제 2 교시

2026학년도 규토 5월 모의평가 문제지

수학 영역

홀수형

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너는 내가 읽은 가장 아름다운 구절이다

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[5]{3}\times 9^{\frac{2}{5}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$3^{\frac{1}{5}+\frac{4}{5}} = 3$

2. 함수 $f(x)=x^3-7x+1$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$의 값은? [2점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

$f'(x) = 3x^2-7$
$f'(3) = 20$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_5-S_3}{a_3}=6, \quad S_2=9$$

일 때, a_2의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$r^2+r=6$, $r=2$
$3a_1=9$, $a_1=3$, $a_2=6$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$(x+1)f(x)=x^2+ax-2$$

를 만족시킬 때, $f(-1)+a$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$f(x) = \frac{x^2+ax-2}{x+1}$ $(x\neq -1)$
$\lim_{x\to -1} f(x) = f(-1)$ ∴ $a=-1$
$x^2-x-2 = (x+1)(x-2)$
$\lim_{x\to -1} f(x) = -3 = f(-1)$.
$-3-1=-4$

5. 함수 $f(x)=(x-1)(x^2+2x-4)$에 대하여 $f'(-1)$의 값은? [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$f'(x) = x^2+2x-4+\cancel{(x-1)(2x+2)}$

$f'(-1) = 1-2-4 = -5$

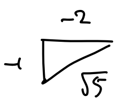
6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=2\sin(\pi+\theta)$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

$-\cos\theta = -2\sin\theta$

① $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

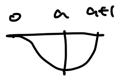
$\tan\theta = \frac{1}{2}$



$\frac{-1}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

7. 함수 $f(x)=x^3-(a+1)x^2+b$가 $x=a$에서 극솟값 1을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



$a=2$
$b=5$

8. 두 양수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2,\ \log_8 a)$, $(4,\ \log_2 b)$를 지나는 직선의 기울기가 $\log_2 \sqrt[6]{a}$ 일 때, $\log_a b$의 값은? (단, $a \neq 1$) [3점]

└ $\log_2 a^{\frac{1}{6}}$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\frac{\log_2 \frac{b}{a^{\frac{1}{3}}}}{2} = \log_2 a^{\frac{1}{6}}$$

$$\shortparallel$$

$$\log_2 \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}}$$

$b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}}$ $b = a^{\frac{2}{3}}$

$\log_a b = \frac{2}{3}$

9. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = 6x^2 + \int_{-1}^{1} (x+t) f(t)\, dt$$

를 만족시킬 때, $f(-2)$의 값은? [4점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

$$f(x) = 6x^2 + \underbrace{\int_{-1}^{1} f(t)dt}_{a} \cdot x + \underbrace{\int_{-1}^{1} tf(t)dt}_{b}$$

$a = 4 + 2b$

$xf(x) = 6x^3 + ax^2 + bx$

$b = \frac{2}{3}a$, $a = \frac{3}{2}b$

$b = -8$, $a = -12$

$f(x) = 6x^2 - 12x - 8$

$f(-2) = 24 + 24 - 8 = 40$

10. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$일 때 각각 점 A(1)와 점 B(3)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - t - 2, \quad v_2(t) = 11t - 11$$

이다. $t = a\,(a > 0)$에서 두 점 P, Q 사이의 거리가 2일 때, 시각 $t=0$에서 $t=a$까지 점 P가 움직인 거리의 최댓값은? [4점]

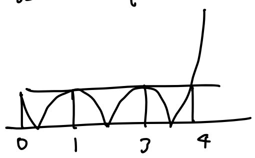
① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

$x_1(t) = t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 2t + 1$

$x_2(t) = \frac{11}{2}t^2 - 11t + 3$

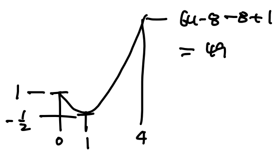
$|x_1(t) - x_2(t)| = |t^3 - 6t^2 + 9t - 2|$

$= |t(t-3)^2 - 2|$



$a=4$일 때 최대.

