제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[5]{3} \times 9^{\frac{2}{5}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$27-7=20$

$3x^2-7$

2. 함수 $f(x)=x^3-7x+1$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$의 값은? [2점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_5-S_3}{a_3}=6, \quad S_2=9$$

일 때, a_2의 값은? [3점]

$r=2$

3 6

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$1-a-2=0. \; a=-1$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$(x+1)f(x)=x^2+ax-2$$

를 만족시킬 때, $f(-1)+a$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

-3 -1

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

5. 함수 $f(x)=(x-1)(x^2+2x-4)$에 대하여 $f'(-1)$의 값은? [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$(x^2+2x-4)+\cancel{(x-1)(2x+2)}$

$1-2-4$

-5

$\tan\theta=\frac{1}{2}$

$\cos\theta=2\sin\theta$

$\frac{2}{\sqrt{5}}$

6. $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=2\sin(\pi+\theta)$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

7. 함수 $f(x)=x^3-(a+1)x^2+bx$가 $x=a$에서 극솟값 1을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f'(x)=3x^2-2(a+1)x$. $\cancel{8-12+b=1}$ -4 $b=5$.

$x(3x-2(a+1))=0$.

$\frac{2a+2}{3}=a$

0 2.

$2a+2=3a$

$\boxed{a=2}$

8. 두 양수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2,\ \log_8 a)$, $(4,\ \log_2 b)$를 지나는 직선의 기울기가 $\log_2 \sqrt[6]{a}$일 때, $\log_a b$의 값은? (단, $a \neq 1$) [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$b = a^{\frac{2}{3}}$

$\frac{b^3}{a} = a \quad b^3 = a^2$

9. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = 6x^2 + \int_{-1}^{1} (x+t) f(t)\, dt$$

를 만족시킬 때, $f(-2)$의 값은? [4점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

$\int_{-1}^{1} t f(t)\, dt = b$

$a = -12$

$b = -8$

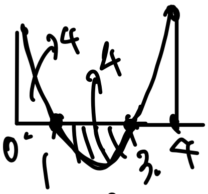
10. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$일 때 각각 점 A(1)와 점 B(3)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도는 각각

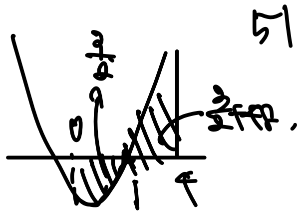
$$v_1(t) = 3t^2 - t - 2, \quad v_2(t) = 11t - 11$$

이다. $t = a\,(a > 0)$에서 두 점 P, Q 사이의 거리가 2일 때, 시각 $t=0$에서 $t=a$까지 점 P가 움직인 거리의 최댓값은? [4점]

① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

$3t^2 - 12t + 9$





51

$\int_0^1 3t^2 - t - 2\, dt$

$-\frac{3}{2}$

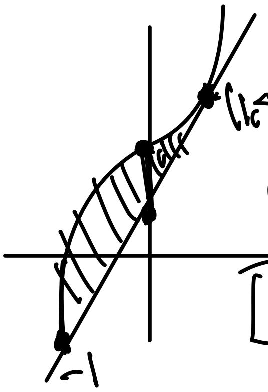
Made with Goodnotes

11. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3+3 & (x \geq 0) \\ -5x^2+3 & (x<0) \end{cases}$$

에 대하여 A(0, 1)에서 곡선 $y=f(x)$에 접선을 그을 때, 접점을 B라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{23}{12}$ ② $\frac{25}{12}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{31}{12}$



$(1, 4)$ $-2t^3+3=1$ $\boxed{t=1}$

$y=3x+1=-5x^2+3$

$\boxed{5x^2+3x-2=0}$

$5x=2,\ x+1$

$\int_{-1}^{0} 5x^2+3x-2\,dx$ $\int_0^1 x^3-3x+2\,dx$

$\left[\frac{5}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x\right]_{-1}^{0}$ $\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+2=\frac{3}{4}$

$=-\left(-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}+2\right)$

$=-\frac{11}{6}$

$\frac{11}{6}+\frac{3}{4}=\frac{22+9}{12}=\frac{31}{12}$

$=\frac{31}{12}$

12. 모든 항이 정수이고, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 $\sum_{n=1}^{5}|a_n|$의 값의 합은? [4점]

