제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\left(3^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$3^{(\frac{3}{2}+\frac{1}{2})\times\frac{1}{2}} = 3$

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 1}(f(x)+5) = 2f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(1)+5=2f(1)$

$f(1)=5$

3. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 짝수의 개수는? [2점]

① 150 ② 200 ③ 250 ④ 300 ⑤ 350

4. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_4 = 4a_2, \quad a_1 + a_2 = 12$$

일 때, a_5의 값은? [3점]

① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

2^{n+1}

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 함수 $f(x)=(x^2-1)(2x+5)$에 대하여 $f'(-1)$의 값은? [3점]

① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

$f(x)=(x+1)(x-1)(2x+5)$

곱하기

$f'(-1)=-2\times 3=-6$

6. 모비율이 0.1인 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본비율 $\hat{p}$의 표준편차가 0.03일 때, n의 값은? [3점]

① 49 ② 64 ③ 81 ④ 100 ⑤ 121

7. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$인 부채꼴의 넓이는? [3점]

① 15π ② 18π ③ 21π ④ 24π ⑤ 27π

$\text{넓이}=\frac{1}{2}r^2\theta=24\pi$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)+6=(x^3+2)(x+3)$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [3점]

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

9. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. $a+b=7$이거나 $a\times b$가 6의 배수일 확률은? [3점]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{19}{36}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

10. 상수 $k(k<2)$에 대하여 함수 $f(x)=2^{x+k}-\sqrt{2}$가 닫힌구간 $[k, 2]$에서 최솟값 $3\sqrt{2}$를 가질 때, k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 점 $(0, 1)$에서 곡선 $y = x^3 - 2x + 17$에 그은 접선이 점 $(a, 11)$을 지날 때, a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

평행 = 미계

$\frac{x^3-2x+17-1}{x-0} = 3x^2-2$

↳ $\frac{16}{x} = 2x^2$

↳ $8 = x^3$ $x=2$

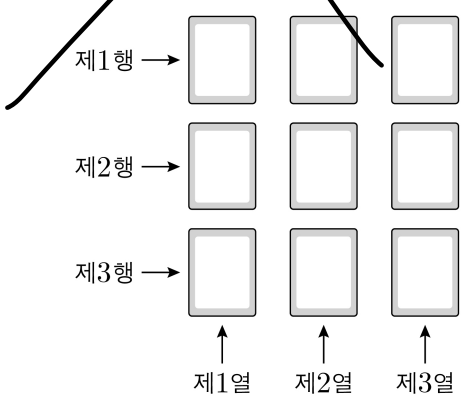
$y = x^3-2x+17$ $\therefore (2,21)$

$y' = 3x^2-2$ 대입 10

$\therefore (1,11)$

답

12. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 행의 개수가 3, 열의 개수가 3인 직사각형 모양으로 임의로 배열할 때, 제2열에 놓여 있는 3장의 카드에 적혀 있는 3개의 수의 합이 짝수일 확률은? [3점]



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{21}$ ③ $\frac{23}{42}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{25}{42}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 확률변수 X가 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킬 때, $\sigma(X)$의 값은? [3점]

(가) $\mathrm{P}(X \geq 1)+\mathrm{P}(X \geq 7)=1$
(나) $\mathrm{P}(|X-5| \leq 3)+\mathrm{P}(X \leq 0)=\mathrm{P}(Z \leq 1)$
(단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 실수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$a_4=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-2k & (n \leq 3) \\ ka_n+2 & (n \geq 4) \end{cases}$$

이다.

$a_1=a_7$이 되도록 하는 모든 k에 대하여 $|a_1|+|a_2|$의 최댓값은? [4점]

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7
$2+6k$ $2+4k$ $2+2k$ 2 $2k+2$ $2k^3+2k+2$ $2k^3+2k^2+2k+2$

a_1 a_7
$2+6k=2k^3+2k^3+2k+2$
$2k^3+2k^2-4k=0$
$\therefore k=0, 1, -2$

$k=0 \rightarrow |a_1|+|a_2|=4$
$k=1 \rightarrow |a_1|+|a_2|=14$
$k=-2 \rightarrow |a_1|+|a_2|=16$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 + 3t - 5, \quad x_2 = 6t + 1$$

이다. 점 P의 속도가 점 Q의 속도의 5배가 되는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

