 일 때, c 의 값은? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

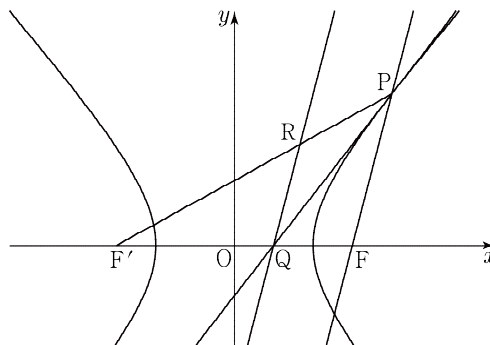
32



그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 위의 점 중 제 1 사분면 위의 점 P 에서 그은 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 선분 PF' 위의 점 R 에 대하여 직선 RQ 가 직선 PF 와 평행하고,

$$\overline{PR} = \frac{1}{3} \times \overline{PF} + \frac{4}{3}$$

이다. 삼각형 $PF'F$ 의 둘레의 길이를 구하시오.





33



쌍곡선 $\frac{9x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ 과 함수 $y = m|x-1| - 3$ 의 그래프가 한 점에서만 만나도록 하는 모든 양수

m 의 값의 합이 12 일 때, a^2 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18



34



좌표평면에 세 점

$$A(a, 0), B\left(0, \frac{a}{3}\right), C(4, 0)$$

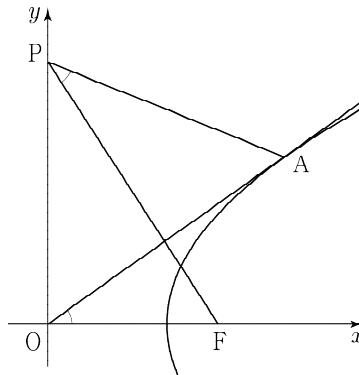
이 있다. 선분 AB 위의 y 좌표가 양수인 모든 점 P에 대하여 삼각형 OCP의 둘레의 길이가 16 이상이 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



35



그림과 같이 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 8(x-4)$ 위의 점 A에서의 접선이 원점 O를 지난다. y 축 위의 점 P가 $\angle AOF = \angle APF$ 를 만족시킬 때, 삼각형 OAP의 넓이는? (단, 점 A는 제1사분면 위의 점이고 점 P의 y 좌표는 양수이다.)



- ① $16\sqrt{2}$ ② $24\sqrt{2}$ ③ $32\sqrt{2}$ ④ $40\sqrt{2}$ ⑤ $48\sqrt{2}$



36



두 양수 a, p 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 양수 t 의 값의 범위가 $\sqrt{5} < t < 3$ 일 때,

$18 \times \left(\frac{a}{p}\right)^2$ 의 값을 구하시오.

곡선 $y^2 = 4px$ 위의 점 $(t, 2\sqrt{pt})$ 에서의 접선이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고, 두 점 P, Q의 y 좌표의 곱이 양수이다.



37



두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 와 직선 $y = mx + n$ ($m > 0$) 위를 움직이는 점 P 에 대하여

$$(\overline{AP} - 2)^2 = (\overline{BP} - 1)^2$$

을 만족시키는 점 P 는 P_0 뿐이다. 점 P_0 의 x 좌표가 음수일 때, $m \times n$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{3}$

② 4

③ $2\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{7}$



MEMO



2

평면벡터

평면벡터의 크기

평면벡터의 내적

도형의 방정식

06

07

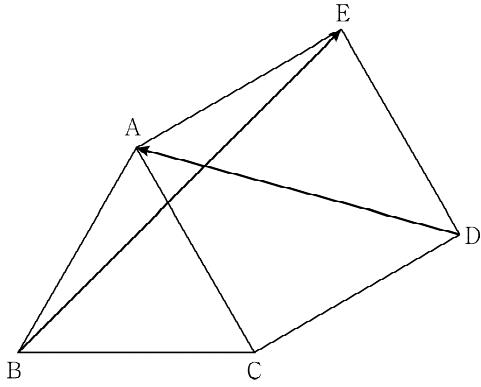
08



38



그림과 같이 변 AC를 공유하는 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 정사각형 ACDE에서 $|\vec{BE} + \vec{DA}|$ 의 값은?



- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4

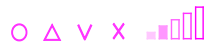
39



한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC에 대하여 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 D라 하고 선분 AD의 중점을 E라 할 때, $|\vec{AD} + \vec{CE}|$ 의 값은?

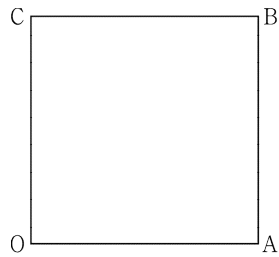
- ① $5\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

40



좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OABC$ 가 있다.
점 O 를 중심으로 하는 원 C 를 움직이는 점 P 에 대하여
 $|\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB}|$ 의 최댓값이 30일 때, $|\overrightarrow{PC}|$ 의 최솟값은?

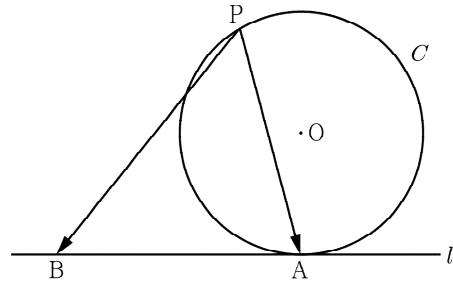
- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$



41



그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 와
원 C 위의 점 A 에서의 접선 l 이 있다. 원 C 위의 점 P 와
 $|2\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{BA}| = 2\sqrt{2}$ 를 만족시키는 직선 l 위의 점 B 에 대하여
 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 의 최댓값은?



- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}+1$ ③ $2\sqrt{2}+2$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}+1$

42



좌표평면에 반지름의 길이가 2이고 중심이 O 인 원 C 와 직선 l 이 있다. 점 O 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 A 라 할 때, $|\overrightarrow{OA}|=1$ 이고, 원 C 위의 점 P 와 직선 l 위의 점 Q 가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{AQ}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

$$(가) \quad |\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}| = 3$$

$$(나) \quad |\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| \leq \sqrt{29}$$



43

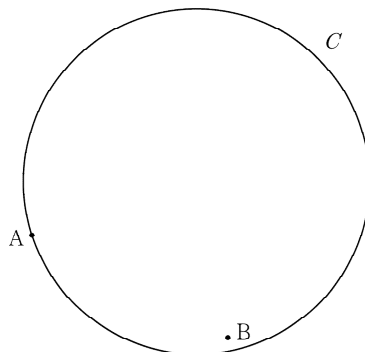


반지름의 길이가 4 인 원 C 위의 한 점 A 와 원 C 내부의 점 B 가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BP}|$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 를 X , 최소가 되도록 하는 점 P 를 Y 라 하자.

$$|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BX}| = 10, \quad |\overrightarrow{AY}| = 6$$

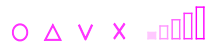
일 때, $|\overrightarrow{BY}|$ 의 값은?

- ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{19}}{2}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{\sqrt{21}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{22}}{2}$





44



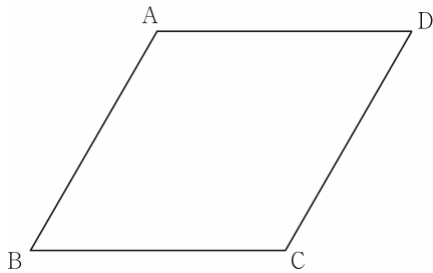
$\overline{AB} = 2$ 이고 넓이가 $2\sqrt{3}$ 인 평행사변형 ABCD 가 있다.

선분 BD 위의 임의의 점 P, Q 에 대하여

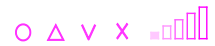
$$\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{AC}$$

일 때, $|\overrightarrow{AC}|$ 의 값은? (단, $\angle ABC < \frac{\pi}{2}$)

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$



45



좌표평면에서 점 A(3, 0) 과 중심의 y 좌표가 양수이고 x 축에

접하는 원 C 위의 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값이 12,

최솟값이 3 일 때, 원 C 의 중심의 좌표는 (a, b) 이다.

$a+3b$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

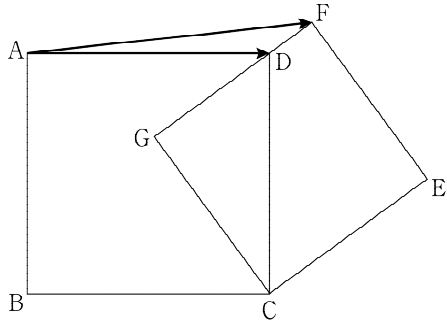
46

○ △ √ × ■ □ ▢ ▣

그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD와 정사각형 CEFG가 있다.

$$4\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{AF}$$

일 때, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF}$ 의 값은?



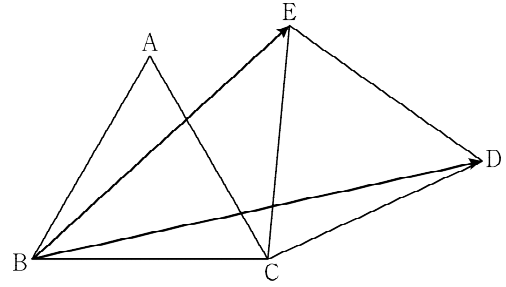
- ① 27 ② $\frac{55}{2}$ ③ 28 ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ 29

47

○ △ √ × ■ □ ▢ ▣

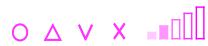
그림과 같이 한 변의 길이가 2인 두 정삼각형 ABC, CDE가 있다. $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = 10$ 일 때, $\sin(\angle ACE)$ 의 값은?

(단, $\angle ACE < \frac{\pi}{3}$)

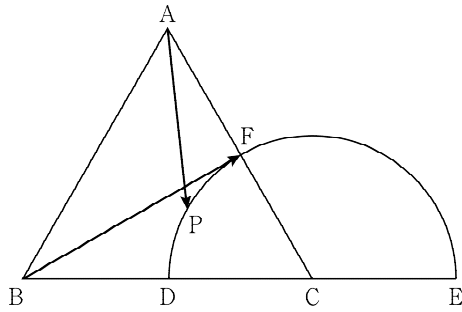


- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{7}$

48

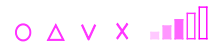


그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에 대하여 선분 BC의 중점을 D, 선분 BC를 3:1로 외분하는 점을 E라 할 때, 선분 DE를 지름으로 하는 반원의 호 DE와 선분 AC의 교점을 F라 하자. 반원의 호 DE위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값은?



- ① $-\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ② $-3\sqrt{3}$ ③ $-\frac{5\sqrt{3}}{2}$
 ④ $-2\sqrt{3}$ ⑤ $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

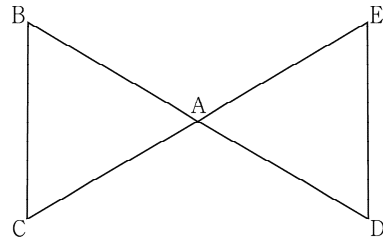
49



그림과 같이 직선 BC와 직선 DE가 평행하고, 한 변의 길이가 2인 두 정삼각형 ABC, ADE가 있다. 선분 BC 위의 점 P와 선분 AE 위의 점 Q에 대하여

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0, \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{QE} = -\frac{5}{4}$$

일 때, $|\overrightarrow{PD}|$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{53}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{55}}{2}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\frac{\sqrt{57}}{2}$



50



길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 두 점 P, Q가

$$\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 2$$

를 만족시킨다. 두 점 P, Q에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이라 하자.

$|\overrightarrow{PQ}|$ 의 값이 최소일 때, $|\overrightarrow{PQ'} + \overrightarrow{QP'}|$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

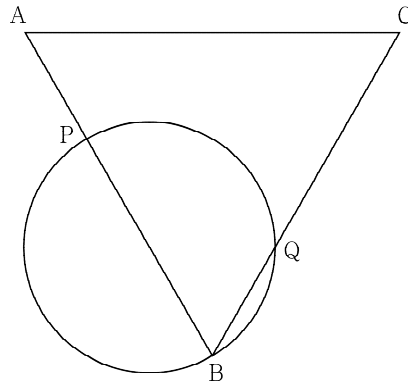
④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

51



그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AB 위의 점 P에 대하여 선분 BP를
지름으로 하는 원이 직선 BC와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 Q라 하자. $|\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BQ}| = |\overrightarrow{BR}|$ 을
만족시키는 선분 AC 위의 점 R을 점 A와 가까운 순서대로 X, Y라 할 때, $|\overrightarrow{XY}| = 3$ 이다.
 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 의 값은?



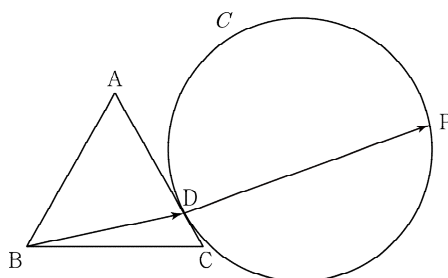
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



52



그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC 에 대하여 중심이 삼각형 ABC 의 외부에 있고 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$ 인 원 C 가 선분 AC 위의 점 D 에서 선분 AC 와 접하고 원 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DP}$ 의 최댓값이 $\frac{25}{8}\sqrt{21}$ 일 때, 선분 AD 의 길이는? (단, $\overline{AD} > \frac{3}{2}$)



- ① $\frac{12+7\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{12+5\sqrt{3}}{8}$ ③ $\frac{12+3\sqrt{3}}{8}$
- ④ $\frac{10+5\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{10+3\sqrt{3}}{8}$



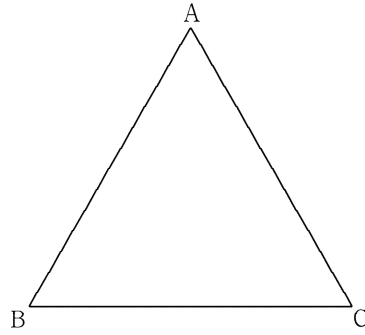
53



그림과 같이 평면에 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC 가 있다. 삼각형 ABC 의 변 위를 움직이는 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$(\vec{AP} + \vec{BP} + \vec{CP}) \cdot \vec{AB}$ 의 최댓값과 최솟값이 각각 $|\vec{AB}|$, 1이다.