$v_1(t) = (t-1)(3t+2)$



$\frac{3}{2} + 49 + \frac{1}{2} = 51$

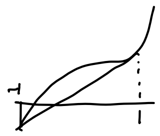
11. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3+3 & (x \ge 0) \\ -5x^2+3 & (x<0) \end{cases}$$

에 대하여 A(0, 1)에서 곡선 $y=f(x)$에 접선을 그을 때, 접점을 B라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

$y=x^3+3$ 에 접함

① $\frac{23}{12}$ ② $\frac{25}{12}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{31}{12}$



x^3-mx+2

$\downarrow$ '

$3x^2-m$

$x=\sqrt{\frac{m}{3}}$

$-\frac{2}{3}m\sqrt{\frac{m}{3}}+2=0$

$\left(\sqrt{\frac{m}{3}}\right)^3=1 \quad m=3$

1	1	0	−3	2
		1	1	−2
1	1	1	−2	0
		1	2	
	1	2	0	

$(x-1)^2$ 중근.

$-5x^2+3=3x+1$

$\cdots \ 5x^2+3x-2=0$

$(x+1)(5x-2)=0 \quad x=-1$

$$\int_{-1}^{0}-5x^2-3x+2\,dx+\int_0^1 x^3-3x+2\,dx$$

$$=-\frac{5}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x\Big|_{-1}^{0}+\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+2x\Big|_0^1$$

$$=-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}+2+\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+2$$

$$=-\frac{5}{3}+\frac{1}{4}+4$$

$$=\frac{48+3-20}{12}=\frac{31}{12}$$

12. 모든 항이 정수이고, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 $\sum_{n=1}^{5}|a_n|$의 값의 합은? [4점]

> (가) $a_3 \times a_5 < 0$
>
> (나) $\sum_{n=1}^{10}(|a_n|+a_n)=6a_2$

5 −1] (1)
4 −2
3 −3
2 −4] (2)
1 −5

① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

(1) $a_4>0$

$\sum_{n=1}^{4}2a_n=6a_2$, $a_4=0$ (X)

(2) $a_4 \le 0$

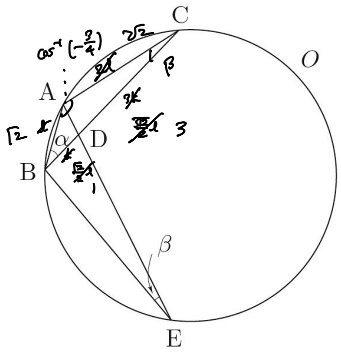
$\sum_{n=1}^{3}2a_n=6a_2$ ⋯ 등차중항 (O)

7	4	1	2	5	⋯	19
8	5	2	1	4	⋯	20
9	6	3	0	3	⋯	21

] 60

13. 그림과 같이 넓이가 $\frac{64}{7}\pi$인 원 O에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC를 1 : 3으로 내분하는 점을 D라 하고, 직선 AD가 원 O와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 E라 하자. $\angle \mathrm{ABC}=\alpha$, $\angle \mathrm{AEB}=\beta$라 할 때, $2\sin\beta=\sin\alpha$이고, $\cos(\alpha+\beta)=\frac{3}{4}$이다. $\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AE}}$의 값은? [4점]

$r=\frac{8}{\sqrt{7}}$



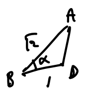
① $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

$\overline{BC}^2 = l^2 + 4l^2 - 2\cdot l\cdot 2l\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$

$= 8l^2$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}l$

$\sin(\alpha+\beta)=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\frac{2\sqrt{2}l}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=\frac{16}{\sqrt{7}}$ $\cdots$ $l=\sqrt{2}$

$\frac{2\sqrt{2}}{\sin\alpha}=\frac{16}{\sqrt{7}}$, $\sin\alpha=\frac{\sqrt{14}}{8}$ $\cos\alpha=\frac{\sqrt{50}}{8}$