$V_P = 3t^2 + 3$

$V_Q = 6$ $\therefore 3t^2 + 3 = 30$

$t = 3$

$a_P = 6t$ $\therefore 18$

16. 두 자연수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수

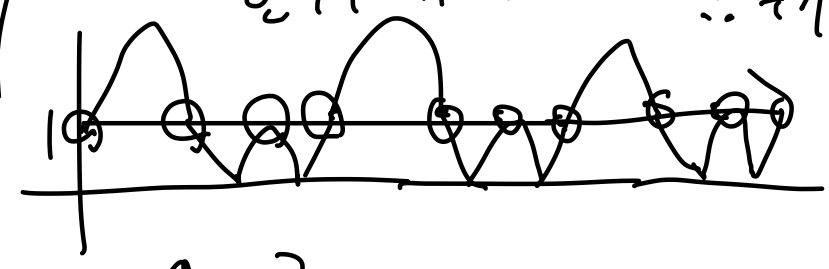
$$f(x) = |2\sin ax + b|$$

→ a번 반복($\because$ 주기 $\frac{2\pi}{a}$)

가 있다. 함수 $y = f(x)$의 그래프와 직선 $y = 1$이 만나는 점의 개수가 10이 되도록 하는 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)에 대하여 $a + b$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M + m$의 값은? [4점]

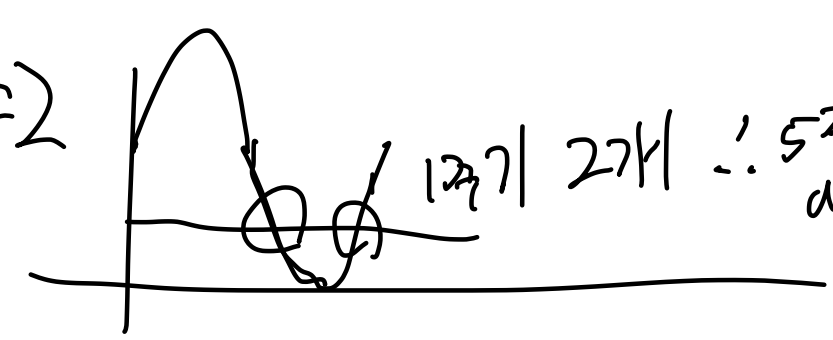
① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

b=1 한주기 3개 + 끝 1개 ∴ 주기 3번



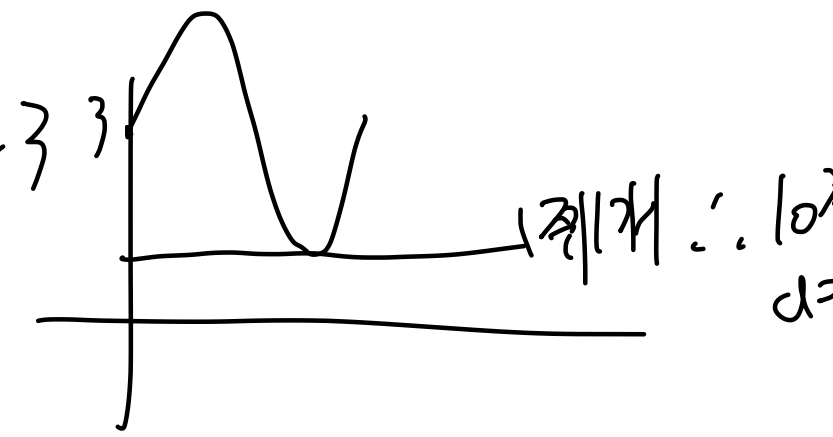
a=3

b=2



1주기 2개 ∴ 5주기 a=5

b=3



1주기 1개 ∴ 10주기 a=10

b>4

1 안만남

∴

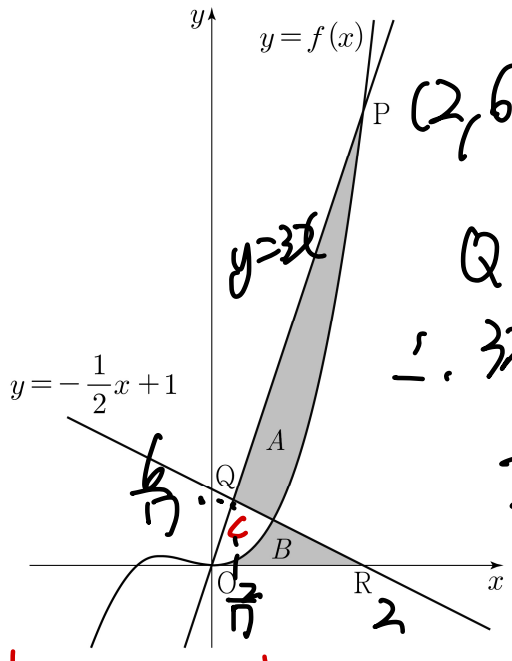
(10, 3) (3, 1)

