2036학년도 대학수학능력시험

느좋남 모의고사 정답 및 주요 문항 해설

손승연 수학연구소

공통과목

1	①	2	②	3	④	4	④	5	④
6	⑤	7	④	8	②	9	②	10	⑤
11	②	12	②	13	③	14	①		
16	7	17	19	18	해설 참고	19	11	20	100
21	해설 참고								

확률과 통계

28	②	29	3

미적분

28	해설 참고	29	20

기하

28	①	29	169

*정오 사항

시험지 1, 7, 8, 9쪽 머릿말:
2026년 → 2036년

시험지 3쪽 12번 <보기> ㄴ.
매질 A, B의 경계면 → 매질 A, C의 경계면

시험지 5쪽 17번 박스 안 마지막 발화자
Q → A

시험지 7쪽 29번 발문 마지막
$\sum_{k=3}^{16} \log_2 \frac{1}{a_n}$ 의 값을 → $\sum_{n=3}^{16} \log_2 \frac{1}{a_n}$ 의 값을

05 정답 ④

④ : ㉣ "어찌 이리 빠르게 풀 수 있단 말이냐?"
는 아귀의 발화이다. 아귀는 이 상황에서 상대인 조립제가 아귀의 방정식을 예상보다 빠르게 풀어 크게 놀랐으므로 ④는 옳은 선지이다.

[오답 피하기]
① : ㉠은 아귀의 발화로, 상대인 조립제가 삼차방정식을 해결하지 못하면서 학문을 논하는 것에 대해 가소롭다고 이야기하며 위협하고 있으므로, 상대에 대한 신뢰를 바탕으로 숨겨온 사실을 드러내고 있다는 선지는 적절하지 않다.

② : ㉡은 조립제의 발화로, 직전에 상황에서 아버지를 잃게 되어 상심하며 훗날 아버지를 구하겠다고 다짐하고 있으므로, 자신의 위세를 드러내어 상대의 복종을 이끌어내고 있다는 선지는 적절하지 않다.

③ : 사차방정식 $x^4-6x^3+13x^2-14x+6=0$은

$$(x-1)(x-2)(x^2-3x+3)=0$$

으로 적을 수 있고, 방정식 $x^2-3x+3=0$은 실근을 갖지 않으므로 이 사차방정식의 모든 실근의 합은 3이다. 한편 '아귀의 방정식'은 $x=1$, $x=2$, $x=3$을 실근으로 가지므로 모든 실근의 합은 6이다.
따라서 ③은 옳지 않은 선지이다.

⑤ : ㉣은 아귀의 발화로 상대인 조립제가 아귀의 방정식을 예상보다 빠르게 풀어 크게 놀랐으므로, 자신의 능력이 상대의 능력보다 뛰어나다고 생각하지 않다는 선지는 적절하지 않다.

06 정답 ⑤

⑤ : ⓒ를 보인 독자는 결말이 과하게 도덕적이고 교훈적이라는 이유로 소설에 대해 아쉬운 반응을 보인 것이기 때문에, ⓒ를 보인 독자가 이 글의 수학적인 깊이가 부족하다고 느꼈을 것이라는 감상은 적절하지 않다.

[오답 피하기]
① : ⓐ를 보인 독자는 수학을 좋아하는 독자들이므로 이 독자들이 소설 속 방정식의 풀이를 시도하였을 것이라고 생각한 감상은 적절하다.

② : ⓑ를 보인 독자는 '수포자' 같은 반응을 남겼으므로 소설 속에서 '조립제'가 방정식을 빠른 속도로 풀이한 것에 대해 아귀와 같이 놀랐을 것이라는 감상은 적절하다.

③ : ⓑ를 보인 독자는 소설의 수학적 내용이 지나치게 비유적이고 어려워 흥미를 잃을 수 있다고 생각했으므로 소설에 수학적 요소가 어울리지 않는다고 생각해 몰입에 어려움을 느꼈을 수 있겠다는 감상은 적절하다.

④ : ⓒ를 보인 독자는 결말이 과하게 도덕적이고 교훈적이라고 생각했으므로 흥미를 잃을 정도로 소설의 결말에 과한 전형성을 느꼈을 것이라는 감상은 적절하다.

07 정답 ④

Step 1 중화 당량점 찾기

a_n M $CH_3COOH(aq)$ n mL에는 H^+ $\frac{n\times a_n}{1000}$ 몰이 포함되어 있고,

㉠ 이 수용액을 $\frac{1}{10}$배 희석한 수용액을 중화반응에 사용하므로

㉠에는 H^+ 이온이 $\frac{1}{10} \times \frac{n \times a_n}{1000}$ 몰이 포함되어 있다.

