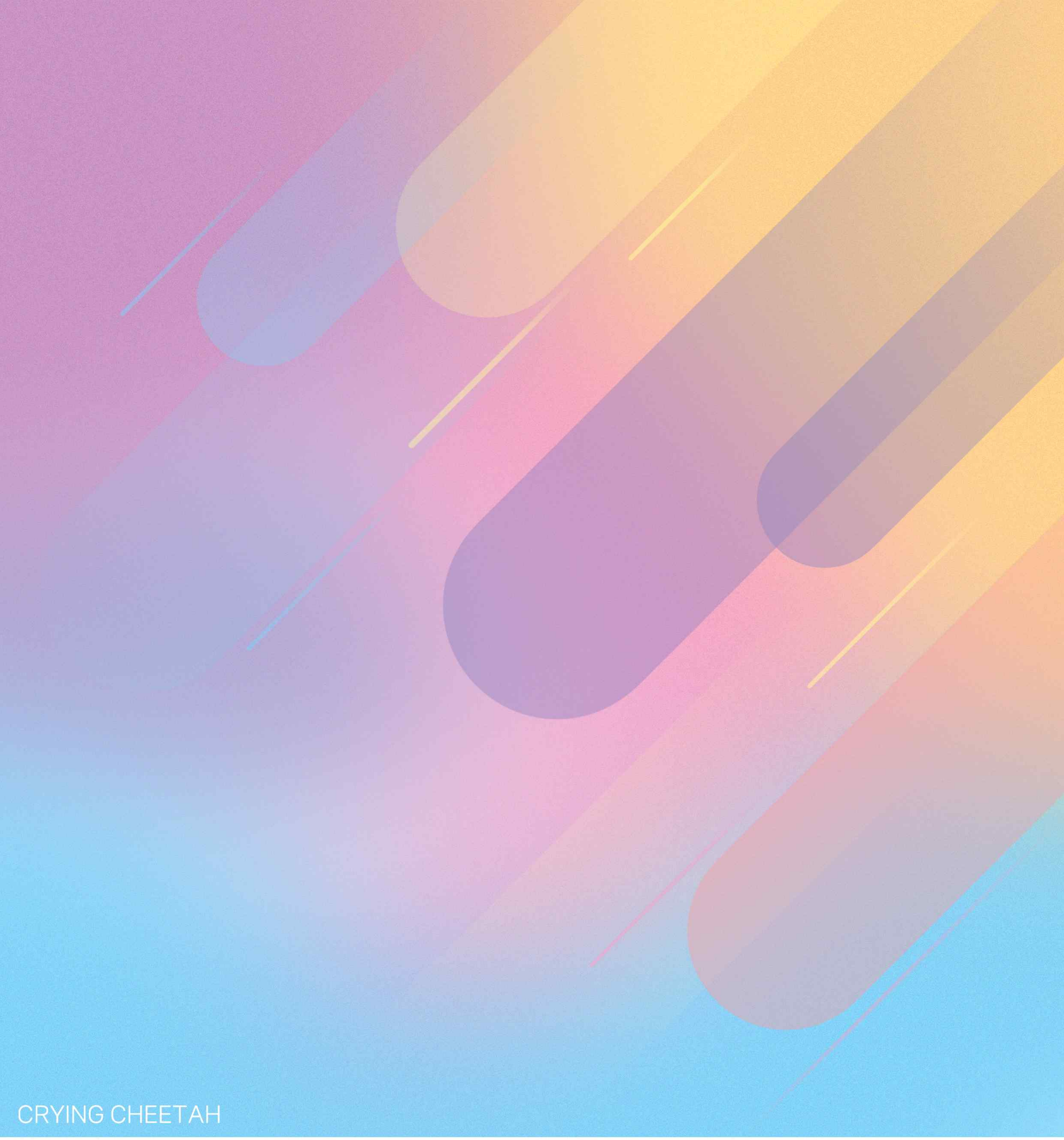


수능특강 선별자료 2026 VER.

