빠답

② ③, ④ 426 ④, 10

① ⑤ 13 ② ②

제 2 교시

수학 영역

홀수형

23학년도 7월 인천시 교육청

9. 2 이상의 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$(x^n-8)(x^{2n}-8)=0$$

의 모든 실근의 곱이 -4일 때, n의 값은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

* n제곱근 표현 $\sqrt[n]{a}$, $x^n=a$.

n제곱근 → 짝·홀 나누기

풀이

i) n:짝 $x=8^{\frac{1}{n}}, -8^{\frac{1}{n}}$ $x=8^{\frac{1}{2n}}, -8^{\frac{1}{2n}}$

⊖ × ⊖ = ⊕ X

ii) n:홀 $x=8^{\frac{1}{n}}$ $x=8^{\frac{1}{2n}}, -8^{\frac{1}{2n}}$

⊕ × ⊖ = ⊖ O

$8^{\frac{1}{n}} \times -8^{\frac{1}{2n}} = -8^{\frac{2}{n}} = -2^{\frac{6}{n}} = -2^2$

$\boxed{n=3}$ ②

23학년도 수능

13. 자연수 $m\,(m \geq 2)$에 대하여 m^{12}의 n제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n의 개수를 $f(m)$이라 할 때, $\sum_{m=2}^{9} f(m)$의 값은? [4점]

① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

약수의 개수

$m^{\frac{12}{n}}$

풀이

* n=1 제외

m: k^1 2, 3, 5, 6, 7 $\frac{2^2\times3}{n}$ n: 3×2−1=5개 ×5=25

m: k^2 $2^2(=4)$, $3^2(=9)$ $\frac{2^3\times3}{n}$ n: 4×2−1=7개 ×2=14

m: k^3 $2^3(=8)$ $\frac{2^2\times3^2}{n}$ n: 3×3−1=8개 ×1=8

25+14+8=$\boxed{47}$ ③

수학 영역

홀수형

25학년도 6월 평가원

14. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

> $\log_2 \sqrt{-n^2+10n+75} - \log_4(75-kn)$의 값이 양수가 되도록 하는 자연수 n의 개수가 12이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

진수 조건

풀이 진수 $-n^2+10n+75>0$, $75-kn>0$

$n^2-10n-75<0$, $-kn>-75$

$n-15$

$n+5$

$n<15$, $n<\frac{75}{k}$

$\log_4(-n^2+10n+75)-\log_4(75-kn)>0$

$\log_4(-n^2+10n+75)>\log_4(75-kn)$

$-n^2+10n+\cancel{75}>\cancel{75}-kn$

$-n^2+(10+k)n>0$

$n<10+k$

$n<15$, $n<\frac{75}{k}$, $n<10+k$

$12<\ <13.$ $\quad$ $13.$

$12<\frac{75}{k}<13$ $\quad$ $k=3.$

$\frac{75}{13}<k<\frac{75}{12}$

$k=6$

$6+3=\boxed{9}$ ④

23학년도 6월 평가원

21. 자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\boxed{426}$

$\log = $ 정수 $\rightarrow = k$ (k: 정수) $\rightarrow$ 부정 방정식

풀이

$\frac{2}{3}\log_2\frac{3}{4n+16}=-\frac{2}{3}\log_2\frac{4n+16}{3}=k$

$\frac{4n+16}{3}=2^{-\frac{3}{2}k}$

$4n+16=3\cdot2^{-\frac{3}{2}k}$

$n=3\cdot2^{-\frac{3}{2}k-2}-4$

$k=-2$ $\quad$ $n=2$

$k=-4$ $\quad$ $n=44$

$k=-6$ $\quad$ $n=380$

$k=-\cancel{8}$ $\quad$ $n=3\cdot2^{10}-4$ X

$2+44+380=\boxed{426}$

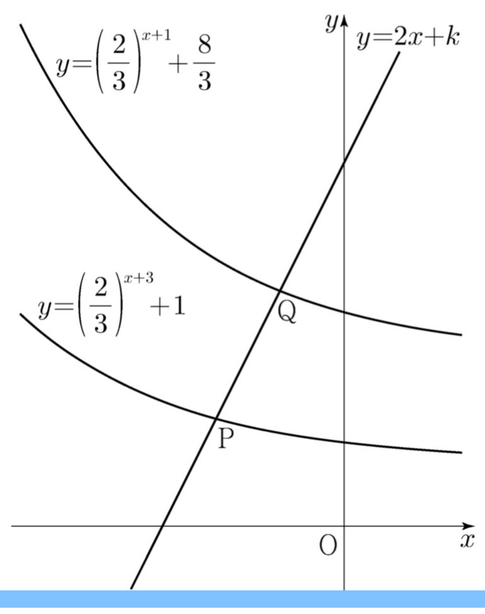
22학년도 수능

9. 직선 $y=2x+k$가 두 함수

$$y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1,\quad y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{5}$일 때, 상수 k의 값은? [4점]