$\overline{AD}^2 = 2+1-2\cdot\sqrt{2}\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{50}}{8}$

$= 3-\frac{5}{2}$

$= \frac{1}{2}$, $\overline{AD}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\triangle EBD \sim \triangle CAD$ (AA), 비 $\sqrt{2}:1$, $\overline{DE}=3\sqrt{2}$

$\overline{AE}=\frac{7}{2}\sqrt{2}$

$\overline{AB}+\overline{AE}=\frac{9}{2}\sqrt{2}$

14. 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\log_2 x$와 직선 $x=n$이 만나는 점을 A_n라 하자. 점 A_n를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x+n}+n$과 만나는 점을 B_n이라 하고, 점 A_n를 지나고 기울기가 1인 직선이 x축과 만나는 점을 C_n이라 하자. 직선 $\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$이 y축과 만나는 점과 직선 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 거리를 d_n이라 할 때, $\sqrt{2}\le d_n \le 2\sqrt{2}$를 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합은? [4점]

① 122 ② 124 ③ 126 ④ 128 ⑤ 130

$A_n\ (n, \log_2 n)$ $\cdots$ $-x+n+\log_2 n$, $x-n+\log_2 n$

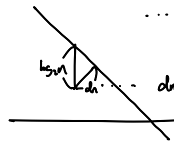
$A_n'\ (\log_2 n, n)$ $\cdots$ $B_n=(-n+\log_2 n, 2n)$

$C_n=(n-\log_2 n, 0)$

$\cdots$ $\frac{2n}{2\log_2 n-2n}=\frac{n}{\log_2 n-n}$

$\frac{n}{\log_2 n-n}(x-n+\log_2 n)$

$\cdots$ $(0, n)$



$d_n=\frac{\log_2 n}{\sqrt{2}}$

$2\le\log_2 n\le 4$

$4\le n\le 16$

$\frac{4+16}{2}\times 13 = 130$

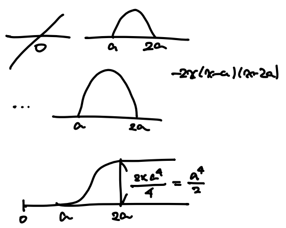
15. 상수 $a\,(a>0)$와 함수 $f(x)=(x-a)(x-2a)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x t\,|f(t)|\,dt-\int_0^x tf(t)dt$$

라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $g(\alpha)\leq g(x)\leq g(\beta)$를 만족시키는 실수 α의 최댓값을 M, 실수 β의 최솟값을 m이라 할 때, $\dfrac{g(m)-g(M)}{m-M}=\dfrac{1}{2}$이다. $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} g\left(\frac{k}{2}-1\right)$의 값은? [4점]

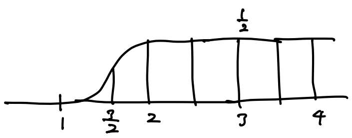
① $\frac{87}{32}$ ② $\frac{89}{32}$ ③ $\frac{91}{32}$ ④ $\frac{93}{32}$ ⑤ $\frac{95}{32}$

$g'(x) = x\left(|f(x)|-f(x)\right)$



$M=a \quad m=2a$

$\frac{a^3}{2}=\frac{1}{2}, \quad a=1$



$\int_1^{\frac{3}{2}} -2x(x-1)(x-2)dx$

$=\int_1^{\frac{3}{2}} -2(x^3-3x^2+2x)\,dx$

$= -\frac{1}{2}x^4+2x^3-2x^2 \Big|_1^{\frac{3}{2}}$

$= -\frac{81}{32}+\frac{27}{4}-\frac{9}{2}+\frac{1}{2}-2+2$

$=\frac{-81+216-128}{32}$

$=\frac{7}{32}$

$\frac{7}{32}+\frac{5}{2} = \frac{87}{32}$

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x-2)=\log_9(5x-4)$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x^2-4x+4=5x-4$