13 + 4 = 17

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

17. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^2(x+1)$에 대하여 원점 O와 점 $P(2, f(2))$를 지나는 직선이 직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$과 만나는 점을 Q라 하고, 직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$이 x축과 만나는 점을 R이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 및 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 및 선분 OR로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A-B$의 값은? [4점]

① $\frac{38}{21}$ ② $\frac{41}{21}$ ③ $\frac{44}{21}$ ④ $\frac{47}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$



P(2,6)

$y=3x$

Q에서

$\therefore 3x=-\frac{1}{2}x+1$

$\frac{7}{2}x=1$

$x=\frac{2}{7}$

공통 부분 찾기.

$A+C=\int_0^2 3x-f(x)\,dx$

$=\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{6}x^3\Big|_0^2$

$=6-2-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$

$C+B=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{6}{7}=\frac{6}{7}$

$\therefore \boxed{\text{구}}=(A+C)-(C+B)=\frac{8}{3}-\frac{6}{7}$

$=\frac{38}{21}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)+g(8)$의 값은? [4점]

(가) 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$는 모두 직선 $y=x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B를 지난다.

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{(f(x)-x)(g(x)-x)}{x^3}$의 값과 $\lim_{x\to 0}\frac{(f(x)+x)(g(x)+x)}{x^3}$의 값이 존재한다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

최대차항 x^3

$f(x)=x^3+ax^2+\cdots$

$g(x)=x^2+\cdots$

이 때, $f(x)-x=x^3+ax^2$이라면

$f(x)+x=x^3+ax^2+2x$ 이므로 최저차항이 x다.

$\therefore f(x)-x=x^3+ax^2$라면 $g(x)+x=x^2$

$f(x)+x=x^3+ax^2$이면 $g(x)-x=x^2$

단, $g(x)-x=x^2$이면 $g(x)=x^2+x$이므로 $y=x$와 한점에서 만난다. $(x^2+x=x)$

$\therefore g(x)=x^2-x$, $f(x)=x^3+ax^2+x$

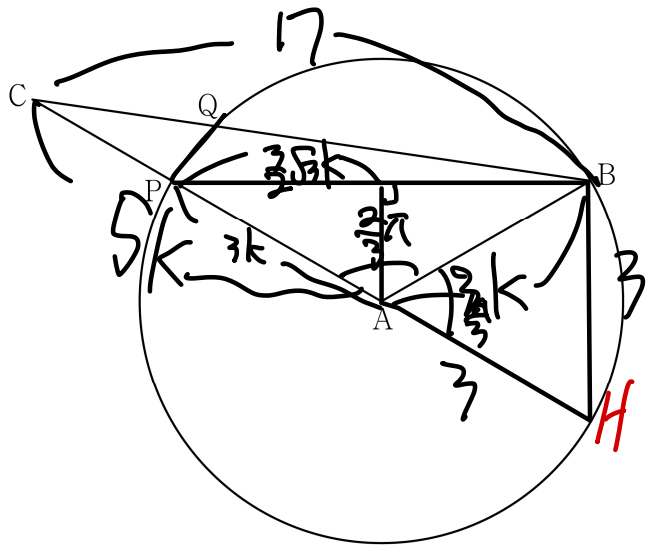
$g(x)$는 $(0,0)$, $(2,2)$에서 만난다.