한편 $0.1\,\mathrm{M}$ $\mathrm{NaOH}\,(aq)$ V_a mL에는 OH^- 이온이 $\frac{V_a}{10000}$ 몰이 포함되어 있으므로,

$$\frac{1}{10} \times \frac{n \times a_n}{1000} = \frac{V_a}{10000}$$
$$\Rightarrow\ V_a = V(n) = na_n$$

Step 2 $V(n)$, a_n 확정하기

조건 (가)에 의하여

$$V(0) = 0\,,\ V'(0) = V''(0)$$

이다. 이때 $V(n)$은 최고차항이 1인 n에 대한 삼차함수이고 $V(0) = 0$이므로 $V(n) = n^3 + an^2 + bn$이라고 하자.
(이때 $a_n = n^2 + an + b$)
이때 $V'(0) = V''(0)$이므로 $2b = a$이다. 따라서

$$V(n) = n^3 + an^2 + 2an$$

으로 둘 수 있다. 이때 $a_3 = 5a + 9$이고,

$$\int_0^2 V(x)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{a}{3}x^3 + ax^2\right]_0^2$$
$$= \frac{20}{3}a + 4$$

이므로 조건 (나)에 의하여

$$5a + 9 = \frac{20}{3}a + 4$$
$$\Rightarrow\ a = 3\,,\ b = 6$$

Step 3 답 구하기

$a_n = n^2 + 3n + 6$이므로

$$\sum_{n=1}^{5} a_n = \sum_{n=1}^{5} (n^2 + 3n + 6)$$
$$= 55 + 45 + 30$$
$$= 130$$

08 정답 ②

이야기 속 Neujot frog는 시험 중 꿈쩍하지 않는 문제를 만났을 때 다른 문제를 먼저 해결하라는 마음이 따뜻하고 잘생긴(아닌 거 같은데 누가 이렇게 적으라 함) 선생님의 조언을 떠올렸다. 이에 Neujot frog는 불안한 마음을 뒤로하고 다른 문제를 검토한 뒤 다른 문제의 정답 선지에 2번이 없다는 이상한 사실을 근거로 자신있게 모르는 문제의 정답을 2번으로 하여 정답지를 제출하였다.
따라서 이 이야기의 요지로는 ② 문제를 풀다 막히면 넘어가라 가 가장 적절하다.

09 정답 ②

이야기 속 Neujot frog는 어려운 문제를 포기하기 전에는 불안한 마음이 들었으나, 어려운 문제를 포기한 뒤에는 자신있게 모르는 문제의 정답을 2번으로 하여 정답지를 제출할 수 있었으므로 Neujot frog의 심경 변화로는 ② wavering(떨리는) → determined(단호한) 이 가장 적절하다.

10 정답 ⑤

이 이야기는 2024년 6월 4일에 실시된 2025학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가를 응시한 Neujot frog에 대한 이야기로,
Neujot frog는 상대적으로 쉬운 공통 객관식 1-14번 문제를 모두 풀어냈으나 어려운 난이도의 15번 문제에서 고전하였다.
다만 마음이 따뜻하고 잘생긴(아닌 거 같은데 누가 이렇게 적으라 함) 선생님의 조언에 따라 시험지를 운영한 뒤 OMR 카드를 확인하니 공통 객관식 문제 중 2번 선지가 정답인 문제가 없는 것을 확인하고 15번 문제의 정답을 2번으로 한 뒤 맞추게 되었다는 이야기이다.
따라서 정답은 2025학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 15번 문제의 정답인 $5 - \sqrt{6}$이다.

참고

2025학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가의 15번 문제는 다음과 같다.

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k\,(k \geq 0)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2x - k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x에 대하여
$\int_0^x g(t)\{|t(t-1)| + t(t-1)\}\,dt \geq 0$이고
$\int_3^x g(t)\{|(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2)\}\,dt \geq 0$이다.

$g(k+1)$의 최솟값은? [4점]

① $4 - \sqrt{6}$ ② $5 - \sqrt{6}$ ③ $6 - \sqrt{6}$ ④ $7 - \sqrt{6}$ ⑤ $8 - \sqrt{6}$

수학 영역

11 정답 ②

Step 1 ㄱ의 진술 판단하기

ㄱ의 진술은 엄격한 논리 체계를 강조하는 갑의 입장에 부합한다.
실험을 통해 새로운 개념의 가능성을 남겨둔 을, 병의 입장과는
부합하지 않는다. 따라서 ㄱ은 옳은 선지이다. (○)

Step 2 ㄴ의 진술 판단하기

ㄴ의 진술은 직관과 실험을 통해 새로운 개념이 나올 수 있다고 본
을의 입장과 부합하지 않는다. 따라서 ㄴ은 옳지 않은 선지이다. (×)

Step 3 ㄷ의 진술 판단하기

ㄷ의 진술은 수학을 자연 법칙을 위한 도구로 보는 병의 입장과 부합한다.
갑, 을은 수학의 가치가 자연현상을 설명, 예측하는 데 있다고 보지
않았으므로 부합하지 않는다. 따라서 ㄷ은 옳지 않은 선지이다. (○)

Step 4 ㄹ의 진술 판단하기

수학이 경험과 탐구를 통해 발전할 수 있다는 ㄹ의 진술은 병도 동의할
수 있으므로 ㄹ은 옳지 않은 선지이다. (×)

참고

갑은 유클리드, 을은 가우스, 병은 뉴턴의 주장이다.