(가) $a_3 \times a_5 < 0$
(나) $\sum_{n=1}^{10}(\lvert a_n\rvert+a_n)=6a_2$

① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

i) $a_4<0$

$\sum_{n=1}^{3} 2a_n=6a_2$

$2(a_1+a_2+a_3)$

$6a_2=6a_2$

ii) $a_4 \geq 0$

$2(a_1+a_2+a_3+a_4)=6a_2$

$4a_3=2a_2$

$\boxed{2a_3=a_2}$

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	
8	5	2	-1	-4	20
7	4	1	-2	-5	19

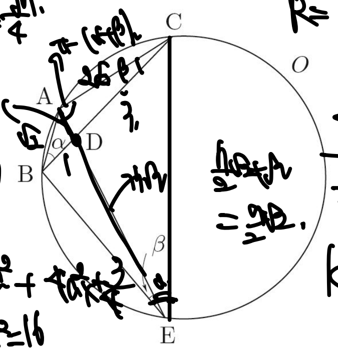
$2(a_2-3)=a_2$

$a_1=9$ $a_2=6$ $a_3=3$ $a_4=0$ $a_5=-3$

$9+6+3+3$ 21

$19+21$
$=60$

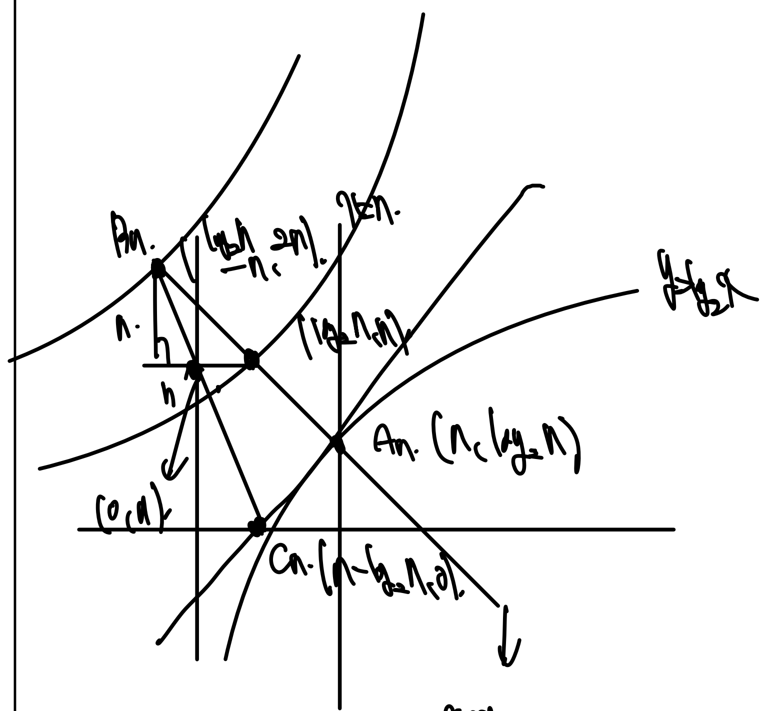
13. 그림과 같이 넓이가 $\frac{64}{7}\pi$인 원 O에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC를 $1:3$으로 내분하는 점을 D라 하고, 직선 AD가 원 O와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 E라 하자. $\angle \mathrm{ABC}=\alpha$, $\angle \mathrm{AEB}=\beta$라 할 때, $2\sin\beta=\sin\alpha$이고, $\cos(\alpha+\beta)=\frac{3}{4}$이다. $\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AE}}$의 값은? [4점]



① $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

14. 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\log_2 x$와 직선 $x=n$이 만나는 점을 A_n라 하자. 점 A_n를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x+n}+n$과 만나는 점을 B_n이라 하고, 점 A_n를 지나고 기울기가 1인 직선이 x축과 만나는 점을 C_n이라 하자. 직선 $\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$이 y축과 만나는 점과 직선 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 거리를 d_n이라 할 때, $\sqrt{2}\le d_n \le 2\sqrt{2}$를 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합은? [4점]

① 122 ② 124 ③ 126 ④ 128 ⑤ 130



$2 \le |\log_2 n| \le 4$

$4 \sim 16$

4 16. 13.