$\vec{AP} \cdot \vec{BC}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $12 \times (M - m)$ 의 값을 구하시오.





54



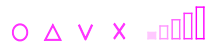
반지름의 길이가 1 인 두 원 C_1, C_2 가 외접하고 있다. 두 원의 중심 O_1, O_2 와 원 C_1 위의 점 P , 원 C_2 위의 점 Q 에 대하여

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{O_1O_2} = 4, \quad |\overrightarrow{PO_1} + \overrightarrow{QO_2}| = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

일 때, $|\overrightarrow{PQ}|^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



55



좌표평면 위의 두 점 A, B에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P는 P_1 또는 P_2 이다.

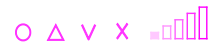
$$(가) \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$$

$$(나) \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{PA} + \frac{1}{4} \overrightarrow{PB} \right) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$|\overrightarrow{P_1P_2}| = 6$ 일 때, $|\overrightarrow{AB}|$ 의 값은?

- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

56



좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$ 에 대하여 선분 AB의 중점을 M이라 하자.

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$$

을 만족시키는 점 P와

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{MQ} = -4$$

를 만족시키는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최솟값은?

(단, O는 원점이다.)

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$



57



좌표평면에서 두 점 $A(0, 4)$, $B(3, 0)$ 에 대하여

$$\overrightarrow{AX} \cdot \overrightarrow{BX} = 0, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OX} \geq 3$$

을 만족시키는 점 X 의 집합이 나타내는 도형의 길이는?
(단, O 는 원점이다.)

- ① 3π ② $\frac{10}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{3}\pi$ ④ 4π ⑤ $\frac{13}{3}\pi$

58



좌표평면에서 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(p, q)$ 에 대하여
점 P 가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$ 의 값은?
(단, p 와 q 는 양수이다.)

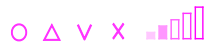
$$(가) \quad |\overrightarrow{BP}|^2 = p^2$$

(나) $t\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OP}$ 를 만족시키는 실수 t 는 2뿐이다.

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19



59



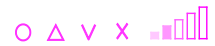
좌표평면 위의 두 점 $A(1, 0)$, $B(0, k)$ ($k > 0$) 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P 가 오직 하나 존재할 때, 상수 k 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

(가) 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 Q 에 대하여
 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OQ}$ 이다.

(나) 모든 실수 t 에 대하여
 $\overrightarrow{OP} = 3t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OB}$ 이다.

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

60



좌표평면 위에 두 점 $A(3, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$ 이 있다. 선분 OB 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OP}$ ($0 \leq t \leq 1$)

(나) $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA}$

점 Q 가 나타내는 도형의 길이는? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{3}{8}\pi$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{5}{8}\pi$ ④ $\frac{3}{4}\pi$ ⑤ $\frac{7}{8}\pi$

61



좌표평면에서 반원의 호 $x^2 + y^2 = 1$ ($y \geq 0$) 위의 점 $P(a, b)$ 와 원 $(x-3)^2 + y^2 = 1$ 위를 움직이는 점 X 에 대하여

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OX} \geq 0$$

을 만족시키는 점 X 가 나타내는 곡선의 길이가 $\frac{\pi}{2}$ 일 때, $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이고, O 는 원점이다.)



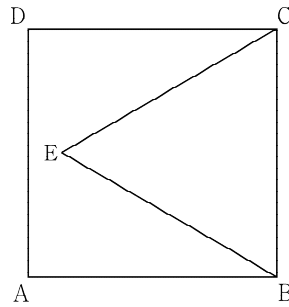
62



그림과 같이 정사각형 ABCD 가 있고 삼각형 EBC 가 정삼각형이 되도록 정사각형 ABCD 의 내부에 점 E 를 잡는다. 정삼각형 EBC 위의 점 P 에 대하여

$$\overrightarrow{AP} = t(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + a\overrightarrow{AE}$$

를 만족시키는 실수 t 의 값의 개수가 1 이 되도록 하는 양수 a 의 값에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오.





63



좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위를 움직이는 점 P 와 $\overline{OQ} \leq 3\sqrt{2}$ 를 만족시키고
직선 $x - y - 3\sqrt{2} = 0$ 위를 움직이는 점 Q 에 대하여

$$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키는 점 R 이 나타내는 도형의 넓이가 $a\pi + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이고, a 와 b 는 정수이다.)



64



좌표평면에 $x^2 + y^2 = 1$ 인 원 위를 움직이는 점 P 와 직선 $y = 2x + k$ 위를 움직이는 점 Q 가 있다.
네 점

$$A(1, 1), B(1, 0), C(2, 0), D(2, 1)$$

을 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD 의 변 위의 임의의 점 X 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키는 두 점 P, Q 가 존재하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,
 Mm 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

① $-3\sqrt{5}-1$

② $-3\sqrt{5}$

③ $-2\sqrt{5}-1$

④ $-2\sqrt{5}$

⑤ $-\sqrt{5}-1$



65



좌표평면에서 원 $C : x^2 + y^2 = 4$ 와 점 $A(k, 0)$ ($-5 < k \leq 2$)가 있다. 원 C 위의 y 좌표가 양수인 점 P 중에서

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 6 \times |\overrightarrow{AP}|$$

를 만족시키는 원 C 위의 점 Q 가 하나뿐이도록 하는 점 P 를 각각 X, Y 라 할 때, $|\overrightarrow{XY}| = 2$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. (단, $\overline{AX} < \overline{AY}$)



66



한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC가 있다. 선분 CA 위의 점 P를 중심으로 하고 점 C를 지나는 원 위를 움직이는 점 Q와 실수 k 에 대하여

$$\overrightarrow{PC} = k(\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BQ})$$

를 만족시키는 점 Q의 개수가 1일 때, $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{PC} = p\sqrt{3} - q$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 유리수이다.)