$\therefore a=2$ $\therefore f(3)=12$, $g(8)=56$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

19. $\cos A = -\frac{1}{2}$, $\sin B : \sin C = 5:3$인 삼각형 ABC에서 점 A를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이 두 선분 AC, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PB의 길이가 $3\sqrt{3}$일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, 점 Q는 점 B가 아니다.) [4점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$



$\overline{PB} = 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}k \quad \therefore k=1$

$\overline{CB}^2 = 25+9-2\times5\times3\times-\frac{1}{2}$ (cos law)

$= 49 \quad \therefore \overline{CB}=7$

$\triangle CPQ \backsim \triangle CBH$

$\therefore \overline{CB} : \overline{CP} = \overline{BH} : \overline{PQ}$

$7 : 2 = 3 : \square$

$\square = \frac{6}{7}$

20. 최고차항의 계수가 양수이고

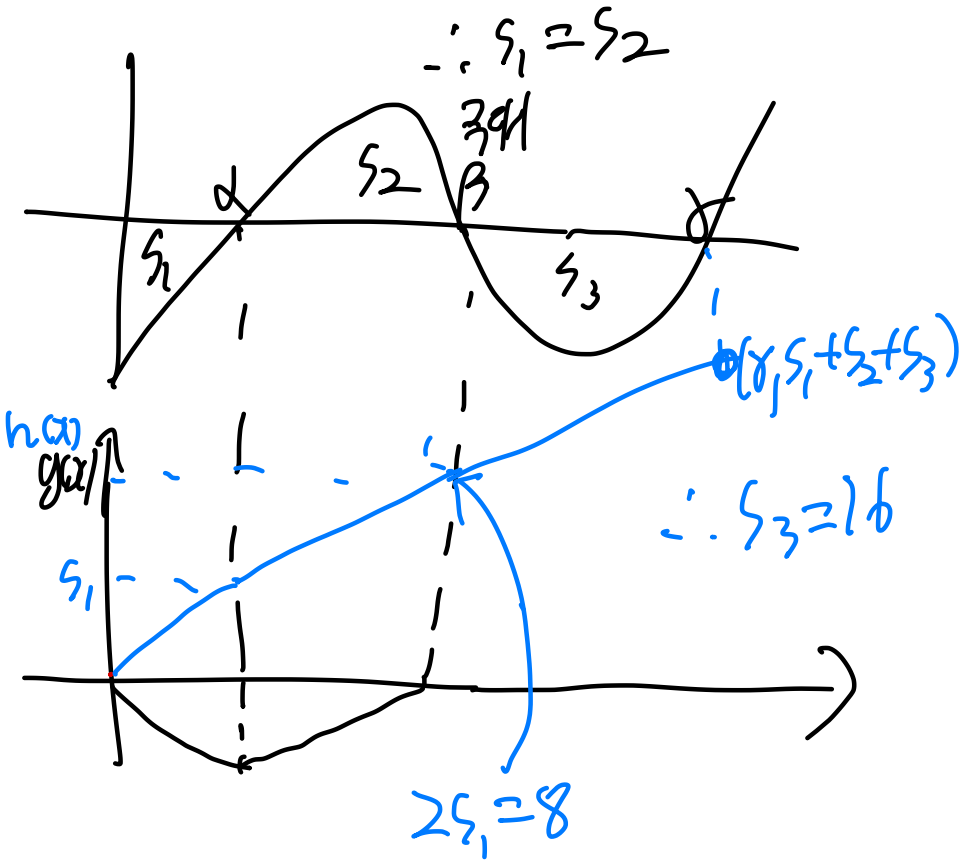
$$f(\alpha)=f(\beta)=f(\gamma)=0 \quad (0<\alpha<\beta<\gamma)$$

인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt, \quad h(x)=\int_0^x |f(t)|\,dt$$

가 있다. 함수 $g(x)$의 극댓값이 0이고, $h(\beta)=8$, $h(\gamma)=24$일 때, $g(\alpha)-g(\gamma)$의 값은? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16



$\therefore S_1 = S_2$

$3S_1$

$\therefore S_3 = 16$

$2S_1 = 8$

$\therefore S_1 = 4$

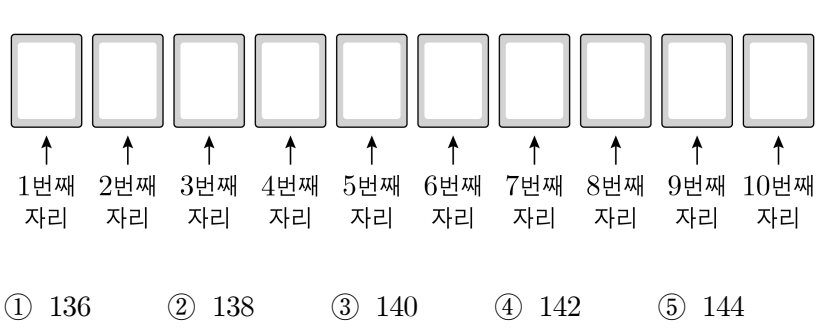
$\therefore \square = \int_\beta^\alpha f(x)$

