

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\left(3^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + 5) = 2f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 짝수의 개수는? [2점]

- ① 150 ② 200 ③ 250 ④ 300 ⑤ 350

4. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 4a_2, \quad a_1 + a_2 = 12$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

5. 함수 $f(x) = (x^2 - 1)(2x + 5)$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

6. 모비율이 0.1인 모집단에서 임의추출한 크기가 n 인 표본의 표본비율 $\hat{p}$ 의 표준편차가 0.03일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 49 ② 64 ③ 81 ④ 100 ⑤ 121

7. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는? [3점]

- ① 15π ② 18π ③ 21π ④ 24π ⑤ 27π

8. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x)+6=(x^3+2)(x+3)$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

9. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $a+b=7$ 이거나 $a\times b$ 가 6의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{19}{36}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

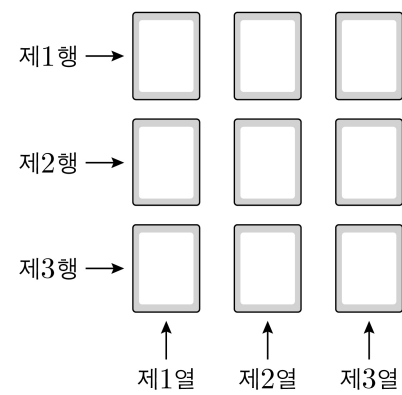
10. 상수 $k(k<2)$ 에 대하여 함수 $f(x)=2^{x+k}-\sqrt{2}$ 가 닫힌구간 $[k, 2]$ 에서 최솟값 $3\sqrt{2}$ 를 가질 때, k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

11. 점 $(0, 1)$ 에서 곡선 $y = x^3 - 2x + 17$ 에 그은 접선이
점 $(a, 11)$ 을 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가
있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은
행의 개수가 3, 열의 개수가 3인 직사각형 모양으로 임의로
배열할 때, 제2열에 놓여 있는 3장의 카드에 적혀 있는
3개의 수의 합이 짝수일 확률은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{21}$ ③ $\frac{23}{42}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{25}{42}$

13. 확률변수 X 가 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킬 때, $\sigma(X)$ 의 값은? [3점]

- (가) $P(X \geq 1) + P(X \geq 7) = 1$
 (나) $P(|X-5| \leq 3) + P(X \leq 0) = P(Z \leq 1)$
 (단, Z 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 실수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_4 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2k & (n \leq 3) \\ ka_n + 2 & (n \geq 4) \end{cases}$$

이다.

$a_1 = a_7$ 이 되도록 하는 모든 k 에 대하여 $|a_1| + |a_2|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

15. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 + 3t - 5, \quad x_2 = 6t + 1$$

이다. 점 P의 속도가 점 Q의 속도의 5배가 되는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

16. 두 자연수 a, b 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

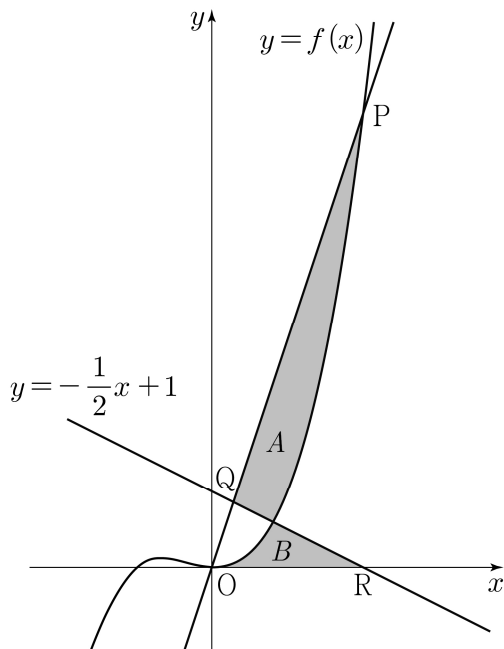
$$f(x) = |2\sin ax + b|$$

가 있다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 1$ 이 만나는 점의 개수가 10이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a + b$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

17. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2(x+1)$ 에 대하여 원점 O와 점 $P(2, f(2))$ 를
지나는 직선이 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 과 만나는 점을 Q라 하고,
직선 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 이 x 축과 만나는 점을 R이라 하자.
곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 및 선분 PQ로 둘러싸인
부분의 넓이를 A, 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 및
선분 OR로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때,
 $A - B$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{38}{21}$ ② $\frac{41}{21}$ ③ $\frac{44}{21}$ ④ $\frac{47}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$



18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인
이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3) + g(8)$ 의 값은?
[4점]

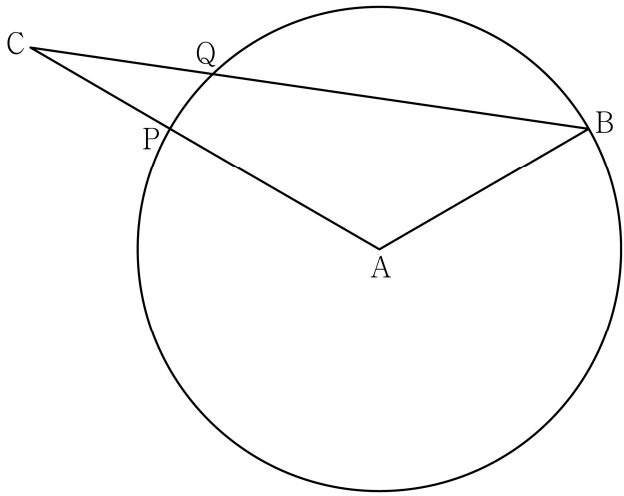
(가) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 모두
직선 $y = x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B를 지난다.
(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x) - x)(g(x) - x)}{x^3}$ 의 값과
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x) + x)(g(x) + x)}{x^3}$ 의 값이 존재한다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

19. $\cos A = -\frac{1}{2}$, $\sin B : \sin C = 5 : 3$ 인 삼각형 ABC에서

점 A를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이
두 선분 AC, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.
선분 PB의 길이가 $3\sqrt{3}$ 일 때, 선분 PQ의 길이는?
(단, 점 Q는 점 B가 아니다.) [4점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$



20. 최고차항의 계수가 양수이고

$$f(\alpha) = f(\beta) = f(\gamma) = 0 \quad (0 < \alpha < \beta < \gamma)$$

인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된
두 함수

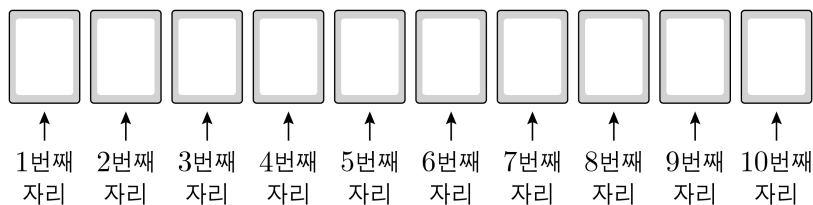
$$g(x) = \int_0^x f(t) dt, \quad h(x) = \int_0^x |f(t)| dt$$

가 있다. 함수 $g(x)$ 의 극댓값이 0이고, $h(\beta) = 8$, $h(\gamma) = 24$ 일 때,
 $g(\alpha) - g(\gamma)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

21. 숫자 0이 적혀 있는 카드 2장, 숫자 1이 적혀 있는 카드 5장, 숫자 2가 적혀 있는 카드 3장이 있다. 이 10장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 10개의 자리에 다음 조건을 만족시키도록 각각 한 장씩 놓는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

n ($1 \leq n \leq 10$)번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수를 a_n 이라 할 때, $|a_{k+1} - a_k| = 2$ 를 만족시키는 자연수 k ($1 \leq k \leq 9$)의 개수는 3이다.