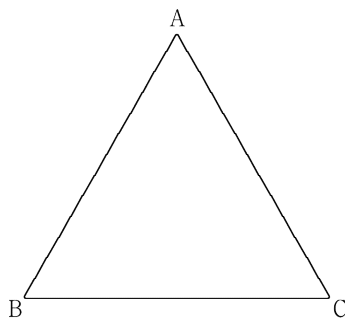
67



좌표평면에 정삼각형 ABC 가 있다. 다음 조건을 만족시키는 점 P 가 오직 하나 존재할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 하자. $\sqrt{3} \times S$ 의 값을 구하시오.

$$(가) \quad |\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB}|^2 = 4\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} + 9$$

$$(나) \quad \overrightarrow{CP} = 3k\overrightarrow{CA} + k\overrightarrow{CB} \text{ 를 만족시키는 실수 } k \text{ 가 존재한다.}$$





68



좌표평면 위에 점 $A(3, 0)$ 과 원 $C : (x-1)^2 + y^2 = 1$ 이 있다. 다음 조건을 만족시키는 원 C 위의 원점 O 가 아닌 점 P 를 각각 P_1, P_2 라 하자.

점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때,

$$\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{PH} = k \overrightarrow{AX} \quad (k \text{ 는 실수})$$

를 만족시키는 원 C 위의 점 X 가 오직 하나 존재한다.

$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



69



좌표평면에 원 $C : x^2 + (y-2)^2 = 1$ 위의 점 P 에 대하여 점 Q 는 $\overrightarrow{2OP} = \overrightarrow{OQ}$ 를 만족시킨다.

점 P 가 원 C 위를 움직일 때, 선분 PQ 위를 움직이는 점 X 에 대하여

$$\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OX}$$

를 만족시키는 점 Y 가 나타내는 도형의 경계 및 내부를 D 라 하자. D 의 넓이를 $a\pi + b\sqrt{3}$ 이라 할 때, $6ab$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, a 와 b 는 유리수이다.)



70



좌표평면에서 점 $G(-1, 1)$ 에 대하여 $|\overrightarrow{GP}|=1$ 을 만족시키는 점 P 가 있다. 네 점 $A(2, 2)$, $B(2, 0)$, $C(4, 0)$, $D(4, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $ABCD$ 의 경계 및 내부에 있는 점 Q 에 대하여

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} \geq 0$$

을 만족시키는 점 Q 가 나타내는 영역의 넓이가 2 가 되도록 하는 점 P 를 P_1, P_2 라 할 때,

$\overrightarrow{AP_1} \cdot \overrightarrow{AP_2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



71



좌표평면에서 두 점 $A(3, 0)$, $B(1, -2\sqrt{2})$ 와 $b \leq 0 \leq a$ 인 점 $P(a, b)$ 에 대하여

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} \leq 3, \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} \leq 3$$

을 만족시킨다. 선분 OB 위를 움직이는 점 X 에 대하여

$$\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OX}$$

를 만족시키는 점 Y 가 나타내는 도형의 경계 및 내부를 D 라 할 때, D 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{2}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



72



좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$ 에 대하여 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $\angle ABQ$ 의 크기의 최댓값을 θ 라 하자. $\tan \theta$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

(가) $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 8$

(나) $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{QP}$

(다) $\overrightarrow{AQ} = t\overrightarrow{AO} + (1-t)\overrightarrow{AP}$ (t 는 실수)

① $\frac{\sqrt{3}}{6}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

3

공간도형

삼수선의 정리

이면각

정사영

공간좌표

09

10

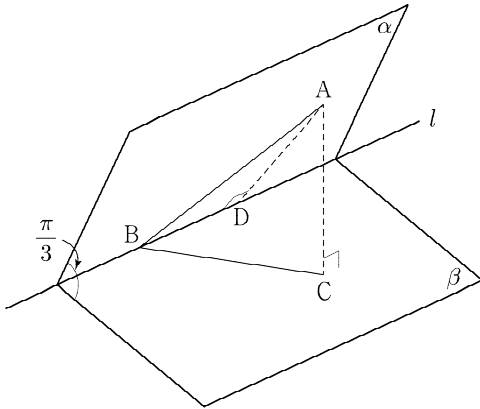
11

12

73

○ △ ∇ × ■ □ ▨ ▩

그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A 와 교선 l 위의 점 B 가 있다. 점 A 에서 평면 β 와 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AB}=3\sqrt{2}$, $\overline{BC}=3$ 일 때, 선분 BD 의 길이는?



- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

74

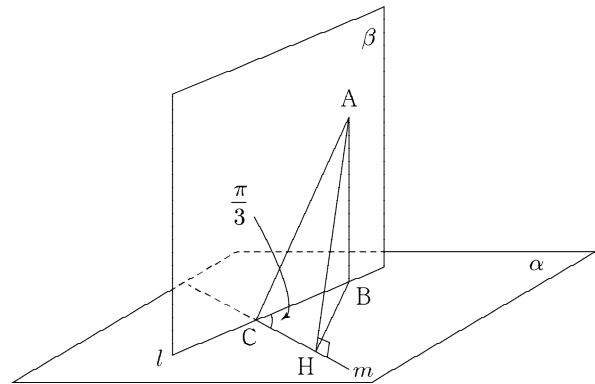
○ △ ∇ × ■ □ ▨ ▩

그림과 같이 서로 수직인 두 평면 α, β 의 교선 l 위의 두 점 B, C 와 평면 β 위의 점 A 가

$$\overline{AB}=4, \overline{BC}=2, \overline{AB} \perp \overline{BC}$$

를 만족시킨다. 점 C 를 지나는 평면 α 위의 직선 m 에 대하여 점 A 에서 직선 m 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때,

$\angle BCH = \frac{\pi}{3}$ 이다. 삼각뿔 $ABCH$ 의 부피는?

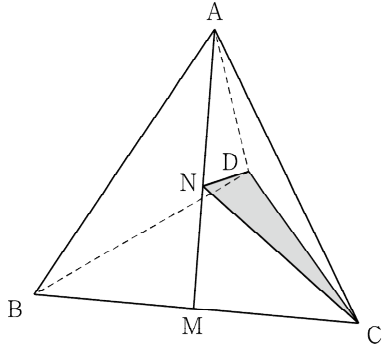


- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

75



그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정사면체 ABCD가 있다.
 선분 BC의 중점을 M이라 하고 선분 AM의 중점을 N이라
 하자. 삼각형 CDN의 넓이는?



