

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너는 내가 읽은 가장 아름다운 구절이다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[5]{3} \times 9^{\frac{2}{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 7x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_5 - S_3}{a_3} = 6, \quad S_2 = 9$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x+1)f(x) = x^2 + ax - 2$$

를 만족시킬 때, $f(-1) + a$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

5. 함수 $f(x) = (x-1)(x^2+2x-4)$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은?
[3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

7. 함수 $f(x) = x^3 - (a+1)x^2 + bx$ 가 $x=a$ 에서 극솟값 1을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = 2\sin(\pi + \theta)$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

8. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_8 a)$, $(4, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 기울기가 $\log_2 \sqrt[6]{a}$ 일 때, $\log_a b$ 의 값은? (단, $a \neq 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 6x^2 + \int_{-1}^1 (x+t)f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $f(-2)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

10. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(1)와 점 B(3)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - t - 2, \quad v_2(t) = 11t - 11$$

이다. $t=a(a > 0)$ 에서 두 점 P, Q 사이의 거리가 2일 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 점 P가 움직인 거리의 최댓값은?

[4점]

- ① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

11. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & (x \geq 0) \\ -5x^2 + 3 & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여 A(0, 1)에서 곡선 $y = f(x)$ 에 접선을 그을 때, 접점을 B라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{23}{12}$ ② $\frac{25}{12}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{31}{12}$

12. 모든 항이 정수이고, 공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음

조건을 만족시키도록 하는 모든 $\sum_{n=1}^5 |a_n|$ 의 값의 합은? [4점]

$$(가) \ a_3 \times a_5 < 0$$

$$(나) \ \sum_{n=1}^{10} (|a_n| + a_n) = 6a_2$$

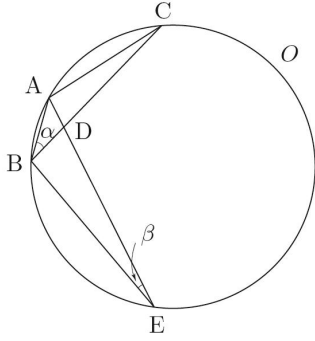
- ① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

13. 그림과 같이 넓이가 $\frac{64}{7}\pi$ 인 원 O 에 내접하는 삼각형

ABC 가 있다. 선분 BC 를 $1:3$ 으로 내분하는 점을 D 라 하고,
직선 AD 가 원 O 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 E 라 하자.

$\angle ABC = \alpha$, $\angle AEB = \beta$ 라 할 때, $2\sin\beta = \sin\alpha$ 이고,

$\cos(\alpha + \beta) = \frac{3}{4}$ 이다. $\overline{AB} + \overline{AE}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 와

직선 $x = n$ 이 만나는 점을 A_n 라 하자. 점 A_n 를 지나고

기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x+n} + n$ 과 만나는 점을

B_n 이라 하고, 점 A_n 를 지나고 기울기가 1 인 직선이 x 축과

만나는 점을 C_n 이라 하자. 직선 $B_n C_n$ 이 y 축과 만나는 점과

직선 $A_n B_n$ 의 거리를 d_n 이라 할 때, $\sqrt{2} \leq d_n \leq 2\sqrt{2}$ 를

만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 122 ② 124 ③ 126 ④ 128 ⑤ 130

15. 상수 a ($a > 0$)와 함수 $f(x) = (x-a)(x-2a)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x t |f(t)| dt - \int_0^x t f(t) dt$$

라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $g(\alpha) \leq g(x) \leq g(\beta)$ 를
만족시키는 실수 α 의 최댓값을 M , 실수 β 의 최솟값을 m 이라

할 때, $\frac{g(m)-g(M)}{m-M} = \frac{1}{2}$ 이다. $\sum_{k=1}^{10} g\left(\frac{k}{2}-1\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{87}{32}$ ② $\frac{89}{32}$ ③ $\frac{91}{32}$ ④ $\frac{93}{32}$ ⑤ $\frac{95}{32}$

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x-2) = \log_9(5x-4)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 2x + 1$ 이고
 $f(-1) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10}(a_n + b_n - n) = 5, \quad \sum_{n=1}^{10}(a_n - 2b_n + 1) = 40$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}(2a_n - b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. $0 \leq x \leq \frac{1}{12}$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$(\sqrt{3} \sin a\pi x - \cos a\pi x)(\sin a\pi x + \sqrt{3} \cos a\pi x) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 7이 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 16 \left| x + \frac{k}{3} \right|$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2) = 2$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\{f(x+1)-2\}(x-1)}{f(x)-x} = -2$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \times a_7$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $(a_3 - 3)(a_1 + a_4 - 14) = 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^2}{1 - \cos 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

24. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = t - \frac{1}{t}, \quad y = \frac{e^{t-2}}{t^2 + 1}$$

에서 $t = 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{125}$ ② $\frac{2}{125}$ ③ $\frac{3}{125}$ ④ $\frac{4}{125}$ ⑤ $\frac{1}{25}$

25. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
모든 실수 x 에 대하여

$$f(x^3 + 2x) = 3^{x^2 - 1} + 1$$

을 만족시킬 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, a)$ 에서의 접선의
기울기는 b 이다. $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{5}\ln 3$ ② $\frac{6}{5}\ln 3$ ③ $\frac{8}{5}\ln 3$
④ $2\ln 3$ ⑤ $\frac{12}{5}\ln 3$

26. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{n^2}{4n^2 - 1} \right) = \frac{5}{4}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_n + \sum_{k=1}^n \left(a_k - \frac{1}{4} \right) \right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{19}{8}$

27. 상수 a ($a > 0$)에 대하여 정의역이 $\left\{x \mid -\frac{a}{2}\pi < x < \frac{a}{2}\pi\right\}$ 인

함수 $f(x) = 3 \tan \frac{x}{a}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

$g'(3) = \frac{2}{3}$ 일 때, $g'(6)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

28. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 열린구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + x)^{n+1} + f(x) \times 6^n}{(x^2 + x)^n + 6^n}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 열린구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하다.
 (나) $g(1) = 6$

$g\left(\frac{1}{2}\right) \times g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} |a_n| & (|a_n| \leq 6) \\ \frac{a_{n+1}}{a_n} & (|a_n| > 6) \end{cases}$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 = 6$

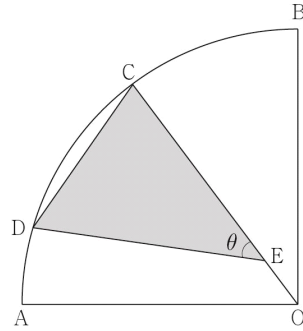
(나) $\sum_{n=5}^{\infty} (a_n - |a_n|) = -8$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = S$ 일 때, $-20 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 반지름의 길이가 5이고 중심각의 크기가 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 선분 OC 위의 점 E를 $\overline{CE} = 4$ 가 되도록 잡고, 호 AB 위의 점 D를 $\angle CED = \theta$ 가 되도록 잡을 때, 삼각형 CED의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.