수학 2

CONTENTS

MEMO

1. 함수의 극한

Level 2 1번 / 14p

1 두 실수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$를

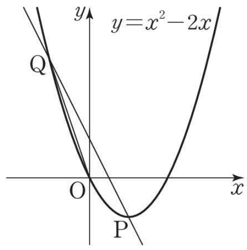
$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<a) \\ 2ax+a & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. $\lim_{x \to a} f(x)$의 값이 존재하도록 하는 a의 값이 오직 하나가 되도록 하는 b의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{5}{4}$

Level 2 7번 / 15p

2 그림과 같이 곡선 $y=x^2-2x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ t^2-2t)$ $(0<t<2)$를 지나고 기울기가 -2인 직선이 곡선 $y=x^2-2x$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 OQ의 길이를 $L(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 0+} \frac{L(t)}{t}$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

Level 3 1번 / 16p

3 함수 $f(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 부등식

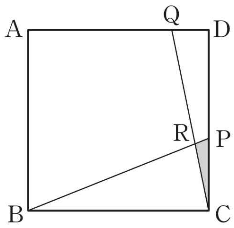
$$f\left(\frac{x-2}{2}\right)<x^2<f\left(\frac{x-1}{2}\right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{6x^2+5}$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

Level 3 3번 / 16p

4 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. $0<t<1$인 실수 t에 대하여 선분 CD 위에 점 P를 $\overline{\mathrm{CP}}=t$가 되도록 잡고 선분 AD 위에 점 Q를 $\overline{\mathrm{DQ}}=\dfrac{t}{2}$가 되도록 잡을 때, 선분 BP와 선분 CQ의 교점을 R이라 하자. 삼각형 CPR의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{t\to 0+}\frac{S(t)}{t^3}$의 값은?



① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{3}{8}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{8}$

MEMO

2. 함수의 연속

Level 2 7번 / 26p

1 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-1)(x-2)f(x)=(x-2)(x^2+ax+b)+(x-1)(x^2-ax-b)$$

를 만족시킬 때, $f(1)+f(2)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

Level 3 1번 / 27p

2 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x<1) \\ -x+2a & (x \geq 1) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)\{f(x)-9\}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 3 2번 / 27p

3 함수 $f(x)=x^2-2x+a$와 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $|f(x)|=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하면 함수 $g(t)$는 $t=\alpha$, $t=\beta$ $(\alpha<\beta)$에서만 불연속이고 $\alpha+\beta=4$이다. $f(a)$의 값을 구하시오.

(단, a는 상수이다.)

Level 3 3번 / 27p

4 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}-3x(x-1) & (x<2)\\(x-4)(x-5) & (x\geq 2)\end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x-1)f(x-a)$가 $x=3$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

MEMO

3. 미분계수와 도함수

Level 1 7번 / 37p

1 함수 $f(x)=x^3-6x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선과 두 점 $(-3, f(-3))$, $(3, f(3))$을 지나는 직선이 서로 평행할 때, 양수 a의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

Level 2 2번 / 38p

2 $x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=\sum_{n=1}^{5} nx^{n-1}$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선의 기울기는?

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

Level 2 4번 / 38p

3 이차함수 $f(x)$와 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+1}=a_n+6$
(나) x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 수열 $\{a_n\}$의 일반항과 같다.

$a_1=7$일 때, $f'(3)$의 값을 구하시오.

Level 2 7번 / 39p

4 다항함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(0)$의 값은?

> (가) $f(0)=0$, $g(0)=5$
> (나) 모든 양수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.
> (다) 모든 양수 t에 대하여 점 $(t, f(t))$와 원점 사이의 거리는 $tg(t)$이다.