- ① $\frac{3\sqrt{19}}{2}$ ② $\frac{7\sqrt{19}}{4}$ ③ $2\sqrt{19}$
 ④ $\frac{9\sqrt{19}}{4}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{19}}{2}$

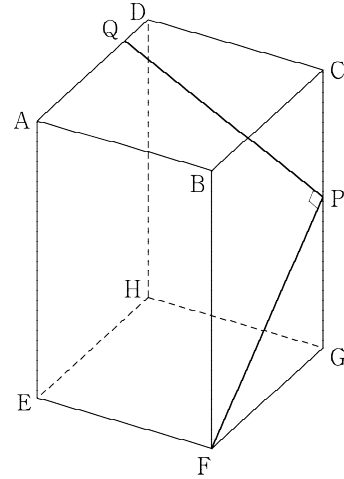
76



$\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ 인 직육면체 ABCD-EFGH가 있다.
 선분 CG 위의 점 P, 선분 AD 위의 점 Q에 대하여

$$\overline{FP} = \overline{PQ} = 5, \overline{FP} \perp \overline{PQ}$$

일 때, 선분 AE의 길이는?

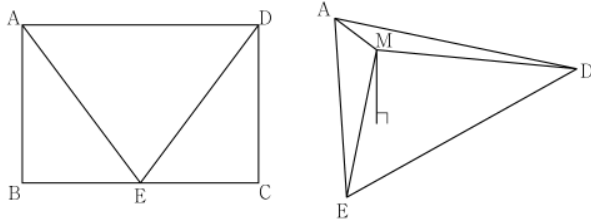


- ① $\frac{24}{5}$ ② 5 ③ $\frac{26}{5}$ ④ $\frac{27}{5}$ ⑤ $\frac{28}{5}$

77



그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 BC의 중점 E에 대하여 두 선분 AE, DE를 각각 접는 선으로 하여 두 점 B, C가 한 점 M에서 만나도록 종이를 접을 때, 점 M과 평면 AED 사이의 거리는? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.)



- ① $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

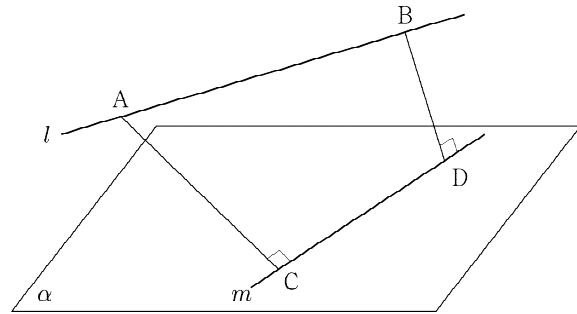
78



그림과 같이 평면 α , 평면 α 와 평행한 직선 l 이 있다. 직선 l 위의 두 점 A, B에 대하여 두 점 A, B에서 평면 α 위의 직선 m 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.

$$\overline{AB}=6, \overline{CD}=3\sqrt{3}, \overline{AC}=5, \overline{BD}=\sqrt{10}$$

일 때, 점 A와 평면 α 사이의 거리는?



- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3



MEMO

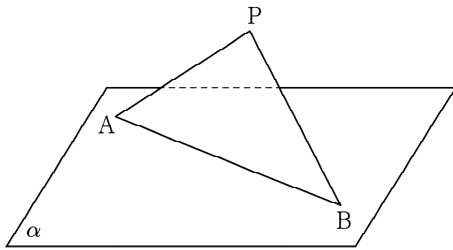


79

○ △ √ × ■ □ ▮ ▨

평면 α 위에 $\overline{AB}=5$ 를 만족시키는 두 점 A, B가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에 대하여 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AP}=3$ 이고, 점 P와 평면 α 사이의 거리가 2이다. 평면 PAB와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin \theta$ 의 값은?

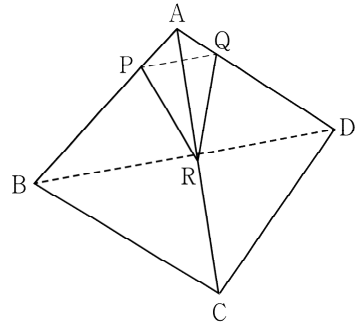
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



80

○ △ √ × ■ □ ▮ ▨

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 두 선분 AB, AD를 1:3으로 내분하는 점을 각각 P, Q라 하고, 선분 AC의 중점을 R라 하자. 두 평면 BCD와 PQR가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

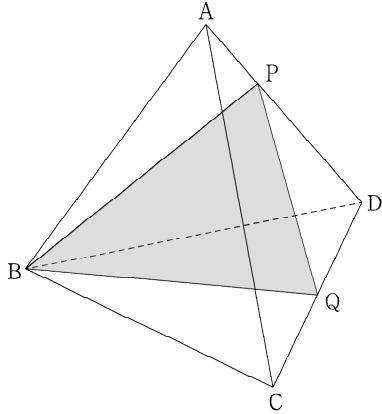


- ① $\frac{\sqrt{33}}{33}$ ② $\frac{2\sqrt{33}}{33}$ ③ $\frac{\sqrt{33}}{11}$
 ④ $\frac{4\sqrt{33}}{33}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{33}}{33}$

81

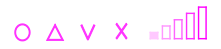


그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사면체 $ABCD$ 가 있다. 선분 AD 를 1 : 2로 내분하는 점 P 와 선분 CD 의 중점 Q 에 대하여 평면 PQB 와 평면 BCD 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은?

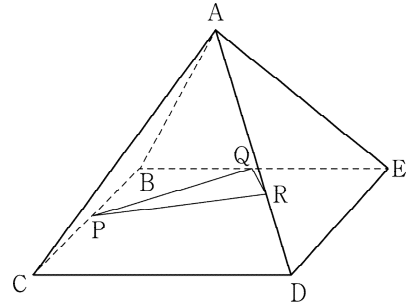


- ① $\sqrt{6}$ ② $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{6}}{3}$

82

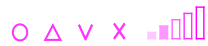


그림과 같이 밑면이 정사각형이고 모든 모서리의 길이가 4인 정사각뿔 $A-BCDE$ 가 있다. 두 선분 BC , BE 의 중점을 각각 P , Q 라 하고 선분 AD 를 2 : 1로 내분하는 점을 R 이라 하자. 평면 PQR 과 정사각뿔의 밑면이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{11}$

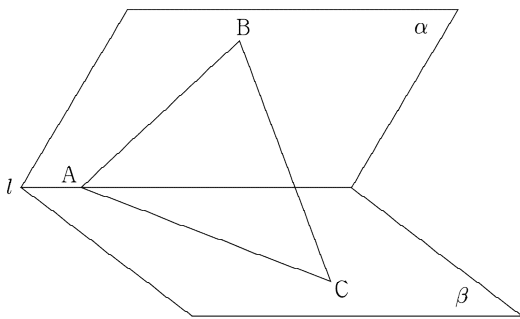
83



그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 교선 l 위의 점 A 와 평면 α 위의 점 B , 평면 β 위의 점 C 가 있다.

