

LUNA

공통 모의고사

J.light

밤하늘의 밝은 달이
될 그대에게 전하는
배포용 모의고사.....

J.light

문항 출제자 : 신정환

문항 검토자 : 박철호, 오성원

CCL : 자유롭게 활용 가능하나 2차 편집은 허용하지 않을 것임을 고지한다.
(필요한 경우, 저자에게 먼저 연락을 취하기 바란다.)

권장 제한시간 목록 (출제자 마음대로~)

미적분 선택자 - 60분 / 확률과 통계 선택자 - 75분 / 기하 선택자 - 65분

예상 등급 컷 (출제자 마음대로~)

만점 : 74 / 1컷 : 62 / 2컷 : 54 / 3컷 : 47

총평 및 저자 의견 :

LUNA모의고사는 기출에서 자주 다루어진 소재부터 미출제 요소까지를 망라하여 수험자들에게 다양한 느낌의 문제를 선사하고자 부단히 노력한 저자의 정성이 만들어낸 결실이다. 특히, 수험자들이 ‘자주 범하는 실수’(ex:1, 2, 20번 문항), ‘낮선 소재’(ex:8, 14, 17, 19, 21, 22번 문항), ‘추론 영역’(ex:10, 11, 15, 18번 문항), 그리고 다수의 학생들이 도외시하는 ‘복잡한 계산량’이 포함된 문제들까지 폭넓게 수록하면서 단 하나의 모의고사에 다양한 컨셉을 집약하여 녹여냈다는 것에 큰 자부심을 느낀다. 객관식 문항들은 평이한 난이도의 깔끔한 문제들 위주로 출제가 되었고 주관식 문항들은 참신한 조건과 다소 투박한 설정을 가진 변별력 문제들 위주로 출제가 됨으로써 수험자들이 많은 것들을 얻어갈 수 있도록 알차게 구성했다. 저자의 지극히 주관적인 의견을 피력해보자면 대부분의 문항의 난이도는 평이한 수준이었으나 일부 문항이 상당히 까다롭게 출제가 되어 수험자들이 체감하는 난이도가 쉽지 않았을 것이라 예상한다. (정량적 지표를 얻는 것은 물리적 한계가 따르므로 객관적인 난이도 평가가 불가하다는 점 너그러운 양해를 바란다.) 이제 페이지를 넘겨 모의고사를 풀어볼 차례이다. 한 가지를 당부 드린다면, 절대로 주관식 문항이 투박하게 생겼다는 것을 이유로 문제를 거르지 않길 바란다. 저자가 다음과 같은 설정을 추가한데에는 이유가 있기 마련이다.

LUNA모의고사가 표방하는 목적은 다음과 같다.

1. ‘공통 문제를 얼마나 정확하게 풀어낼 수 있는가?’에 대한 답을 찾을 수 있도록 돕는다.
2. ‘학습이 덜 되어 있는 단원이 무엇인가?’에 대한 답을 찾을 수 있도록 돕는다.
3. ‘계산, 발상, 추론, 실전력, 실수 등의 요소들 중 향후의 수험 생활 중에 보완해야 되는 능력이 무엇인가?’에 대한 답을 찾을 수 있도록 돕는다.
4. (일명) ‘평가원스러움’에 집착하기보다 수험자들에게 다채로운 컨셉을 제공하면서 수록된 문항들이 실질적인 실력 향상에 도움이 되도록 구성한다.
5. 수험자들의 실전 감각을 배양할 수 있도록 돕기 위해 평가원의 출제 방향성을 반영하고 평균적인 난이도를 적정선에 맞추어 이른바 ‘실전적인’ 분위기를 선사한다.

위의 목적을 필히 정독하여 이 모의고사를 온전히 활용하고, 실력 향상을 체감하며 성장의 재미를 느끼는 수험자 자신의 모습을 목도할 수 있기를 바라마지 않는다.

P.S. LUNA모의고사에는 숨겨진 이스터에그가 있다! 모의고사를 풀며 숨겨진 ‘LUNA’를 찾아보자.

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						—				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

삶이 곧 빛이 되고 노래가 될 거야

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $2^{2-\sqrt{3}} \times 2^{2+\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + b$ 에 대하여

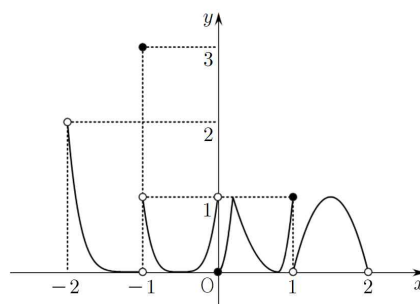
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) + f(1)}{h} = 4$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_6 = 13S_2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

4. 열린구간 $(-2, 2)$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x+1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\left| a \cos \left(x + \frac{3}{2}\pi \right) + 2 \right| = 2$$

를 만족시키는 서로 다른 실근의 개수가 짝수가 되도록 하는
양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각
 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 12t$$

이다. 점 P가 출발한 시각부터 다시 원점으로 돌아올 때까지
움직인 거리는? [3점]

- ① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

7. 공차가 2이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^3 a_k a_{k+1} < -a_1 a_4$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & (x \geq 0) \\ ax & (x < 0) \end{cases}$$

라 하자. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{h} = 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때,

삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

(가) $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 18 + 6\sqrt{3}$

(나) $\cos B : \cos C = \sqrt{3} : 1$

- ① $21\sqrt{3}$ ② $18\sqrt{3}$ ③ $15\sqrt{3}$ ④ $11\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

10. 다음 조건을 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1) = 0$, $f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3nx^3}{x^n} = n \text{ 이 되도록 하는 자연수 } n \text{의 개수는}$$

2이다.