① $2\sqrt{6}$ ② 5 ③ $\sqrt{26}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

Level 2 8번 / 39p

5 함수 $f(x)=\begin{cases} |x+1| & (x \le 0) \\ 3x+1 & (x>0) \end{cases}$이 있다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(4)$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

Level 3 2번 / 40p

6 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)+f'(8-x)=0$이다.
> (나) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}\lim_{h\to 0}\frac{f(k-3+h)-f(k-3-h)}{h}=-f(0)$

MEMO

4. 도함수의 활용(1)

Level 2 2번 / 51p

1 상수 k에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=x^3+kx+k-3$이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{A}(-1,\ -4)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 $-\dfrac{1}{5}$인 직선이 y축과 만나는 점을 C라 하자. 점 B가 선분 AC를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, 선분 AB의 길이는?

① $6\sqrt{6}$ ② 15 ③ $3\sqrt{26}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{7}$

Level 2 3번 / 51p

2 $-2<a<2$인 실수 a와 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+4x & (x<0) \\ -x^2+4x & (x\geq 0) \end{cases}$에 대하여 두 점 $(-2,\ f(-2))$, $(a,\ f(a))$를 지나는 직선에 평행하고 함수 $y=f(x)$의 그래프에 접하는 직선 중 접점의 x좌표가 열린구간 $(-2,\ a)$에 존재하는 서로 다른 직선의 개수를 $g(a)$라 하자. $\lim\limits_{x\to m-} g(x)=1$, $\lim\limits_{x\to m+} g(x)=2$를 만족시키는 상수 m의 값은?

(단, $-2<m<2$)

① $-2+2\sqrt{2}$ ② 1 ③ $-2+\sqrt{10}$ ④ $-1+\sqrt{7}$ ⑤ $-1+2\sqrt{2}$

Level 2 4번 / 51p

3 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오.

(가) 실수 k에 대하여 $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f(x)-2}{(x+2)^2}=k$이다.

(나) 함수 $f(x)$가 열린구간 $(3,\ 5)$에 속하는 모든 x에서 $f(x)\geq f(4)$이다.

Level 2 7번 / 52p

4 함수 $f(x)=-x^3+3x^2+kx+3$이 열린구간 $(-1,\ 1)$에서 극솟값을 갖도록 하는 정수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

Level 3 2번 / 53p

5 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극솟값 2를 갖는다. 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1,\ t+1]$에서 함수 $f'(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, 닫힌구간 $[-3,\ -1]$에서 함수 $g(t)$의 값은 항상 상수 k로 일정하다. $f(1)+k$의 값을 구하시오.

Level 3 3번 / 53p

6 서로 다른 두 정수 a, b에 대하여 사차함수 $f(x)=(x-a)^3(x-b)+7$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty,\ 2]$에서 감소하고, 구간 $[2,\ \infty)$에서 증가한다. (나) $f'(t)=0$을 만족시키는 $t>2$인 실수 t의 값이 존재하지 않는다.

x에 대한 방정식 $f'(x)=0$을 만족시키는 서로 다른 모든 실근의 합의 최댓값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

MEMO

5. 도함수의 활용(2)

Level 2 1번 / 64p

1 $t \geq -\sqrt{3}$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1,\ t]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x+1$의 최댓값을 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 최솟값을 갖는다. 상수 a의 값은?

① $\dfrac{2+\sqrt{31}}{6}$　② $\dfrac{3+\sqrt{33}}{6}$　③ $\dfrac{3}{2}$　④ $\dfrac{2+2\sqrt{2}}{3}$　⑤ $\dfrac{5+\sqrt{30}}{6}$

Level 2 2번 / 64p

2 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $f(|x|+t)$가 $x=a$에서 극값을 갖는 모든 실수 a의 개수를 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 1-} g(t) \neq \lim_{t \to 1+} g(t)$이다. 함수 $h(x)=(x-3)f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(4)$의 값은?

> (가) 방정식 $h(x)=0$의 모든 근은 정수이다.
> (나) $h'(1) \times h'(3) < 0$

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16

Level 2 7번 / 65p

3 두 함수 $f(x)=2x^3-kx$, $g(x)=-x^3+6$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k의 값을 구하시오.