$= -S_2 + S_3 = 12$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 숫자 0이 적혀 있는 카드 2장, 숫자 1이 적혀 있는 카드 5장, 숫자 2가 적혀 있는 카드 3장이 있다. 이 10장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 10개의 자리에 다음 조건을 만족시키도록 각각 한 장씩 놓는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> $n(1 \le n \le 10)$번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수를 a_n이라 할 때, $|a_{k+1} - a_k| = 2$를 만족시키는 자연수 $k(1 \le k \le 9)$의 개수는 3이다.



① 136 ② 138 ③ 140 ④ 142 ⑤ 144

단답형

22. $\log_{(7-a)}(2a-3)$이 정의되도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오. [3점]

$7-a>0$, $7-a \neq 1$

$2a-3>0$ $\therefore a=2 \cdots 5$

14

23. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4$이고 $f(2) = 5$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = x^3 - 4x + 5$

$\therefore f(4) = 53$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

24. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1} = 12, \quad \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = 20$$

일 때, $\sum_{k=1}^{20} (-1)^k a_k$의 값을 구하시오. [3점]

$a_1 + a_3 \cdots = 12$

$a_2 + a_4 \cdots = 20$

$-a_1 \quad -a_3 \cdots$

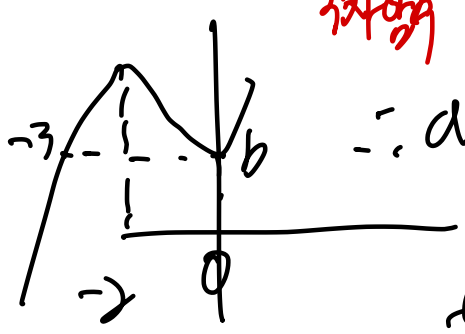
$= +12+20$

$+a_2 + a_4 \cdots$

8

25. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$는 $x = -2$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

3차함수 비율관계



$\therefore a=+3, b=5$

$f(3) = 59$

26. 자연수 k에 대하여 이산확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0부터 k까지의 정수이고, X의 확률질량함수가

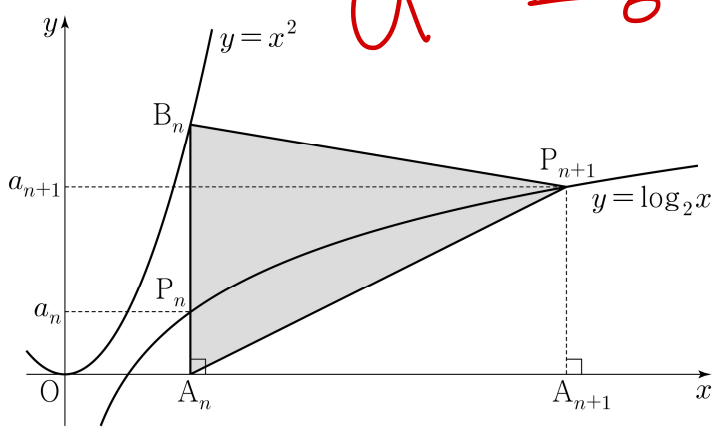
$$\mathrm{P}(X=x) = \begin{cases} a & (x=0) \\ \dfrac{b}{x} & (1 \le x \le k) \end{cases}$$

이고 $\mathrm{E}(X^2) = 2\mathrm{E}(X)$이다. $\mathrm{V}(X)$의 값이 최대가 되도록 하는 a의 값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, a와 b는 양수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 첫째항이 1이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$과 자연수 n에 대하여 직선 $y=a_n$이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 P_n이라 하자. 점 P_n을 지나고 x축에 수직인 직선이 x축 및 곡선 $y=x^2$과 만나는 점을 각각 A_n, B_n이라 하고, 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이를 T_n이라 하자.



다음은 모든 자연수 n에 대하여 $\overline{\mathrm{OA}_n} : \overline{\mathrm{OA}_{n+1}} = 1:4$일 때 $\sum_{n=1}^{5} T_n$의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

$a_n = \log_2 x$일 때 $x = 2^{a_n}$이므로 점 A_n의 x좌표는 2^{a_n}이다.