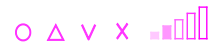
$$\overline{AB}=2, \overline{BC}=\overline{AC}=3$$

이고 선분 AC 와 직선 l 이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 평면 ABC 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\sin \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{16}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{8}$ ③ $\frac{3\sqrt{6}}{16}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{16}$

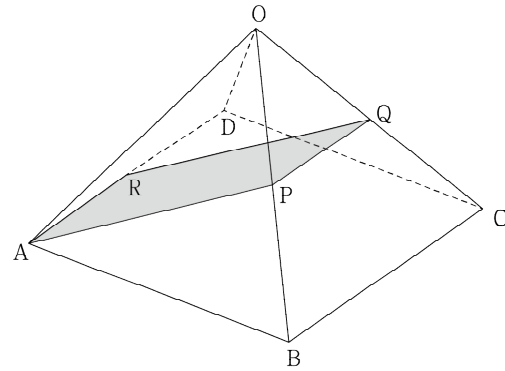
84



그림과 같이 모든 변의 길이가 4인 정사각뿔 $O-ABCD$ 가 있다. 세 점 P, Q, R 가 각각 선분 OB, OC, AD 위의 점이고 사각형 $APQR$ 가 평행사변형일 때, 두 평면 $APQR$ 와

$ABCD$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$ 일 때,

사각형 $APQR$ 의 넓이는?

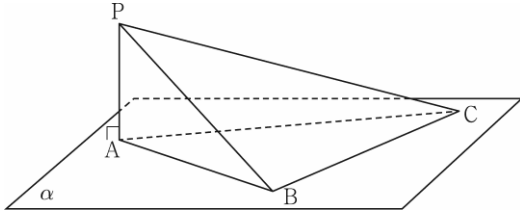


- ① 6 ② $\sqrt{38}$ ③ $2\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{42}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

85



그림과 같이 평면 α 위에 넓이가 $\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BC}=2$ 인 삼각형 ABC와 평면 α 위에 있지 않은 점 P에 대하여 직선 AP와 평면 α 가 서로 수직이고, $\overline{BP}=\sqrt{5}$ 이다. 평면 α 와 평면 PBC가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 일 때, 두 평면 PAB, PBC가 이루는 예각 θ 에 대하여 $\cos \theta$ 의 값은? (단, $\angle ABC > \frac{\pi}{2}$)

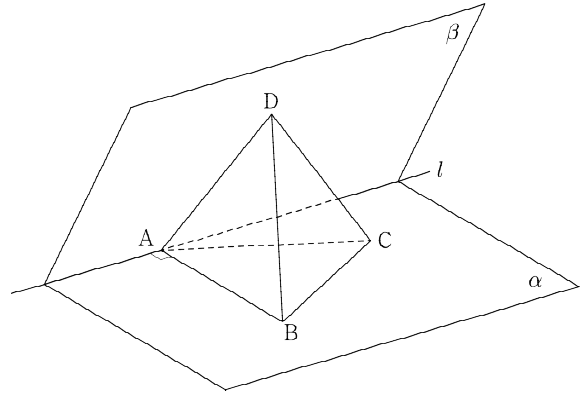


- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{6}$

86



그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하는 두 평면 α, β 가 있다. 직선 l 위의 점 A와 평면 α 위의 점 B에 대하여 선분 AB는 직선 l 과 수직이고, 평면 α 위의 점 C, 평면 β 위의 점 D에 대하여 사면체 ABCD는 한 변의 길이가 6인 정사면체이다. 점 C와 평면 β 사이의 거리는?



- ① $\frac{2\sqrt{22}}{11}$ ② $\frac{3\sqrt{22}}{11}$ ③ $\frac{4\sqrt{22}}{11}$
 ④ $\frac{5\sqrt{22}}{11}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{22}}{11}$

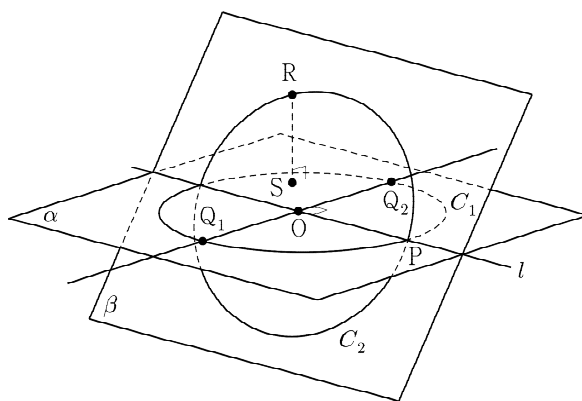
87



그림과 같이 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α, β 의 교선 l 위의 점 O 에 대하여 평면 α, β 위에 각각 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 두 원 C_1, C_2 의 교점 중 하나를 P 라 하고, 평면 α 위의 직선 중 점 O 를 지나고 직선 l 과 수직인 직선이 원 C_1 과 만나는 두 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자. 원 C_2 위의 점 R 에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 S 라 할 때,

$$\overline{RS} = \frac{2\sqrt{3}}{5}, \quad \overline{Q_1S} > \overline{Q_2S}, \quad \angle POS > \frac{\pi}{2}$$

이다. 평면 PQ_1R 과 평면 β 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{15}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{15}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{15}}{4}$

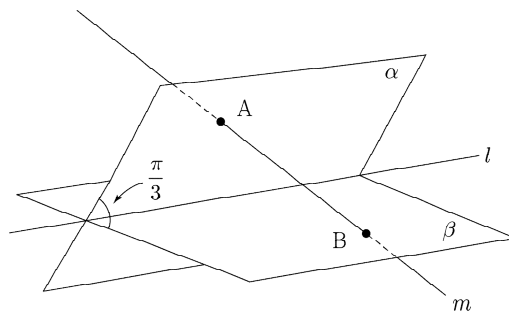


88



그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α, β 에 대하여 직선 m 이 평면 α 와 점 A에서, 평면 β 와 점 B에서 만난다. 두 점 A, B로부터 직선 l 까지의 거리는 모두 4이고, 직선 m 과 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 두 직선 l, m 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자.

$\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)





89



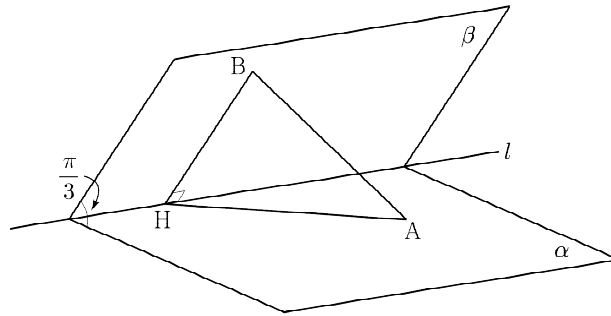
그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 서로 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α, β 가 있다.

평면 α 위의 점 A 와 평면 β 위의 점 B 에 대하여 $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

직선 AB 가 직선 l 과 이루는 예각의 크기와 평면 α 와 이루는 예각의 크기는 모두 θ 이다.

점 B 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 두 평면 ABH 와 β 가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 일 때,

$100 \cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오.