- ① 136 ② 138 ③ 140 ④ 142 ⑤ 144

단답형

22. $\log_{(7-a)}(2a-3)$ 이 정의되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [3점]

23. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4$ 이고 $f(2) = 5$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1} = 12, \quad \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = 20$$

일 때, $\sum_{k=1}^{20} (-1)^k a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ 는 $x = -2$ 에서 극대이다.
함수 $f(x)$ 의 극솟값이 5일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

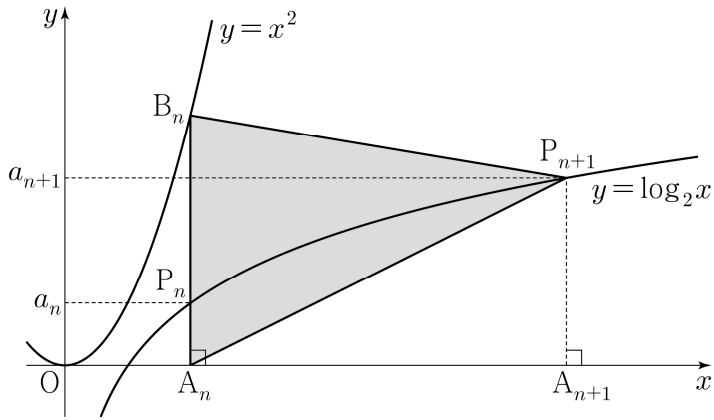
26. 자연수 k 에 대하여 이산확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0부터 k 까지의 정수이고, X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \begin{cases} a & (x=0) \\ \frac{b}{x} & (1 \leq x \leq k) \end{cases}$$

이고 $E(X^2) = 2E(X)$ 이다. $V(X)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 a 의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 양수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 첫째항이 1 이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 n 에 대하여 직선 $y = a_n$ 이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 P_n 이라 하자. 점 P_n 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 x 축 및 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점을 각각 A_n, B_n 이라 하고, 삼각형 $A_n B_n P_{n+1}$ 의 넓이를 T_n 이라 하자.



다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $\overline{OA_n} : \overline{OA_{n+1}} = 1 : 4$ 일 때 $\sum_{n=1}^5 T_n$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

$a_n = \log_2 x$ 일 때 $x = 2^{a_n}$ 이므로 점 A_n 의 x 좌표는 2^{a_n} 이다.

$\overline{OA_n} = 2^{a_n}, \overline{OA_{n+1}} = 2^{a_{n+1}}$ 이고

$\overline{OA_n} : \overline{OA_{n+1}} = 1 : 4$ 이므로

$$2^{a_n} : 2^{a_{n+1}} = 1 : 4$$

이다. 그러므로 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

점 B_n 의 좌표는 $(2^{a_n}, 4^{a_n})$ 이므로

$$\begin{aligned} T_n &= \frac{1}{2} \times \overline{A_n B_n} \times \overline{A_n A_{n+1}} \\ &= \frac{1}{2} \times 4^{a_n} \times (2^{a_{n+1}} - 2^{a_n}) \\ &= \boxed{\text{(나)}} \times 8^{a_n} \end{aligned}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1 인 등차수열이므로

$$\sum_{n=1}^5 T_n = \boxed{\text{(다)}} \times (2^{30} - 1)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,

$\frac{p}{q \times r}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 상수 $a, k (k > 0)$ 과 함수 $f(x) = x(x-1)^2(x-2)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = f(x-a)$$

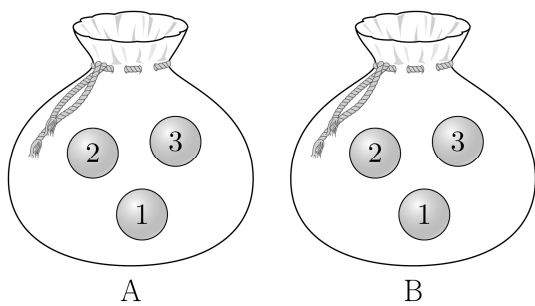
이고 다음 조건을 만족시키는 함수 $h(x)$ 가 존재할 때, $a + 20k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$(|x| - k)h(x) = |g(x) - g(k)| \text{ 이다.}$$

29. 두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 자신이 꺼낸 주머니에 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 갑이 확인한 두 수의 합이 을이 확인한 두 수의 합보다 클 때, 갑이 확인한 두 수의 합이 5일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 실수 a, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{1}{6}(x+a+b)} - a & (x \leq 0) \\ 6\log_3 x - b & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $x \leq 0$ 일 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점에서만 만난다.
(나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 만나는 모든 점의 x 좌표의 집합이 $\{0, a, b, c\}$ 이고, $|c|=2|b|$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.