$(x-1)(x-8)=0 \quad x=\boxed{8}$

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2+2x+1$이고 $f(-1)=1$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=2x^3+x^2+x+3$

$f(2)=16+4+2+3=\boxed{25}$

18. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\underbrace{\sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n-n)=5,\quad \sum_{n=1}^{10}(a_n-2b_n+1)=40}_{+}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}(2a_n-b_n)$의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{n=1}^{10}(2a_n-b_n-n+1)=45$$

$$\sum_{n=1}^{10}(2a_n-b_n)=\sum_{n=1}^{10}(n-1)+45$$

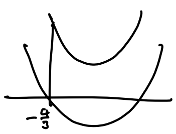
$$=45+45=\boxed{90}$$

19. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+16\left|x+\frac{k}{3}\right|$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 구하시오. [3점]

$$f'(x)=\begin{cases} 3x^2-8x-16 & \left(x<\frac{k}{3}\right) \\ \searrow (x-4)(3x+4) & \\ 3x^2-8x+16 & \left(x>\frac{k}{3}\right) \end{cases}$$

$\downarrow$

$\frac{D}{4}<0$



$-\frac{k}{3}\le\frac{4}{3}$, $\quad k\ge\boxed{4}$

20. $0\le x\le\frac{1}{12}$일 때, x에 대한 방정식

$$(\sqrt{3}\sin a\pi x-\cos a\pi x)(\sin a\pi x+\sqrt{3}\cos a\pi x)=0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 7이 되도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\cos a\pi x=0 \cdots \sin a\pi x=\pm1 \quad (\times)$

$\cos a\pi x\ne0 \cdots \tan a\pi x=\frac{1}{\sqrt{3}},\ -\sqrt{3}$

$x=\frac{n-1}{a}+\frac{1}{6a},\quad \frac{n}{a}-\frac{1}{3a}$

$\frac{3}{a}+\frac{1}{6a}\le\frac{1}{12}<\frac{4}{a}-\frac{1}{3a}$

$\frac{19}{6a}\le\frac{1}{12}<\frac{11}{3a}$

$38\le a<44$

$\cdots\ a=38\sim43$

$\frac{38+43}{2}\times6=81\times3$

$=\boxed{243}$

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(2)=2$
>
> (나) $\lim_{x \to 1} \dfrac{\{f(x+1)-2\}(x-1)}{f(x)-x} = -2$

$f(1)=1$

$f(x)-x=(x-1)^2(x-2)(x+\alpha)$

$f(x+1)=x^2(x-1)(x+1+\alpha)+x+1$

$f(x+1)-2=(x-1)\{x^2(x+1+\alpha)+1\}$

$f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

$\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2(x+1+\alpha)+1}{(x-2)(x+\alpha)}$

$= \dfrac{3+\alpha}{-(1+\alpha)} = -2$, $\alpha=1$

$f(x)=(x-1)^2(x-2)(x+1)+x$

$f(4)=9\times2\times5+4$

$= \boxed{94}$

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 \times a_7$의 값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) $(a_3-3)(a_1+a_4-14)=0$ $a_3=3$ 또는
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_1+a_4=14$
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$
>
> a_{2n} 홀수 → a_{2n+1} 홀수
>
> 이다. a_{2n+1} 홀수 → a_{2n+2} 짝수

(1) $a_3=3$

1 2 3 4 5 6 7

$\times$, 2 → 1 ; 5, 12 → 6 ; 3 6 3 8 4

$a_1\times a_7 = 8,\ 20,\ 48$

(2) $a_1+a_4=14$

1 2 3 4

$2k-1$ $2k$ k → $\frac{k}{2}$ … $\frac{5k}{2}=15$ $k=6$; $\cancel{k+3}$

11 12 6 3 7 12 6

$a_1\times a_7=66$

$2k$ k → $\frac{k}{2}$ → $\cancel{\frac{k}{4}}$, $\cancel{\frac{k}{2}+3}$

$k+2$ — $k+5$ … $k=3$

홀

6 3 5 8 4 2 1

$a_1\times a_7=6$

$\therefore\ 6+8+20+48+66$

$= 34+114 = \boxed{148}$

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{(e^x - 1)^2}{1 - \cos 2x}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$