Level 3 1번 / 66p

4 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) $f(k)>0$인 음수 k가 존재한다.
(다) $f'(a)=f'(b)$와 $(a+b)^2=4$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 a, b가 존재한다.

$f(3)$의 값을 구하시오.

Level 3 3번 / 66p

5 상수 a $(a \neq 1,\ a \neq 2)$와 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(2)=f(a)$
(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ f(1))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선이 서로 평행하다.
(다) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선이 점 $(-1,\ 0)$을 지난다.

함수 $f'(x)$의 최댓값이 1일 때, $f(-1)$의 값은?

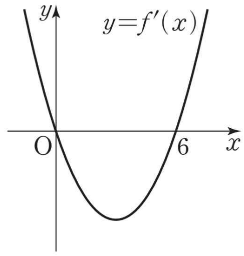
① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

MEMO

6. 부정적분과 정적분

Level 2 1번 / 77p

1 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(0)=f'(6)=0$이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 20이고 극솟값이 2일 때, $f(2)$의 값은?



① $\frac{44}{3}$　② $\frac{46}{3}$　③ 16
④ $\frac{50}{3}$　⑤ $\frac{52}{3}$

Level 2 5번 / 78p

2 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{x-1}^{x+1}\{f(t)+2t\}dt=6x^2+4$$

를 만족시킨다. $\int_{2}^{3}f(t)dt=5\int_{-1}^{0}f(t)dt$일 때, $\int_{1}^{2}f(x)dx$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

Level 2 6번 / 78p

3 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여

$$F(x)=x^2f(x)+x^4+kx$$

가 성립할 때, $F\left(\frac{1}{k}\right)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 61　② 63　③ 65　④ 67　⑤ 69

Level 3 1번 / 79p

4 다항함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+\int_0^x (x-t)f'(t)dt=g(x),\ g(x)=g(-x)$$

를 만족시킨다. $f(0)=0$일 때, $f(1)+g(1)$의 값은?

① -19 ② -18 ③ -17 ④ -16 ⑤ -15

Level 3 4번 / 80p

5 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $\int_{-x}^{x} f(t)dt=0$을 만족시킨다.

자연수 n에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_0^h f'(t)dt=-n$$

일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=nx$의 양의 실근을 a_n, 음의 실근을 b_n이라 하자. $S_n=\int_{b_n}^{a_n}|f(x)|dx$일 때,

$\sum_{n=1}^{7} S_n$의 값을 구하시오.

Level 3 5번 / 80p

6 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 두 집합

$A=\{x\,|\,f(x)=0,\ x$는 정수$\}$, $B=\{x\,|\,F(x)=0,\ x$는 실수$\}$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(10)$의 최댓값과 최솟값의 차는?

(가) $0\in(A\cap B)$, $n(A)=n(B)$

(나) 집합 B의 어떤 원소는 50 이하의 자연수이다.

① 210 ② 240 ③ 270 ④ 300 ⑤ 330

Level 3 6번 / 80p

7 함수 $f(x)=\begin{cases}(ax-2)(x+2) & (x<0)\\ 2x-4 & (x\geq 0)\end{cases}$이 있다. 양수 t에 대하여 $x<0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_t^x f(s)ds$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 정수 a의 최댓값을 M이라 하자. $f(-M)$의 값은?

모든 양수 t에 대하여 곡선 $y=g(x)$는 x축과 적어도 한 점에서 만난다.

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 정적분의 활용

CRYING CHEETAH

Level 2 5번 / 92p

1 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=-f(-x)$이다.

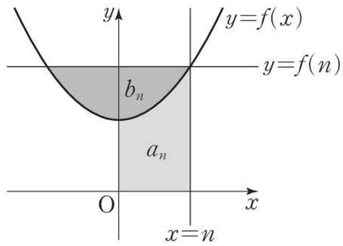
(나) $\int_{-5}^{7} f(x)dx=3$, $\int_{-7}^{0} f(x)dx=5$

(다) 방정식 $f(x)=0$을 만족시키는 양수 x는 5와 7뿐이다.