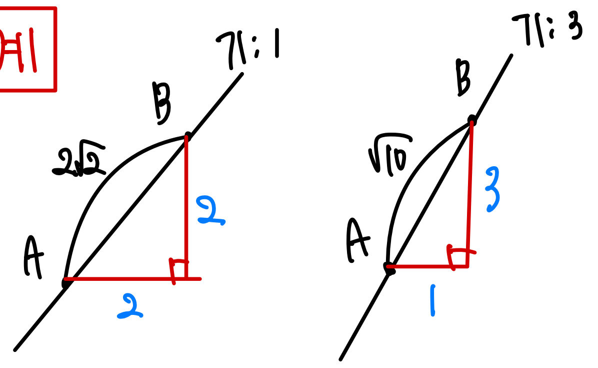
① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



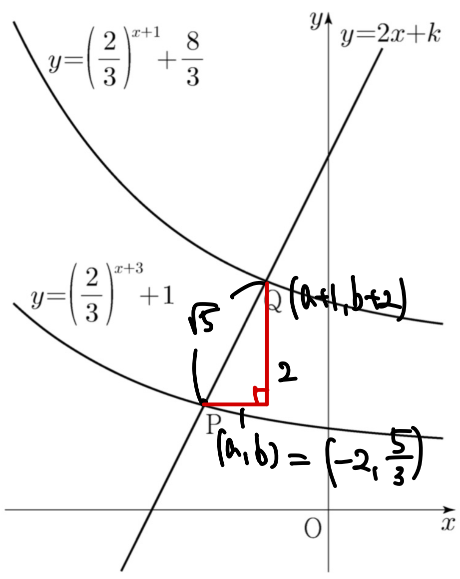
기울기가 □인 직선 + 거리 조건

→ 좌표 평행이동 파악

예



풀이



$b=\left(\frac{2}{3}\right)^{a+3}+1$

$b+2=\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}+\frac{8}{3}$

$b=\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}+\frac{2}{3}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}=A$

$\frac{2}{3}A+1=A+\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}A=\frac{1}{3}$ $A=1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{a+2}=1$ $a=-2$

$b=\frac{5}{3}$

$\frac{5}{3}=-4+k$ $\boxed{k=\frac{17}{3}}$ ④

24학년도 수능

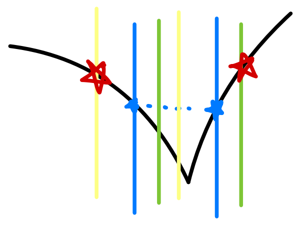
21. 양수 a에 대하여 $x\geq -1$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+6x & (-1\leq x<6) \\ a\log_4(x-5) & (x\geq 6) \end{cases}$$

이다. $t\geq 0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 구간 $[0, \infty)$에서 함수 $g(t)$의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

$\boxed{10}$

$[t-1, t+1]$ $f(x)$ 최대 → $g(t)$ 표현

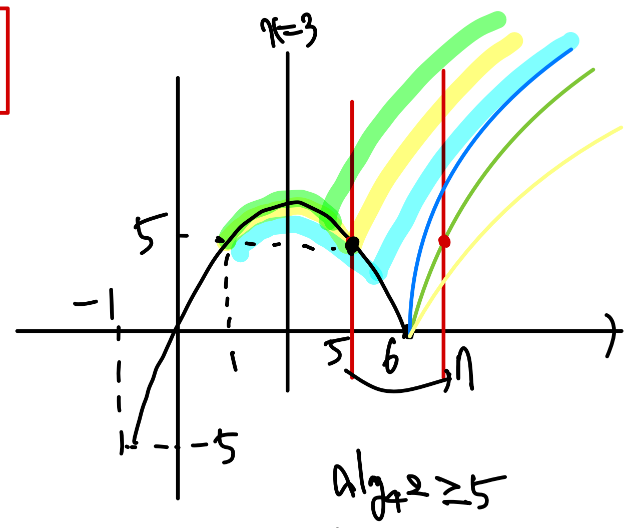


경계

함수값 같을때를 기준으로 관찰

$g(t-1)=g(t+1)$ 특수한 점 (최대, 최소)