24. 매개변수 $t\,(t>0)$으로 나타내어진 곡선

$$x = t - \frac{1}{t}, \quad y = \frac{e^{t-2}}{t^2+1}$$

에서 $t=2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{125}$ ② $\frac{2}{125}$ ③ $\frac{3}{125}$ ④ $\frac{4}{125}$ ⑤ $\frac{1}{25}$

$\frac{dx}{dt} = 1 + \frac{1}{t^2}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{(t-1)^2 e^{t-2}}{(t^2+1)^2}$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=2} = \frac{\frac{1}{25}}{1+\frac{1}{4}} = \frac{4}{125}$

25. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x^3+2x)=3^{x^2-1}+1$$

을 만족시킬 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3,\ a)$에서의 접선의 기울기는 b이다. $a\times b$의 값은? [3점]

① $\frac{4}{5}\ln 3$ ② $\frac{6}{5}\ln 3$ ③ $\frac{8}{5}\ln 3$ ④ $2\ln 3$ ⑤ $\frac{12}{5}\ln 3$

$f(3)=2$, $a=2$

$(3x^2+2)f'(x^3+2x) = 2x\ln 3 \times 3^{x^2-1}$

$5f'(3)=2\ln 3$, $f'(3)=\frac{2}{5}\ln 3=b$

$ab=\frac{4}{5}\ln 3$

26. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{n^2}{4n^2-1}\right)=\frac{5}{4}$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\left\{a_n+\sum_{k=1}^{n}\left(a_k-\frac{1}{4}\right)\right\}$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{19}{8}$

$\lim_{n\to\infty} a_n=\frac{1}{4}$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n-\frac{n^2}{4n^2-1} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{n^2}{4n^2-1}\right)$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{n^2}{4n^2-1}\right)$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}+\frac{n^2-\frac{1}{4}-n^2}{4n^2-1}\right)$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}-\frac{1}{16n^2-4}\right)$

수렴.

$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}\right)-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(4n+2)(4n-2)}$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}\right)-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{4n-2}-\frac{1}{4n+2}\right)$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{10}+\cdots \cancel{\frac{1}{4n+2}}$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}$

$=\frac{5}{4}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{4}+\frac{1}{8}$

$=\frac{11}{8}$

$\frac{2+11}{8}=\frac{13}{8}$

27. 상수 a $(a>0)$에 대하여 정의역이 $\left\{x \mid -\frac{a}{2}\pi < x < \frac{a}{2}\pi\right\}$인 함수 $f(x)=3\tan\frac{x}{a}$의 역함수를 $g(x)$라 하자. $g'(3)=\frac{2}{3}$일 때, $g'(6)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$f\left(\frac{a\pi}{4}\right)=3$, $f'\left(\frac{a\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$

$f'(x)=\frac{3}{a}\sec^2\frac{x}{a}$ ⋯ $f'\left(\frac{a\pi}{4}\right)=\frac{6}{a}=\frac{3}{2}$, $a=4$

$f(x)=3\tan\frac{x}{4}$

$f(\alpha)=6$ ⋯ $\tan\frac{\alpha}{4}=2$

$\sec^2\frac{\alpha}{4}=1+\tan^2\frac{\alpha}{4}=5$

$f'(\alpha)=\frac{3}{4}\times 5=\frac{15}{4}$, $g'(\alpha)=\frac{4}{15}$

28. 이차함수 $f(x)$에 대하여 열린구간 $(0,\ \infty)$에서 정의된 함수

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x^2+x)^{n+1}+f(x)\times 6^n}{(x^2+x)^n+6^n}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 열린구간 $(0,\ \infty)$에서 미분가능하다.
(나) $g(1)=6$

