

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

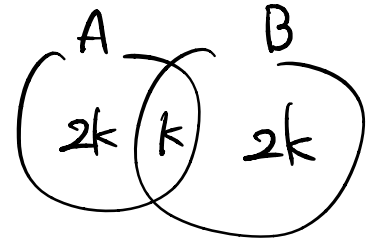
23. 6H_3 의 값은? [2점]

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

${}^8C_3 = \frac{7}{6}$

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$P(A|B) = P(B|A) = \frac{1}{3}$



일 때, $\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

25. 정규분포 $N(m, 16)$ 를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 일 때, $b-a$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 0.392 ② 0.784 ③ 1.176
 ④ 1.568 ⑤ 1.96

$$b-a = 2 \times 1.96 \times \frac{4}{10}$$

26. 4 이상의 자연수 n 에 대하여 동전을 n 번 던져서 앞면이 1번 나올 확률을 p , 앞면이 3번 나올 확률을 q 라 하자. $q=15p$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$$p = {}_n C_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$q = {}_n C_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\frac{{}_n C_3}{{}_n C_1} = 15 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 15 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-2) = 90$$

$$10 \times 9 = 90 \Rightarrow n = 11$$

수학 영역

$$\frac{V}{0} = ? \cdot 3$$

27. 이산확률변수 X 가 갖는 값이 1부터 5까지의 자연수이고, X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \frac{k}{x(x+2)}$$

일 때, 양의 실수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{42}{25}$ ② $\frac{44}{25}$ ③ $\frac{46}{25}$
 ④ $\frac{48}{25}$ ⑤ 2

$$\sum_{x=1}^5 \frac{k}{x(x+2)} = \frac{k}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right)$$

$$= \frac{k}{2} \times \frac{25}{21} = 1$$

$$\therefore k = \frac{42}{25}$$

28. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 순서대로 a, b 라 하자. $a^2 + b^2$ 을 4로 나눈 나머지와 8로 나눈 나머지가 서로 같을 때, ab 가 홀수이었을 확률은? [4점]

- ① $\frac{6}{17}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{8}{19}$ ④ $\frac{9}{20}$ ⑤ $\frac{10}{21}$

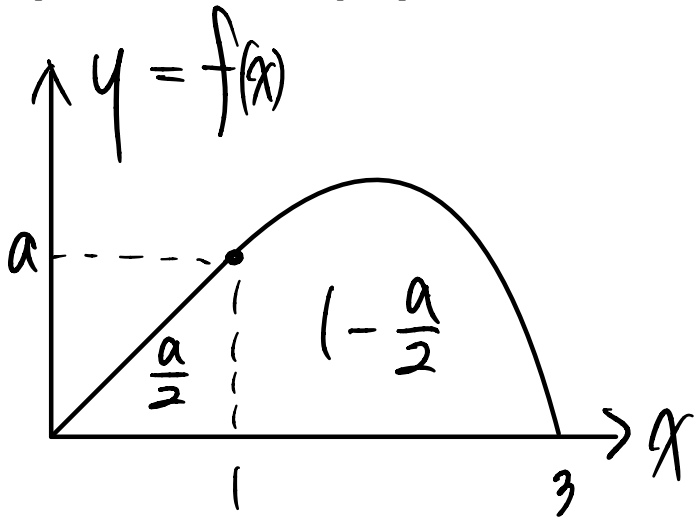
$a+b^2$	1	2	3	4	5	6
1	<input checked="" type="radio"/> 2	5	<input checked="" type="radio"/> 10	17	<input checked="" type="radio"/> 26	37
2	5	<input checked="" type="radio"/> 8	13	20	29	<input checked="" type="radio"/> 40
3	<input checked="" type="radio"/> 10	13	<input checked="" type="radio"/> 18	25	<input checked="" type="radio"/> 34	45
4	<input checked="" type="radio"/> 17	20	29	32	<input checked="" type="radio"/> 41	52
5	<input checked="" type="radio"/> 26	29	<input checked="" type="radio"/> 34	41	<input checked="" type="radio"/> 50	61
6	37	<input checked="" type="radio"/> 40	45	52	61	<input checked="" type="radio"/> 72

- (i) $f(x) = x$ 인 경우. 가능. 1가지
- (ii) 모든 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 경우
- (iii) 어떤 x, y 에 대하여 $f(x) = x$ & $f(y) \neq y$ 인 경우.

29. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 3$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} ax & (0 \leq x \leq 1) \\ b(x-c)(x-3) & (1 \leq x \leq 3) \end{cases} \quad (b < 0, c < 1)$$

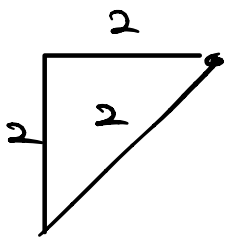
이다. $f(x)$ 가 $0 \leq x \leq 3$ 에서 미분가능할 때, $abc = -\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



(i) 연속: $a = -2b(1-c)$

(ii) 미분가능: $a = -2b + b(1-c)$

$-3b(1-c) = -2b \Rightarrow c = \frac{1}{3}$



$a = -\frac{4}{3}b, \quad b = -\frac{3}{4}a$

$-\frac{3}{4}a \int_1^3 (x-\frac{1}{3})(x-3) dx = 1 - \frac{a}{2}$

$\Rightarrow -\frac{3}{4}a \times (-\frac{8}{3}) = 1 - \frac{a}{2}$

$\Rightarrow 2a = 1 - \frac{a}{2}$

$\Rightarrow a = \frac{2}{5}, \quad b = -\frac{3}{10}$

$\therefore abc = -\frac{1}{25} \Rightarrow \textcircled{26}$

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 일대일대응 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

X 의 모든 원소 x 에 대하여 세 수 $x, f(x), f(f(x))$ 를 작은 수부터 크기 순서대로 나열한 것을 a, b, c 라 할 때, $b = \frac{a+c}{2}$ 이다. 등차수열.

1. 2. 3. 4. 5. 6 을 등차수열 2개로 쪼개기.

① (1. 2. 3)(4. 5. 6) or ② (1. 3. 5)(2. 4. 6)

(ii) - ① : $\{f(1), f(2), f(3)\} = \{1, 2, 3\}$

\Rightarrow 2가지. $(f(1), f(2), f(3)) = (2, 3, 1)$
 $(f(1), f(2), f(3)) = (3, 1, 2)$

$\{f(4), f(5), f(6)\} = (4, 5, 6) \Rightarrow$ 2가지.

$\Rightarrow 2 \times 2 = 4$ 가지.

(ii) - ② = (ii) - ① 4가지.

(iii) : $f(x) = x$ 3개. $f(y) \neq y$ 3개.

① (1. 2. 3) : $\{f(4), f(5), f(6)\} = \{4, 5, 6\}$ 2

② (1. 3. 5) : 2

③ (2. 4. 6) : 2

④ (4. 5. 6) : 2

(iii) $2 \times 4 = 8$ 가지.

(i) + (ii) + (iii) = $\textcircled{17}$