90



좌표공간에서 중심이 $(a, b, 4)$ ($a > 0, b > 0$) 인 구 S 가 x 축과 y 축에 각각 접하고, 구 S 위의 z 좌표가 서로 같은 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 OPQ 는 무게중심이 구 S 의 중심과 일치하고, $\overline{OP} = \overline{OQ}$ 인 이등변삼각형이다.

(나) 삼각형 OPQ 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

선분 PQ 의 길이가 l 일 때, l^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)



91



좌표공간에 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 구 S 위의 세 점 P, Q, R 과 구 S 외부의 한 점 A 가

$$\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{AR} = 6, \quad \angle AOP = \frac{2}{3}\pi, \quad \angle QPR = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시킨다.

두 평면 APQ, PQR 이 이루는 예각의 크기를 θ_1 ,

두 평면 APR, PQR 이 이루는 예각의 크기를 θ_2

라 하자. $\frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, 삼각형 APR 의 넓이는 $\frac{q}{p} \sqrt{15}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



92



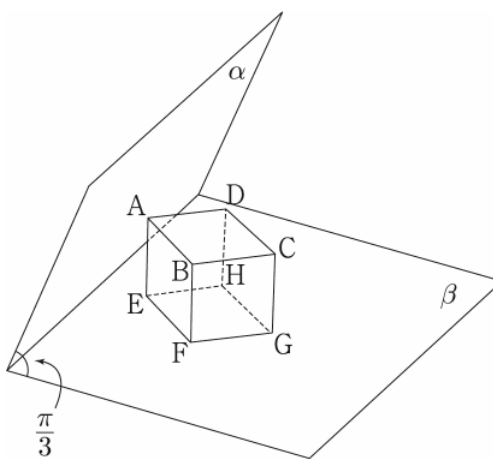
이면각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α, β 의 교선을 l 이라 하자. 밑면 EFGH가 평면 β 위에 놓여 있고, 한 변의 길이가 2인 정육면체 ABCD-EFGH가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 정육면체 ABCD-EFGH는 평면 α 와 점 A에서 만난다.

(나) 직선 AD와 직선 l 이 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

평면 ACF와 평면 α 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



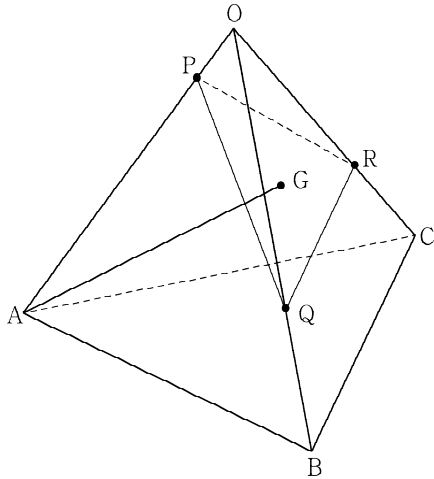
93



그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 $OABC$ 가 있다.
선분 OA 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}=1$ 이고, 두 선분 OB, OC
위의 점 Q, R 에 대하여

$$\overline{OQ} = \overline{OR} = 4$$

일 때, 삼각형 PQR 의 무게중심을 G 라 하자. 선분 AG 의 평면
 ABC 위로의 정사영의 길이는?



- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

94



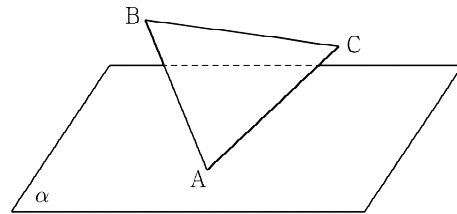
좌표공간에서 세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A 는 평면 α 위의 점이다.

(나) 두 점 B, C 와 평면 α 사이의 거리가 각각 2, 1 이다.

삼각형 ABC 가 한 변의 길이가 4 인 정삼각형일 때, 삼각형
 ABC 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는?

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

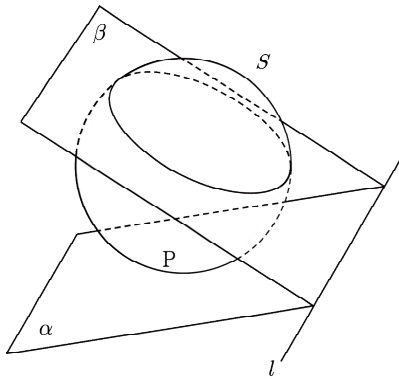




95



그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하는 두 반평면 α, β 가 있다.
반지름의 길이가 4 인 구 S 가 평면 α 와 점 P 에서 접하고,
구 S 의 중심과 평면 β 사이의 거리가 2 이다. 평면 β 와 구 S 가
만나서 생기는 원의 중심과 점 P 사이의 거리가 5 일 때,
평면 β 와 구 S 가 만나서 생기는 원의 평면 α 로의 정사영의
넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인
자연수이다.)



96



좌표공간에서 구 $S : (x-1)^2 + (y-\sqrt{2})^2 + (z-1)^2 = 1$ 위의
점 P 에 대하여 직선 OP 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기가
최대가 되도록 하는 점 P 를 A 라 하자. 구 S 위의 점 A 가 아닌
점 Q 에 대하여 삼각형 OAQ 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의
최댓값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

97

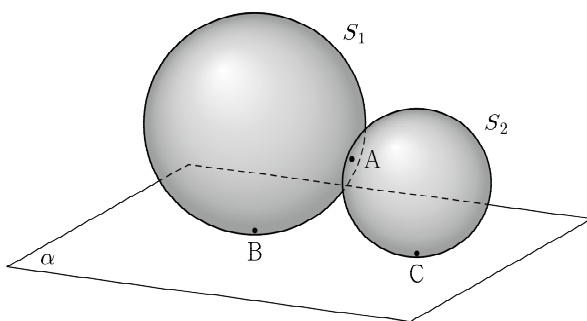


좌표공간에 반지름의 길이가 각각 3, 2 인 두 구 S_1, S_2 가 점 A 에서 서로 외접하고, 평면 α 와 각각 점 B, 점 C 에서 접한다. 구 S_1 위의 B 가 아닌 점 P 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 구 S_2 위의 C 가 아닌 점 Q 가 Q_1 뿐이다.

삼각형 BCP 의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이와 삼각형 BCQ 의 넓이는 서로 같다.

사면체 BCPQ₁ 의 부피의 최댓값은? (단, 네 점 B, C, P, Q 는 한 평면 위에 있지 않다.)