풀이



$a\log_4 2\geq 5$

$\frac{1}{2}a\geq 5$

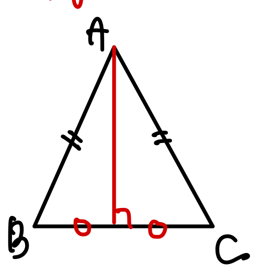
$a\geq 10$ $\boxed{10}$

EBS 수능특강 연계 자체 제작 문항

12. 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}-a$ $(2<a<8)$가 곡선 $y=2^x$ 및 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{OA}=\overline{AB}$일 때, 점 A의 y좌표의 값은? (단, 점 O는 원점이다.) [4점]

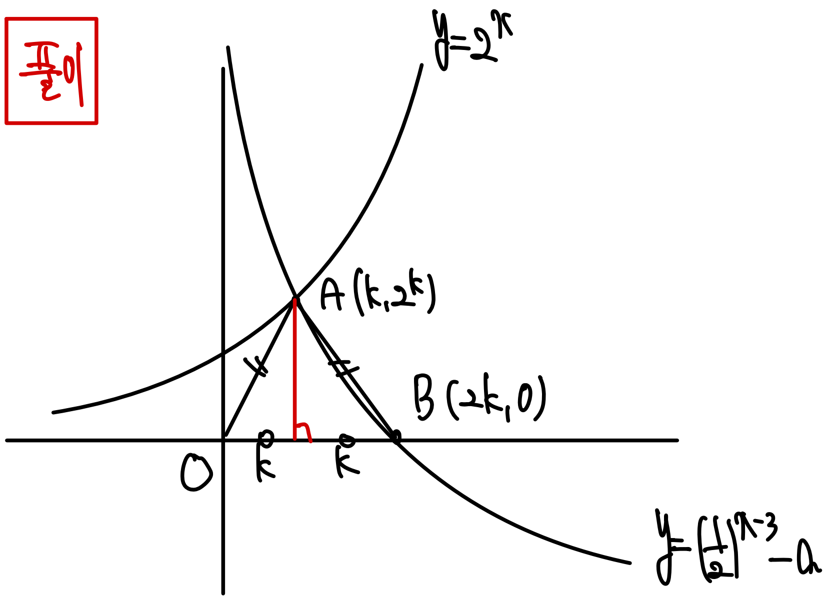
① $-1+\sqrt{5}$ ② $-2+2\sqrt{5}$ ③ $-1+\sqrt{6}$
④ $-2+2\sqrt{6}$ ⑤ $-1+\sqrt{7}$

이등변 삼각형 ⟶ 수선의 발



지수방정식 $\xrightarrow{\text{치환}}$ 다항방정식

풀이



① $2^k=\left(\frac{1}{2}\right)^{k-3}-a$

② $\left(\frac{1}{2}\right)^{2k-3}-a=0$

$a=\left(\frac{1}{2}\right)^{2k-3}=2^{-2k+3}$
$2<\quad<8$

$2^1<2^{-2k+3}<2^3$
$1<-2k+3<3$
$-2<-2k<0$
$0<k<1$

$2^k=8\times2^{-k}-8\times2^{-2k}$ $t^3=8t-8$

$(2^k)^3=8\times2^k-8$ $t^3-8t+8=0$

$t=2$ $8-16+8=0.$

$2^k=t$ $(1<t<2)$

2	1	0	-8	8
		2	4	-8
	1	2	-4	0

$t^2+2t-4=0$

$t=-1+\sqrt{5}$ $\boxed{2^k=-1+\sqrt{5}}$ ①

25학년도 9월 평가원

14. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=2^x$ 위의 두 점 A_n, B_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 기울기는 3이다.

(나) $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}=n\times\sqrt{10}$

중심이 직선 $y=x$ 위에 있고 두 점 A_n, B_n을 지나는 원이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 두 점의 x좌표 중 큰 값을 x_n이라 하자. $x_1+x_2+x_3$의 값은? [4점]

① $\frac{150}{7}$ ② $\frac{155}{7}$ ③ $\frac{160}{7}$ ④ $\frac{165}{7}$ ⑤ $\frac{170}{7}$

수학 영역

자체 제작 문항

24학년도 3월 서울시 교육청

21. $a>2$인 실수 a에 대하여 기울기가 -1인 직선이 두 곡선

$$y=a^x+2,\quad y=\log_a x+2$$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB를 지름으로 하는 원의 중심의 y좌표가 $\frac{19}{2}$이고 넓이가 $\frac{121}{2}\pi$일 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{13}$

수학 영역

홀수형

24학년도 9월 평가원

14. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+a}+b & (x \le -8) \\ -3^{x-3}+8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \le k\}$의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $3 \le k < 4$이다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

25학년도 3월 서울시 교육청

15. 세 실수 a, p, $q\,(p<q)$에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} |2^x-4| & (x \le p \text{ 또는 } x \ge q) \\ a+\log_2 x & (p < x < q) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응일 때, $f\left(\frac{p+q}{2}\right)$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$