$10 \times 13.$

15. 상수 $a\,(a>0)$와 함수 $f(x)=(x-a)(x-2a)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=x\{|f(x)|-xf(x)\}$

$$g(x)=\int_0^x t\,|f(t)|\,dt-\int_0^x tf(t)\,dt$$

$-2x(x-a)(x-2a)$

$g(0)=0$

라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $g(\alpha)\le g(x)\le g(\beta)$를 만족시키는 실수 α의 최댓값을 M, 실수 β의 최솟값을 m이라 할 때, $\dfrac{g(m)-g(M)}{m-M}=\dfrac{1}{2}$이다. $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} g\left(\frac{k}{2}-1\right)$의 값은? [4점]

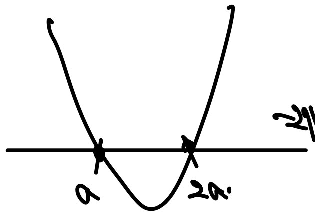
① $\dfrac{87}{32}$ ② $\dfrac{89}{32}$ ③ $\dfrac{91}{32}$ ④ $\dfrac{93}{32}$ ⑤ $\dfrac{95}{32}$

$g(-\frac{1}{2})+g(0)+g(\frac{1}{2})+g(1)+\boxed{g(\frac{3}{2})}+g(2)+$

$\boxed{k\le4}$ $k\ge6$

$g(x)=0$ $(x\ge2a,\ x\le a)$

$-2x(x-a)(x-2a)\ (a<x<2a)$



$\int_0^a x(x+a)(x-a)\,dx$

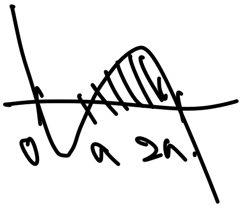
$\int_0^a x^3-a^2x\,dx$

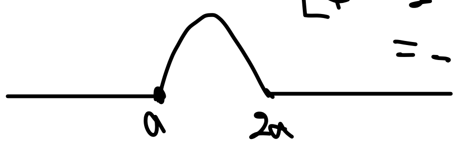
$\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}a^2x^2\right]_0^a$

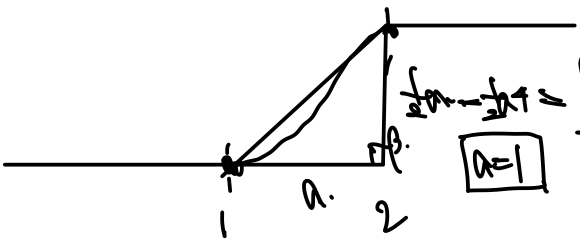
$=-\frac{1}{4}a^4$

$\times -2$

$\frac{1}{2}a^4$







$\frac{1}{2}a^4=\frac{1}{2}$

$\boxed{a=1}$

$-2\int_0^{\frac{1}{2}} x^3-x\,dx$

$\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right]_0^{\frac{1}{2}}$

$-2\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{16}-\frac{1}{8}\right)$

$-\frac{1}{32}+\frac{1}{4}=\frac{7}{32}$

$6,7,8,9,10$

$\frac{5}{2}+\frac{7}{32}$

$=\frac{80+7}{32}$

$=\frac{87}{32}$

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x-2)=\log_9(5x-4)$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x>2.$

$x^2-4x+4=5x-4$

$x^2-9x+8=0$

$(x-1)(x-8)=0$

$x=8$

8

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2+2x+1$이고 $f(-1)=1$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=2x^3+x^2+x+3$

$-2+1-1$

$f(2)=16+4+2+3$

22

25

18. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n-n)=5,\quad \sum_{n=1}^{10}(a_n-2b_n+[illegible])=[illegible]0$$

60. 70.

일 때, $\sum_{n=1}^{10}(2a_n-b_n)$의 값을 구하시오. [3점]

70

2A−B.

A+B=60

A−2B=70.

19. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+16\left|x+\frac{k}{3}\right|$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 구하시오. [3점]

4

$x\ge -\frac{k}{3}$ $f'(x)=3x^2-8x+16$

$x<-\frac{k}{3}$ $f'(x)=3x^2-8x-16$

$3x$ $+4$

x -4

$-\frac{4}{3}$, 4.

20. $0\le x\le \frac{1}{12}$ 일 때, x에 대한 방정식

$$(\sqrt{3}\sin a\pi x-\cos a\pi x)(\sin a\pi x+\sqrt{3}\cos a\pi x)=0$$

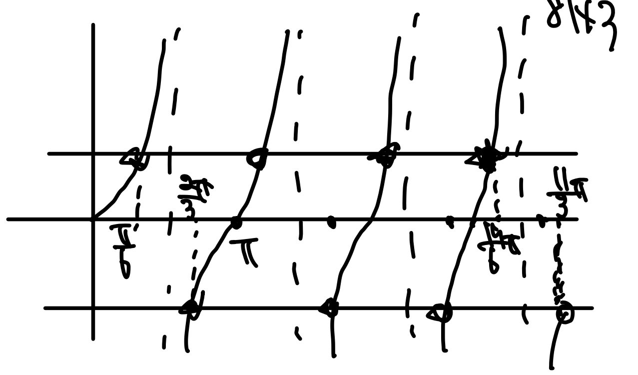
242.