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

Level 2 6번 / 92p

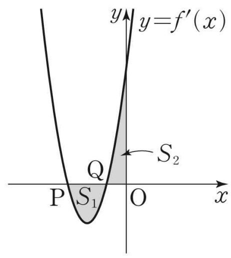
2 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^2+n$이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축, y축 및 직선 $x=n$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 a_n, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=f(n)$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 b_n이라 하자. $a_n \geq b_n$을 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 m이라 할 때, $\sum_{k=1}^{m}(a_k-b_k)$의 값은?



① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$
④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

Level 2 7번 / 92p

3 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f'(x)$의 그래프는 두 점 $\mathrm{P}(-2,\ 0)$, $\mathrm{Q}(k,\ 0)$ $(-2<k<0)$을 지난다. 곡선 $y=f'(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f'(x)$와 y축 및 선분 QO로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=S_2$이고 함수 $f(x)$의 극댓값이 2일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, O는 원점이다.)



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{19}{27}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{22}{27}$

Level 3 2번 / 93p

4 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

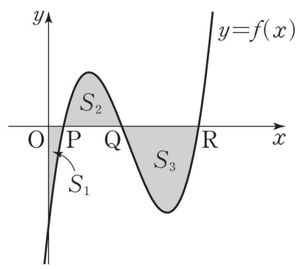
(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=-f(-x)$이고, $f'(x) \le 0$이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 직선 $y=-x$와 만나는 서로 다른 점의 개수는 3이다.

$f(3)=-3$, $\int_{-3}^{0} f(x)dx=2$일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16

Level 3 3번 / 93p

5 5보다 큰 실수 a에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 세 점 $\mathrm{P}(1,\ 0)$, $\mathrm{Q}(5,\ 0)$, $\mathrm{R}(a,\ 0)$을 지난다. 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 선분 OP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2, 곡선 $y=f(x)$와 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3이라 하자. $2S_1$, S_2+a^2, $2S_3$이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $f(6)$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① -20　② $-15\sqrt{2}$　③ $-10\sqrt{5}$　④ $-5\sqrt{22}$　⑤ $-10\sqrt{6}$

MEMO

빠른 정답

1. 함수의 극한

1. ①	2. ③	3. ④	4. ②

2. 함수의 연속

1. 12	2. ⑤	3. 12	4. ②

3. 미분계수와 도함수

1. ③	2. ①	3. 13	4. ①	5. ⑤	6. 53

4. 도함수의 활용(1)

1. ③	2. ①	3. 102	4. ③	5. 19	6. ③

5. 도함수의 활용(2)

1. ②	2. ④	3. 9	4. 54	5. ④

6. 부정적분과 정적분

1. ②	2. ⑤	3. ④	4. ①	5. 140	6. ④	7. ④

7. 정적분의 활용

1. ⑤	2. ⑤	3. ⑤	4. ②	5. ②

Feedback

1. 함수의 극한

1. 극한값이 존재한다는 조건을 통해 $a^2+b=2a^2+a$를 얻을 수 있다. 'a의 값이 오직 하나'에서 판별식을 떠올릴 수 있고, a에 대한 이차방정식으로 해결하자.
2. 식을 다 써볼 필요 없이 직선이 $-2x+\cdots$이므로 이차함수와 연립하면 일차항이 사라진다. 점 P와 Q의 x좌표의 합이 0이므로 Q의 x좌표가 $-t$임을 알 수 있다. 점과 점 사이의 거리로 마무리하자.
3. 부등식이면 솔직히 샌드위치겠거니... $f\left(\dfrac{x-2}{2}\right)<x^2$에서 $x\to 2x+2$ 집어넣어서 최고차항만 찾고 마무리하자.
4. 해설지에서는 좌표평면에 두고 풀었던데, 점 R에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 S, 선분 CD에 내린 수선의 발을 T라 하면 $\overline{\mathrm{RS}}:\overline{\mathrm{RT}}=\overline{\mathrm{CD}}:\overline{\mathrm{QD}}$이다. 삼각형 CDQ에서의 조건을 썼으니, 남은 삼각형 BCP를 보면 $\overline{\mathrm{BS}}:\overline{\mathrm{RS}}=\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{PC}}$를 사용해서 마무리하면 되겠다.