$\overline{\mathrm{OA}_n} = 2^{a_n}$, $\overline{\mathrm{OA}_{n+1}} = 2^{a_{n+1}}$이고

$\overline{\mathrm{OA}_n} : \overline{\mathrm{OA}_{n+1}} = 1:4$이므로

$2^{a_n} : 2^{a_{n+1}} = 1:4$

이다. 그러므로 등차수열 $\{a_n\}$의 공차는 (가)이다.

점 B_n의 좌표는 $\left(2^{a_n}, 4^{a_n}\right)$이므로

$$T_n = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n} \times \overline{\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}}$$
$$= \frac{1}{2} \times 4^{a_n} \times \left(2^{a_{n+1}} - 2^{a_n}\right)$$
$$= \text{(나)} \times 8^{a_n}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 1인 등차수열이므로

$$\sum_{n=1}^{5} T_n = \text{(다)} \times \left(2^{30} - 1\right)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $\frac{p}{q \times r}$의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 상수 a, $k\,(k>0)$과 함수 $f(x)=x(x-1)^2(x-2)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x) = f(x-a)$$

이고 다음 조건을 만족시키는 함수 $h(x)$가 존재할 때, $a+20k^2$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

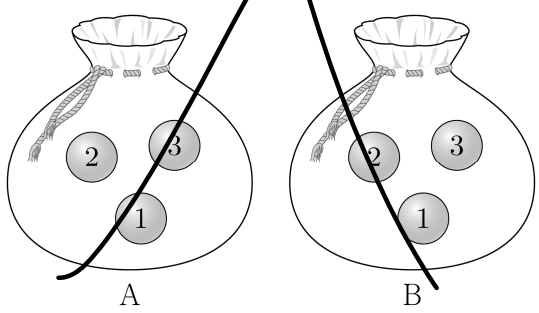
(나) 모든 실수 x에 대하여 $(|x|-k)h(x) = |g(x)-g(k)|$이다.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

29. 두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 자신이 꺼낸 주머니에 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다.

갑이 확인한 두 수의 합이 을이 확인한 두 수의 합보다 클 때, 갑이 확인한 두 수의 합이 5일 확률은 $\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



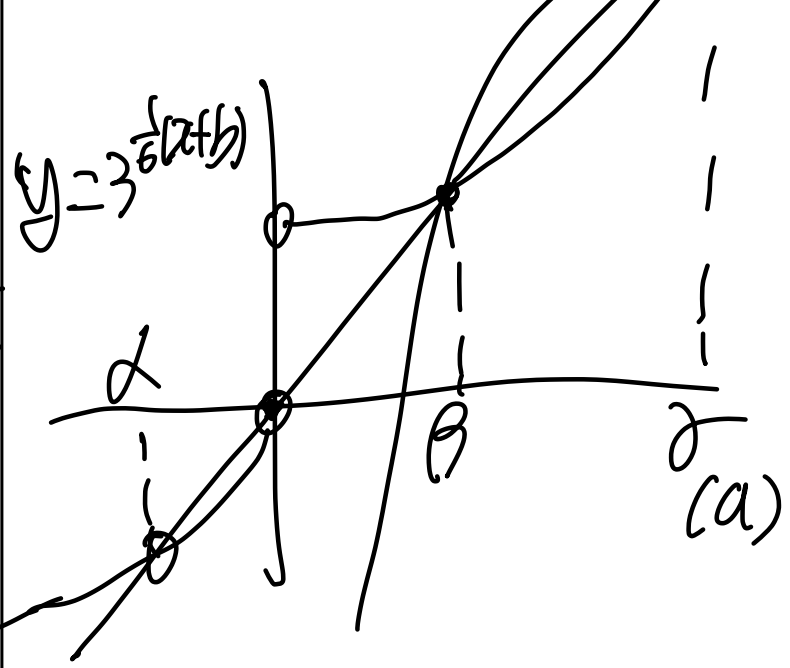
30. 두 실수 a, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3^{\frac{1}{6}(x+a+b)}-a & (x\le 0) \\ 6\log_3 x-b & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. [4점]

(가) $x\le 0$일 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 서로 다른 두 점에서만 만난다.

(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 만나는 모든 점의 x좌표의 집합이 $\{0, a, b, c\}$이고, $|c|=2|b|$이다.



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.