의 서로 다른 실근의 개수가 $\boxed{7}$이 되도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

$38\le a<44$

$\tan a\pi x=\frac{1}{\sqrt3}$ or $-\sqrt3$, 38 39 40 41

$0\le a\pi x=t\le \boxed{\frac{a\pi}{12}}$ $\frac{19\pi}{6}\le\frac{a\pi}{12}<\frac{11}{3}\pi$



21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

최고 2차

(가) $f(2)=2$
(나) $\lim_{x\to1}\frac{\{f(x+1)-2\}(x-1)}{f(x)-x}=-2$

$f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

24

$f(x)-x=(x-1)^2(x-2)(x+1)$.

$b=-a-2$

$f(x)=(x-1)^2(x^2+ax+b)$

$f(2)=2$.

$f(x+1)-2=x^2(x-1)(x-\frac{b}{2}+1)+x-1$

$\frac{3-\frac{b}{2}}{-1+\frac{b}{2}}=-2$

$3-\frac{b}{2}=2-b$.

$\frac{b}{2}=-1$ $\quad b=-2$.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
6	3	5	8	4	2	1
11	12	6	3	7	12	6

$6+66=72$.

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1\times a_7$의 값의 합을 구하시오. [4점]

$a_3=3$ or $a_1+a_4=14$.

(가) $(a_3-3)(a_1+a_4-14)=0$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\begin{cases} a_n+n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$ 이다.

192

i) $a_3=3$

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
2	1	3	6	3	8	4
5	6					
12						

68

$8+\cancel{20}+\cancel{48}$.

$=76$

ii) $a_1+a_4=14$

a_1	a_2	a_3	a_4
$4k$	$2k$	k.	$\cancel{14-4k}$
$4k+1$	$4k+2$	$2k+1$	$\cancel{2k+1}$
$4k+2$	$2k+1$	$2k+3$	$2k+6=12-4k$.
$4k+3$	$4k+4$	$2k+2$	$k+1$

$6k=6$ $\quad \boxed{k=1}$

$11-4k$. $\quad 6k=10$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(e^x-1)^2}{1-\cos 2x}$ 의 값은? [2점]

2배?

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{8}$ ③ $\dfrac{1}{6}$ ④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

24. 매개변수 $t\,(t>0)$으로 나타내어진 곡선

$$x=t-\frac{1}{t},\quad y=\frac{e^{t-2}}{t^2+1}$$

에서 $t=2$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{125}$ ② $\dfrac{2}{125}$ ③ $\dfrac{3}{125}$ ④ $\dfrac{4}{125}$ ⑤ $\dfrac{1}{25}$

$y'=\dfrac{e^{t-2}(t^2+1)-2te^{t-2}}{(t^2+1)^2}$

$x'=1+\dfrac{1}{t^2}$

$t=2$

$=\dfrac{5}{4}$

$\dfrac{5-4}{25}=\dfrac{1}{25}$

$\dfrac{\frac{1}{25}}{\frac{5}{4}}=\dfrac{4}{125}$

25. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x^3+2x)=3^{x^2-1}+1$$

을 만족시킬 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$에서의 접선의 기울기는 b이다. $a\times b$의 값은? [3점]

$x=1$

① $\frac{4}{5}\ln 3$ ② $\frac{6}{5}\ln 3$ ③ $\frac{8}{5}\ln 3$ ④ $2\ln 3$ ⑤ $\frac{12}{5}\ln 3$

$(3x^2+2)f'(x^3+2x)=2x\times 3^{x^2-1}\times\ln 3$

$5f'(3)=2\ln 3$

$\frac{2\ln 3}{5}$

26. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{n^2}{4n^2-1}\right)=\frac{5}{4}$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\left\{a_n+\sum_{k=1}^{n}\left(a_k-\frac{1}{4}\right)\right\}$의 값은? [3점]

$\frac{1}{4}$ $= S$

① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{19}{8}$

$\sum_{k=1}^{n} a_k-\frac{1}{4}\quad -\sum_{k=1}^{n} a_k-\frac{k^2}{4k^2-1}$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k^2-\frac{4k^2}{4}}{4k^2-1}-\frac{1}{4}\right)=S-\frac{5}{4}=\frac{1}{8}$