2. 함수의 연속

1. 보자마자 양변을 $(x-1)(x-2)$로 나눠야겠다. $f(x)$가 연속이라니까 $f(1)$과 $f(2)$의 값 $x=1$과 $x=2$에서의 극한값을 찾는 방법으로 마무리하면 되겠다.
2. $f(x)\{f(x)-9\}$가 $x=1$에서 연속이면 되므로 $x=1$에서 좌극한과 우극한으로 나눠 식을 직접 집어넣어 이차방정식의 근과 계수의 관계로 마무리하자.
3. $g(t)$가 불연속인 t가 2개가 되려면 $f(x)$가 두 개의 서로 다른 근을 가져야 한다. $\alpha=0$이므로 $\beta=4$이고, $f(x)$의 꼭짓점의 y좌표가 -4여야 함을 알 수 있다.
4. $f(x)$가 $x=2$에서 좌극한의 값이 -6이고, 우극한의 값이 6이다. 먼저 $a=1$일 때, 극한값이 36이 되므로 하나를 찾을 수 있다. $a\neq 1$일 때를 보자. $x=3$에서 $f(x-1)$이 연속이 될 수 없으므로 $f(x-a)=0$이어야 연속이 된다. $3-a<2$일 때와, $3-a>2$인 경우를 나눠 a의 값을 찾아 마무리하자.

3. 미분계수와 도함수

1. 비율 관계를 쓰자. $f(x)$가 기함수이고, 두 점을 지나는 직선은 원점을 지나므로 이 직선과 평행한 접선의 x좌표는 $1:\sqrt{3}$을 사용하여 바로 $a=\sqrt{3}$임을 찾을 수 있다.
2. 개수가 적어서 전부 다 나열해도 되긴 하는데, 만약 개수가 많았다면? $f'(1)=\sum_{n=2}^{5}n(n-1)$로 해결할 수도 있다. 이때 상수항은 미분하면 사라지니까 $n=2$부터 시작하는 것을 주의하자.
3. 이차함수의 대칭성을 활용하자. 1에서 3까지 $f(x)$의 평균변화율은 그 중간인 $x=2$에서의 접선의 기울기와 같다는 점을 생각한다면 $f'(x)$를 바로 써낼 수 있다. $a_1=f'(2)$, $a_2=f'(3)$, $\cdots$에서 $f'(x)=6x-5$이다.
4. 먼저 조건 (다)를 활용하여 양수 t에 대하여 $f(t)=t\sqrt{\{g(t)\}^2-1}$로 $f(t)$를 써내자. 우리는 $f'(0)$을 구해야 한다. 그런데 $f(x)$는 다항함수이므로 모든 x에서 미분 가능이다. 즉, 우리가 식을 가지고 있는 $x>0$구간의 식을 통해 $x=0$에서의 우미분계수만 구해도 된다는 것이다. 대입을 통해 미분계수 식을 계산하여 마무리하자.
5. 불연속에는 인수 2개가, 연속이고 미분 불가능한 곳에선 인수 1개가 필요함을 항상 기억하자. $x=-1$, 0에서 인수가 1개씩 필요하니까 $g(x)$를 바로 쓸 수 있다.
6. 조건 (가)에서 $f(x)$의 대칭축이 $x=4$임을 알 수 있다. 조건 (나)는 도함수의 식이니, 어려울 부분은 없는 문제.