$g\left(\frac{1}{2}\right)\times g(4)$의 값은? [4점]

① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

$$g(x)=\begin{cases} x^2+x & (x<-3,\ x>2) \\ \frac{6+f(x)}{2} & (x=-3,\ x=2) \\ f(x) & (-3<x<2) \end{cases}$$

$6=\frac{6+f(2)}{2}=f(2)$, $f(1)=6$

$$g'(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x<-3,\ x>2) \\ f'(x) & (-3<x<2) \end{cases}$$

$f'(2)=5$

$f(x)=a(x-1)(x-2)+6$, $a=5$

$g\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{15}{4}+6$, $g(4)=20$

⋯ $75+120=195$

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} |a_n| & (|a_n| \le 6) \\ \cancel{\dfrac{a_{n+1}}{a_n}} & (|a_n| > 6) \end{cases}$$

r

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 = 6$
(나) $\sum_{n=5}^{\infty}(a_n - \lvert a_n \rvert) = -8$

$0 \ (a_n \ge 0)$

$2a_n \ (a_n < 0)$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = S$일 때, $-20 \times S$의 값을 구하시오. [4점]

a_n 음수항 존재. 2 항이 수렴 ⋯ $-1<r<1$.

$a_5 = 6$ 또는 $a_5 = -6$

⋮ ⋮

$\frac{12r}{1-r^2} = -8$ $-12 + (음수) + (음수) + \cdots \neq -8$

$8r^2 - 12r - 8 = 0$

$2r^2 - 3r - 2 = 0$

$\frac{1}{2}$ -2

$r = -\frac{1}{2}$

$$a_n b_n = \begin{cases} a_n|a_n| & (n \ge 5) \\ a_{n+1} & (n \le 4) \end{cases}$$

2 3 4 5

-48 24 -12 6 -3

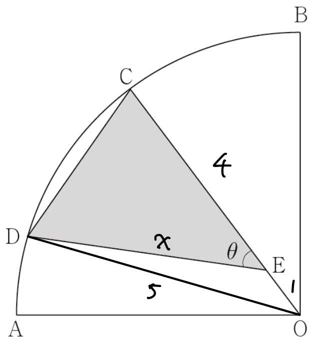
-30 $\frac{36}{1+\frac{1}{4}} = \frac{144}{5}$

$S = -30 + \frac{144}{5} = -\frac{6}{5}$

$-20S = \boxed{24}$

~~30~~. 반지름의 길이가 5이고 중심각의 크기가 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 선분 OC 위의 점 E를 $\overline{CE} = 4$가 되도록 잡고, 호 AB 위의 점 D를 $\angle CED = \theta$가 되도록 잡을 때, 삼각형 CED의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$x^2 + 1 + 2x\cos\theta = 25$

$x^2 + 2x\cos\theta = 24$ $\theta = \frac{\pi}{4}$ ⋯ $x^2 + \sqrt{2}x = 24$

$x = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{98}}{2}$

$f(\theta) = 2x\sin\theta = \sqrt{4x^2 - (24-x^2)^2}$

$= 3\sqrt{2}$, $x^2 = 18$

$f'(\theta) = \frac{8x + 4x(24-x^2)}{2\sqrt{4x^2-(24-x^2)^2}} \cdot x'$

$2xx' + 2x'\cos\theta - 2x\sin\theta = 0$

$6\sqrt{2}x' + \sqrt{2}x' - 6 = 0$

$x' = \frac{6}{7\sqrt{2}}$

??? → $= \frac{6x(24-x^2)}{\sqrt{4x^2-(24-x^2)^2}} \cdot x'$

$4x + 2x(24-x^2)$

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cancel{18\sqrt{2} \times 6}\ 8\ 48\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{72-36}}} \times \frac{6}{7\sqrt{2}}$

$= \frac{\cancel{108}\ 48}{7}$ ⋯ $\boxed{\cancel{115}}$ $\boxed{55}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.