

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 예비시행 16번

두 자연수 a, b 에 대하여 닫힌 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = |2\sin ax + b|$$

가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=1$ 이 만나는 점의 개수가 10이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

2. 2025학년도 6월 20번

5 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $y=a\sin x + b$ 의 그래프가 직선 $x=\pi$ 와 만나는 점의 집합을 A 라 하고, 두 직선 $y=1, y=3$ 과 만나는 점의 집합을 각각 B, C 라 하자. $n(A \cup B \cup C)=3$ 이 되도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하시오.

3. 자작문제

자연수 n 과 4 이하의 자연수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = a \sin(n\pi x)$$

라 하자. $0 < x < 2$ 에서 방정식 $\{f(x)-1\}\{f(x)-3\}=0$ 의 서로 다른 모든 실근의 합이 30 이상 50 이하가 되도록 하는 순서쌍 (a, n) 의 개수를 구하시오.

4. 예비시행 18번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)+g(8)$ 값은?

(가) 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 모두 직선 $y=x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B를 지난다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)-x\}\{g(x)-x\}}{x^3}$ 의 값과

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)+x\}\{g(x)+x\}}{x^3}$ 의 값이 존재한다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

5. 2020학년도 수능 나형 30번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

(나) 방정식 $f(x)-x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

6. 자작문제

최고차항이 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $|f(x)|=|x|$ 의 실근의 개수는 1개다.

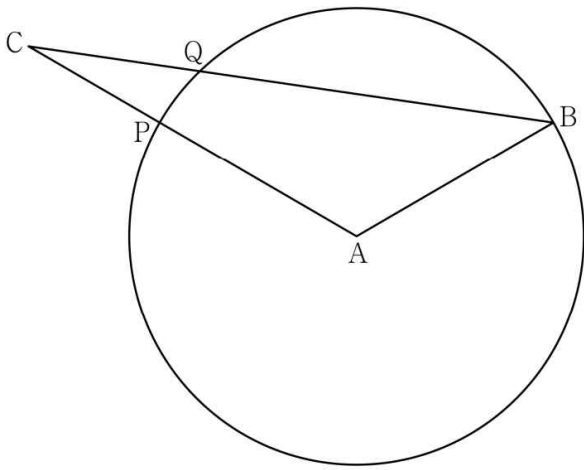
(나) 방정식 $|f(x)|=|3x|$ 의 서로 다른 실근의 합은 2이다.

$f(2)$ 의 값이 정수일 때 $f(4)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값을 구하시오.

7. 예비시행 19번

$\cos A = -\frac{1}{2}$, $\sin B : \sin C = 5 : 3$ 인 삼각형 ABC에서
 점 A를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이
 두 선분 AC, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.
 선분 PB의 길이가 $3\sqrt{3}$ 일 때, 선분 PQ의 길이는?
 (단, 점 Q는 점 B가 아니다.) [4점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$



8. 2025학년도 6월 10번

다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가
 9π 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

- (가) $3\sin A = 2\sin B$
 (나) $\cos B = \cos C$

- ① $\frac{32}{9}\sqrt{2}$ ② $\frac{40}{9}\sqrt{2}$ ③ $\frac{16}{3}\sqrt{2}$
 ④ $\frac{56}{9}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{64}{9}\sqrt{2}$

9. 자작문제

삼각형 ABC에서 선분 BC를 1:2로 내분하는 점 D가 다음
 조건을 만족시킬 때 삼각형 ABD의 넓이를 S 라 하자. S^2 의
 값을 구하시오.

- (가) $\sin \angle ABC : \sin \angle ACB : \sin \angle ADC = 2 : 2\sqrt{7} : \sqrt{7}$
 (나) $\overline{BD} = 4$

10. 예비시험 20번

최고차항의 계수가 양수이고

$$f(\alpha) = f(\beta) = f(\gamma) = 0 \quad (0 < \alpha < \beta < \gamma)$$

인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt, \quad h(x) = \int_0^x |f(t)|dt$$

가 있다. 함수 $g(x)$ 의 극댓값이 0이고,
 $h(\beta) = 8$, $h(\gamma) = 24$ 일 때, $g(\alpha) - g(\gamma)$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

11. 2024학년도 6월 20번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오.

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

12. 자작문제

최고차항이 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족 시킨다.
 $f(1) = 0$ 일 때 $f(5)$ 의 값은? [4점]

$4 \geq \int_2^x \{f(t) - |f(t)|\}dt \geq 0$ 를 만족시키는 모든 x 의
범위는 $0 \leq x \leq 3$ 이다.

- ① 13 ② $\frac{27}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{29}{2}$ ⑤ 15

13. 예비시행 28번

두 상수 a, k ($k > 0$)과 함수 $f(x) = x(x-1)^2(x-2)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = f(x-a)$$

이고 다음 조건을 만족시키는 함수 $h(x)$ 가 존재할 때, $a+20k^2$ 의 값을 구하시오.

- (가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(|x|-k)h(x) = |g(x)-g(k)|$ 이다.

14. 2021학년도 9월 나형 30번

삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = f(3) = 0$
 (나) 집합 $\{x \mid x \geq 1 \text{ 이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)f(x-a)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분 가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값을 구하시오.

15. 2023년도 3월 22번

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x)-t|$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$ 의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k 의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

함수 $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{t \rightarrow 4+} h(t) = 4$
 (나) 함수 $h(t)$ 는 $t = -60$ 과 $t = 4$ 에서만 불연속이다.

$f(2) = 4$ 이고 $f'(2) > 0$ 일 때, $f(4)+h(4)$ 의 값을 구하시오.

16. 예비시행 30번

두 실수 a, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{1}{6}(x+a+b)} - a & (x \leq 0) \\ 6\log_3 x - b & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점](가) $x \leq 0$ 일 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 서로 다른 두 점에서만 만난다.(나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 만나는 모든 점의 x 좌표의 집합이 $\{0, a, b, c\}$ 이고, $|c| = 2|b|$ 이다.

17. 2022학년도 9월 21번

 $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 를 구하시오.