4. 도함수의 활용(1)

1. '지름으로 하는 원 위의 점', 점 A에서의 접선과 선분 BC가 수직을 이룬다. 점 A에서의 접선의 기울기가 5이므로 $f'(1)=5$로 k의 값을 찾자. 비율 관계를 활용하면 점 B의 x좌표도 바로 구할 수 있으니 마무리하자.
2. $f(x)$를 다 줬다. 어려워하면 안된다. a의 값을 움직여보다가 어떤 경우에 $g(a)$의 값이 변할까? 특수한 경우 바로 접할 때를 관찰하자.
3. 조건 (나)에서 구간에서의 최소. 즉, $x=4$에서 극소임을 나타내고 있다.
4. 열린구간 $(-1,\ 1)$에서 극솟값을 가지려면 $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌는 실근을 가져야하고, 사잇값의 정리를 활용하여 $f'(-1)<0,\ f'(1)>0$로 마무리할 수 있다.
5. $t=-3$일 때부터, $t=-1$일 때까지 구간에 $f'(x)$의 최솟값이 계속 포함되려면 어떻게 되어야 할까? $x=-2$에서 최솟값을 가져야 함을 알 수 있다.
6. 조건 (가)에서 증감이 $x=2$에서만 바뀌고, 조건 (나)에 의해 $f(x)$와 $y=7$이 $x=a$ $(a<2)$에서 삼중근 모양으로 만나고 남은 한 교점의 x좌표가 b이므로 비율 관계 $3:1$로 마무리하자. a가 최대가 되려면?

5. 도함수의 활용(2)

1. 한 번에 a를 찾아낼 수 있는 경험이 있으면 좋겠지만, 그렇지 않다면 몇 번 해보면서 어떻게 변하는지를 관찰하자. 닫힌구간 $[0,\ \sqrt{3}]$에서 $f(t-1)=f(t)$를 만족하는 t의 값이 의심이 가는데... 그렇죠?
2. 마찬가지다. 관찰하자. 대칭에 의해 y축에서 추가적인 극값이 생길수도 있고, $x>0$에서의 극값이 대칭에 의해 $x<0$에서도 생긴다는 점을 인지하고, $t=1$에서 $g(t)$가 불연속인데 어떤 상황에서 불연속이 될지 고민하자. $f(x)=x^2-2x+k$로 놓고, $h'(x)$를 작성해 조건 (나)를 계산하면 가능한 k가 좁혀질 것이다.
3. 움직여가면서 관찰하기 쉬운 것을 한쪽으로 몰자. $3x^3-6=kx$로 식을 작성해 기울기 k를 조절해가며 답을 찾자.
4. 조건 (가)에서 $f(x)$가 중근 하나와 실근 하나를 갖고 조건 (나)에서 개형이 하나로 좁혀진다. $f'(x)$는 대칭축이 0보다 작은 이차함수이고 $f'(a)=f'(b)$에서 a와 b가 대칭축을 기준으로 대칭이므로 $(a+b)^2=4$에서 $x=-1$이 대칭축임을 알 수 있다.
5. 삼차함수의 다양한 특징을 활용하자. $f(1)=f(a)$이면서 $f'(1)=f'(a)$이려면 $x=2$에서 대칭이고, $a=3$임을 알 수 있다. 주어진 조건으로 $f(x)=p(x-1)(x-2)(x-3)+q$로 $f'(x)=3p(x-2)^2+1$로 써서 마무리하자.