- ① $5\sqrt{3}$ ② $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{17\sqrt{3}}{3}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{19\sqrt{3}}{3}$

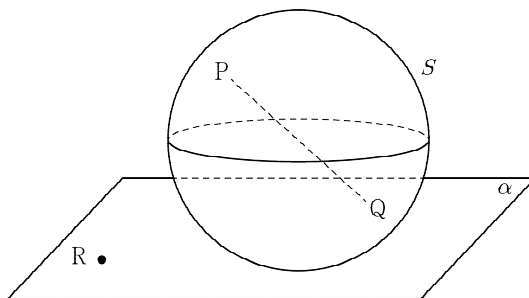




98



그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구 S 가 평면 α 위에 놓여있다. 구 S 위에 $\overline{PQ} = 10$ 을 만족시키는 두 점 P, Q 와 평면 α 위에 점 R 이 있고, 평면 PQR 과 구 S 가 만나서 생기는 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 20π 이다. 평면 PQR 과 평면 α 의 교선을 l 이라 할 때, l 과 구 S 의 중심 사이의 거리가 k 이다. $9k$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P 와 평면 α 사이의 거리가 점 Q 와 평면 α 사이의 거리보다 크다.)





99



반지름의 길이가 5 인 구 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC 의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 S 이다. $S = \frac{q}{p} \sqrt{39}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

(가) 삼각형 ABC 는 넓이가 $12\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다.

(나) 구 위의 임의의 점 X 에 대하여 $\overline{AX} \leq \overline{AD}$ 이다.



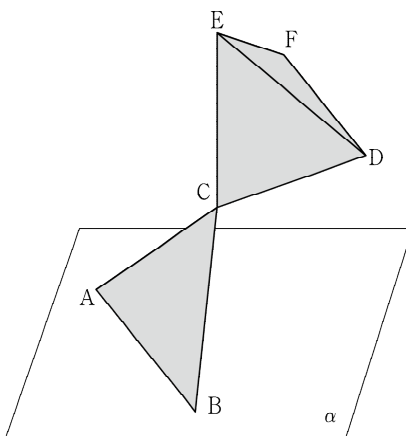
100



그림과 같이 좌표공간에 두 점 A, B를 지나는 평면 α 에 대하여 한 변의 길이가 4인 세 정삼각형 ABC, CDE, EDF가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 CE는 평면 α 에 수직이다.
(나) 직선 AB와 직선 DF는 평행하다.

점 C와 평면 α 사이의 거리가 2일 때, 삼각형 EDF의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는 S 이다.
 $3 \times S^2$ 의 값을 구하시오. (단, 평면 ABC와 평면 EDF는 평행하지 않다.)





101

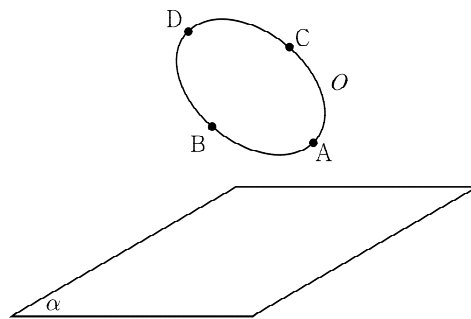


좌표공간에서 평면 α 와 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원 O 에 대하여 네 점 A, B, C, D 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 네 점 A, B, C, D 는 원 O 의 둘레를 사등분한다.

(나) 점 A, B, C, D 와 평면 α 사이의 거리는 각각 $4, a, b, 8$ 이다. (단, $4 < a < b < 8$)

선분 CD 의 평면 α 위로의 정사영의 길이가 $\sqrt{15}$ 일 때, 원 O 를 포함하는 평면과 평면 α 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\sin^2 \theta = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

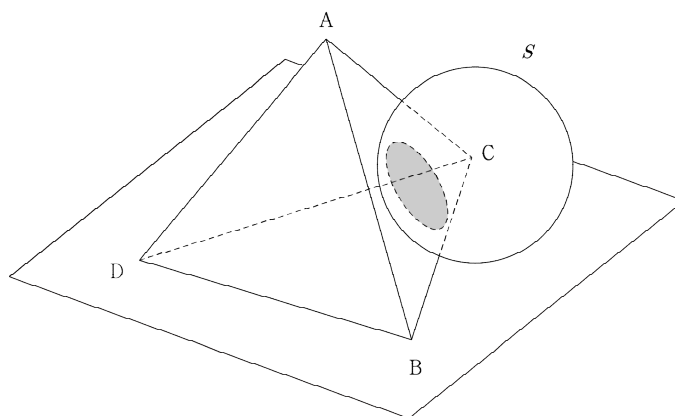




102



그림과 같이 한 모서리의 길이가 9 인 정사면체 ABCD 와 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 인 구 S 가 평면 α 위에 놓여있다. 구 S 의 중심과 점 A 사이의 거리가 6 이고, 구 S 와 평면 α 의 접점을 P 라 하자. 두 직선 BC, DP 가 서로 수직일 때, 구 S 와 평면 ABC 가 만나서 생기는 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 세 점 B, C, D 는 평면 α 위의 점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)





103



좌표공간의 두 점 $A(0, 0, 1)$, $B(\sqrt{3}, 0, 0)$ 과 xy 평면 위의 점 C 를 삼각형 ABC 가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 AB 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP} + \overline{PC}$ 의 최솟값은? (단, 점 C 의 y 좌표는 양수이다.)

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

104



두 점 $A(0, 0, a)$ ($a > 0$), $B(1, 0, 0)$ 과 xy 평면 위의 원 $C : x^2 + y^2 = 4$ 가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 직선 AP 과 점 B 사이의 거리의 최솟값이 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



105



좌표공간에서 점 $(1, a, 2\sqrt{3})$ ($a > 0$) 을 지나는 직선이
구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 와 한 점 P 에서만 만날 때, 점 P 가 그리는
도형을 C 라 하자. C 가 xy 평면과 한 점에서만 만날 때, C 위의
점 중 z 좌표가 가장 큰 점을 Q 라 하자. 점 Q 의 z 좌표를 b 라 할
때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

106



좌표공간에서 중심의 x 좌표, y 좌표, z 좌표가 모두 양수이고
반지름의 길이가 5 인 구 S 가 x 축, y 축과 각각 점 P, 점 Q 에서
접하고, z 축과 두 점 R, S 에서 만난다. 선분 RS 의 중점 M 에
대하여 직선 PQ 와 점 M 사이의 거리가 $\frac{\sqrt{82}}{2}$ 일 때, 사면체
PQRS 의 부피는? (단, 점 S 의 z 좌표가 점 R 의 z 좌표보다
크다.)

- ① $3\sqrt{7}$ ② $\frac{10\sqrt{7}}{3}$ ③ $\frac{11\sqrt{7}}{3}$ ④ $4\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{7}}{3}$

107



좌표공간에 점 $A(1, 2, 2)$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2 인 구 S 와 다음 조건을 만족시키는 점 P 가 있다.

(가) $\overline{AP} = 3$

(나) 점 P 의 z 좌표는 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\overline{PQ} = 5$ 를 만족시키는 구 S 위의 점 Q 에 대하여 점 Q 와 z 축 사이의 거리의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오.