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

11. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]

$$(가) \log_4 a + 6\log_8 b = 13$$

$$(나) \log_2(a+6b) = 8$$

- ① 96 ② 88 ③ 80 ④ 72 ⑤ 64

12. 최고차항의 계수가 자연수인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$kf(x) = \left\{ \int_{-1}^0 f(x) dx \right\} x^3 + \left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\} x$$

를 만족시킨다. $f(k)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 $\int_0^2 f(x) dx$ 의 최솟값은? (단, k 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ① 128 ② 120 ③ 112 ④ 104 ⑤ 96

13. $0 \leq x \leq \pi$ 인 x 에 대하여 부등식

$$\sin x \cos x (\sin x - \cos x) (\sin x - \sqrt{3} \cos x) \leq 0$$

을 만족시키는 모든 x 의 범위가 $\frac{\pi}{a} \leq x \leq \frac{\pi}{b}$, $\frac{\pi}{c} \leq x \leq \frac{\pi}{d}$ 일

때, $a+b+c+d$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 삼차함수 $f(x) = \frac{1}{12}x^3 - 12x$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의

점 $A(m, f(m))$ 을 지나는 직선 $y = g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(m) < 0$ 이 되도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합은? [4점]

$$\text{모든 실수 } k \text{에 대하여 } k \int_{m-k}^{m+k} \{f(x) - g(x)\} dx \leq 0 \text{ 이다.}$$

- ① -15 ② -17 ③ -19 ④ -21 ⑤ -23

15. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 이 250 이하인 자연수가 되도록 하는 모든 a_2 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{n+1} & (a_n \text{이 자연수인 경우}) \\ na_n & (a_n \text{이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 명제 ' $\sqrt{a_5}$ 가 자연수이면 $\sum_{k=1}^5 a_k$ 는 자연수가 아니다.'와 그 역은 모두 참이다.

- ① 775 ② 780 ③ 785 ④ 790 ⑤ 795

단답형

16. $\int_0^1 (x^3 + 3x^2 + x)dx + \int_{-1}^0 (x^3 + 3x^2 - x)dx$ 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2$$

을 만족시킬 때, a_9 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 자연수인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf'(x)}{f(x)} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf'(x)}{f(x)} = 2$$

$f'(0) = 0$, $f(2) = 32$ 이 되도록 하는 모든 $f(1)$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = 2^x - a$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [3점]

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x|f(x-1)| \leq x|f(x+1)|$ 이 성립한다.

20. 자연수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < a$ 일 때, $f(x) = -x^2 + ax$ 이다.
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+10)$ 이다.

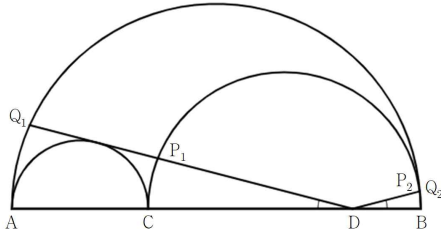
모든 실수 k 에 대하여 $\int_k^{k+2a} f(x)dx = 0$ 이 되도록 하는 모든

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^a f(x)dx$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 길이 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원의 호 AB 위의 두 점 Q_1, Q_2 와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 선분 Q_1D 는 선분 AC를 지름으로 하는 반원에 접한다. 선분 AB 위의 C가 아닌 점 D에 대하여 두 선분 Q_1D, Q_2D 와 선분 BC를 지름으로 하는 반원의 교점이 각각 P_1, P_2 이다. 삼각형 P_1DP_2 의 넓이를 S_1 , 삼각형 Q_1DQ_2 의 넓이를 S_2 라 할 때,

$$\overline{BC} = 2\overline{AC}, \quad \angle Q_1DA = \angle Q_2DB, \quad 3S_2 = 5S_1$$

이다. $\overline{Q_1D}^2 + \overline{Q_2D}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 두 정수 a, b 에 대하여 자연수 k 와 함수

$$f(x) = (x-1)(3x^2 + 3ax + b)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

열린구간 $(1, \infty)$ 에서 x 에 대한 방정식

$$\log_2(f' \circ f)(x) = \log_2\{f(x)+1\} + m$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2 이상이도록 하는 정수 m 의 개수는 k 이다.

$f'(1) = 1, f'(0) > 1$ 일 때, $f(k)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.