6. 부정적분과 정적분

1. 극댓값과 극솟값의 차가 18이므로 $f'(x)$에서 이차함수 넓이 공식의 값이 18임을 알 수 있다.
2. 주어진 식에서 계산할 수 있는 부분만 먼저 계산하면 $\int_{x-1}^{x+1} f(t)dt = 6x^2 - 4x + 4$를 구할 수 있다. 그럼 구간이 2인 정적분의 값들은 구할 수 있는데 문제에서 원하는 답은 구간이 1인 정적분의 값이다. 이러려면 어떤 곳에서든 구간이 1인 정적분의 값을 하나는 구해야 한다. 남은 조건에 우리가 알고 있는 조건을 활용하기 위하여 $\int_{-1}^{3} f(t)dt = \int_{-1}^{0} f(t)dt + \int_{0}^{2} f(t)dt + \int_{2}^{3} f(t)dt = 6 \times \int_{-1}^{0} f(t)dt + 6$로 식을 조작해 구할 수 있겠다.
3. $f(x)$를 n차 다항식이라 하면, 좌변은 $n+1$차, 우변은 $n+2$차가 된다. 말이 되지 않으므로, $f(x) = -x^2 + \cdots$로 놓아 좌변에서 $n+2$차가 소거되어 식이 성립하게 하자. 나머지는 계수를 비교하여 마무리하자.
4. 정적분이 포함된 식. 해야 할 것을 하자. $x=0$대입하고, 양변을 미분하고. $g(x)$가 우함수이므로, 짝수차항만 존재한다는 점을 이용하여 $f(x)$와 $f'(x)$를 찾아내서 마무리하면 되겠다.
5. 먼저 $f(x)$는 기함수임을, $f'(0) = -n$임을 알 수 있다. $f(x) = x^3 - nx$이므로 nx와 연립하면 a_n과 b_n도 쉽게 찾을 수 있다. 대칭성을 활용하여 정적분을 계산해 S_n을 완성하고 마무리하자.
6. 조건 (가)에서 $f(0) = 0$, $F(0) = 0$을 알 수 있고, 조건 (나)에서 $F(x)$가 다른 한 근을 가지므로 $n(A) = n(B) = 2$임을 알 수 있다. 비율관계를 활용하여 0이 아닌 $f(x)$의 한 근과 $F(x)$의 한 근을 한 문자로 표현하여 마무리하자.
7. $x \geq 0$이상의 구간에서 이차함수 형태의 $g(x)$를 먼저 그릴 수 있다. $x < 0$에서 $g(x)$는 삼차함수 형태를 갖게 되는데 조건을 만족시키기 위해서는 삼차함수의 최고차항 계수는 음수이고, 삼차함수의 극솟값이 이차함수의 최솟값보다 작거나 같아야한다. 이 점을 활용하여 계산하기 편하게 $g(0) = 0$을 놓고 삼차함수의 극솟값 즉, $g(-2) \leq -4$를 만족하는 a의 값의 범위를 찾으면 된다.

7. 정적분의 활용

1. 대칭성을 활용하자. 조건 (나)에서 $\int_{-7}^{5} f(x)dx = -3$, $\int_{0}^{7} f(x)dx = -5$를 활용하여 각 부분의 넓이를 잘 정리하자. 그림으로 풀어도 좋고 식으로 풀어도 좋고. 이 정도면 $\int_{0}^{5} f(x)dx = -8$, $\int_{5}^{7} f(x)dx = 3$은 찾을 수 있겠죠?
2. b_n은 이차함수 넓이 공식으로 찾고, a_n은 직사각형에서 $\frac{b_n}{2}$만큼 빼자. 단순 부등식을 풀어 m값은 쉽게 찾을 수 있다.
3. $S_1 = S_2$에서 비율 관계로 k의 값을 바로 찾을 수 있다. 이차함수 넓이 공식으로 극솟값까지 바로 찾자.
4. $f(x)$가 기함수이고 감소하는 삼차함수이다. $x = -3,\ 0,\ 3$에서 $y = -x$와 만난다. 식으로 풀기보다 그림으로 해결하는 게 더 쉽지 않을까? 그림을 그려보면 넓이가 $\frac{9}{2}$인 직각삼각형에서 $\int_{-3}^{0} f(x)dx = 2$를 뺀 넓이의 4배가...?
5. '순서대로 등차수열'을 이룬다. 등차중항으로 정리하면 $-a^2 = -S_1 + S_2 - S_3 = \int_{0}^{a} f(x)dx$임을 알 수 있다.