$\sum\frac{1}{16k^2-4}$ $\quad S=\frac{11}{8}$

$\frac{1}{4}\times\frac{4}{(4k-2)(4k+2)}$ $\quad\frac{1}{8}$

$\frac{1}{4k-2}-\frac{1}{4k+2}$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$

27. 상수 a $(a>0)$에 대하여 정의역이 $\left\{x \mid -\frac{a}{2}\pi < x < \frac{a}{2}\pi\right\}$인 함수 $f(x)=3\tan\frac{x}{a}$의 역함수를 $g(x)$라 하자. $g'(3)=\frac{2}{3}$일 때, $g'(6)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$g(f(x))=x$ $\boxed{x=\frac{a}{4}}$

$f'(x)g'(f(x))=1$

$f'(x)=\frac{3}{a}\sec^2\frac{x}{a}$

$f'\left(\frac{a}{4}\right)=\frac{3}{2}$ $\boxed{a=4}$

$f'\left(\frac{a}{4}\right)g'(3)=1$

$\boxed{\tan\frac{x}{4}=2}$

$\frac{3}{4}\sec^2\frac{x}{4}$

$\frac{15}{4}$

$f'(x)g'(6)=1$

$g'(6)=\frac{4}{15}$

28. 이차함수 $f(x)$에 대하여 열린구간 $(0, \infty)$에서 정의된 함수

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x^2+x)^{n+1}+f(x)\times 6^n}{(x^2+x)^n+6^n}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 열린구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하다.
(나) $g(1)=6$

$f\left(\frac{1}{2}\right)\times f(4)$의 값은? [4점]

① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

$x^2+x>6$ $x^2+x<6$ $x^2+x=6$ $\boxed{x=2}$

$f(2)=6$ $f(2)=\frac{f(2)+6}{2}$

$f(x)=a(x^2-3x+2)+6$

$f'(x)=(2x-3)a$

$f'(2)=a=5$

$f(x)=5(x-1)(x-2)+6$

$\frac{15}{4}+6=\frac{39}{4}$

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} |a_n| & (|a_n| \le 6) \\ \dfrac{a_{n+1}}{a_n} & (|a_n| > 6) \end{cases}$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 = 6$
(나) $\displaystyle\sum_{n=5}^{\infty}(a_n - \lvert a_n \rvert) = -8$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = S$일 때, $-20 \times S$의 값을 구하시오. [4점]

$a_5=6$. $a_6=6r$

$a_n=6\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-5}$

24

$|a_n|=6\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$

$a_n|a_n|=36\times\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-5}$

$n\ge 5$ $\quad \frac{36}{\frac{5}{4}}=\frac{144}{5}$

$\frac{6r}{1-r^2}=-4$

$4r^2-4+6r=0$

$2r^2-3r-2=0$

$2r^2-2=3r$

$r=-\frac{1}{2}$

$\sum_{n=1}^{4}$ $-\frac{1}{2}a_n=-30$

$-\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{4}a_n$

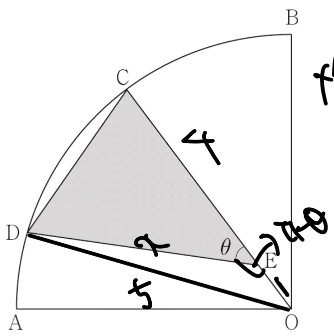
$-30+\frac{144}{5}$ $\quad$ 24

$=\boxed{-\frac{6}{5}}\times -20$

30. 반지름의 길이가 5이고 중심각의 크기가 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 선분 OC 위의 점 E를 $\overline{CE}=4$가 되도록 잡고, 호 AB 위의 점 D를 $\angle CED = \theta$가 되도록 잡을 때, 삼각형 CED의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

55



$f(\theta)=2x\sin\theta$

$f'(\theta)=2\sin\theta\cdot\frac{dx}{d\theta}+2x\cos\theta$

$25=1+x^2-2x\cos(\pi-\theta)$

$x^2+2x\cos\theta-24=0$

$x^2+\sqrt{2}x-24=0$

$x=3\sqrt{2}$

$2x\cdot\frac{dx}{d\theta}+2\cos\theta\frac{dx}{d\theta}-2x\sin\theta=0$

$(6\sqrt{2}+\sqrt{2})\cdot\frac{dx}{d\theta}=6$ $\quad \frac{dx}{d\theta}=\frac{6}{7\sqrt{2}}$

$+6$

$=\frac{48}{7}$

※ 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.