12 정답 ②

Step 1 스넬의 법칙 적용하기

스넬의 법칙에 의하여

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{n_C}{n_A}$$

이므로 굴절률은 A가 C의 2배이다. 따라서 ㄱ은 옳은 선지이다. (○)

Step 2 $\overline{Oq}$ 구하기

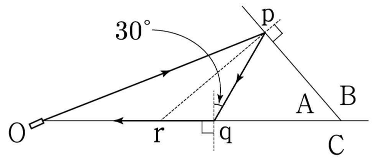
삼각형 Opq에서 코사인법칙을 활용하여 $\overline{Oq}$를 구하자.
$\overline{Oq} = x$라 하면

$$7^2 = x^2 + 3^2 - 2\times 3\times x\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= x^2 + 3x + 9$$

이고, 따라서 $x = 5$이다. ($\because\ x > 0$)

Step 3 $\overline{pr}$ 구하기

점 r을 그림에 다음과 같이 나타내자.



선분 pr은 각 Opq를 이등분한다. 이때 각의 이등분선의 성질에 의하여
선분 rq의 길이는 $5\times\frac{3}{10} = \frac{3}{2}$이다.
이제 삼각형 Opq에서 코사인법칙을 활용하여 $\overline{pr}$의 길이를 구하자.

$$\overline{pr}^2 = \frac{9}{4} + 9 - 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{2}\times 3$$
$$= \frac{63}{4}$$

이다. 따라서 $\overline{pr} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$이고, ㄴ은 옳은 선지이다. (○)

Step 4 B, C 굴절률 비교하기

$\angle rpq = \theta$라 두면 sin 법칙에 의하여

$$\frac{\frac{3}{2}}{\sin\theta} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{7}}{\sin 120^\circ}$$

이고, 따라서 $\sin\theta = \frac{\sqrt{21}}{14}$이고,

$$\sin\theta < \sin 30^\circ$$
$$\Rightarrow\ \theta < 30^\circ$$

이다. 단색광 P가 매질 A에서 B로 30°보다 작은 각으로 입사하였을
때 전반사하였으므로 매질 A와 매질 B의 굴절률 차이는 매질 A와
매질 C의 굴절률 차이보다 크다. 따라서 B의 굴절률은 C의 굴절률보다
작고, ㄷ은 옳지 않은 선지이다. (×)

13 정답 ③

Step 1 α 구하기

삼차함수의 극값 차 공식에 의해

$$32 = 4\times\left(\frac{\alpha-1}{2}\right)^3$$
$$\Rightarrow\ \alpha = 5$$

이다. 따라서 ㄱ은 옳은 선지이다. (○)

Step 2 ㉠, ㉡ 확정하기

신경 A 에 자극을 1 회 주고 경과된 시간이 6 ms가 지났을 때
두 지점 d_2, d_4에서의 막전위의 값이 각각 -80 mV, -48 mV이므로
흥분이 d_2에 먼저 도달하였음을 알 수 있다.
따라서 ㉠은 d_1이고, ㉡은 d_4이다.

Step 3 A 와 B 의 흥분 전도 속도 구하기

막전위가 -48 mV에서 -80 mV로 변화하는 시간이 4 ms이므로
d_2에서 d_4까지 흥분이 이동하는 데 걸리는 시간이 4 ms이다.
이때 두 지점 d_2, d_4 사이의 거리가 8 cm이므로
민말이집 신경 A 의 흥분 전도 속도는

$$\frac{8}{4} = 2\,\text{cm/ms}$$

이다. 따라서 ㄴ은 옳은 선지이다. (○)

Step 4 ⓐ 구하기

한편 t에 대한 삼차함수 $f(t)$는
$t=1$에서 극댓값 -48, $t=5$에서 극솟값 -80을 가지므로

$$f(t) = (t-1)^2(t-7) - 48$$

이다.
신경 B 의 d_5에 자극을 1 회 주고 경과된 시간이 6 ms일 때
d_4에서의 막전위가 -80 mV이므로 d_5에서 d_4까지 흥분이 이동하는 데 걸리는 시간은 1 ms이다.
따라서 d_5에서 d_3까지 흥분이 이동하는 데 걸리는 시간은 4 ms이고,
신경 B에 자극을 1 회 주고 경과된 시간이 6 ms일 때
d_3에서의 막전위(mV)의 값은 $f(2) = -53$이다.
따라서 ㄷ은 옳지 않은 선지이다. (×)

18 정답 195725546580804863527010379187516702463973843196699016314931210363268850137105614

Step 1 적절히 치환하기

다음과 같이 치환하자:

$$x = \frac{-28(a+b+2c)}{6a+6b-c}, \quad y = \frac{364(a-b)}{6a+6b-c}$$

(이때, $a = \dfrac{56-x+y}{56-14x}$, $b = \dfrac{56-x-y}{56-14x}$, $c = \dfrac{-28-6x}{28-7x}$) ⋯ ㉠

Step 2 x, y의 범위 구하기

이때 x, y는 다음 등식을 만족한다.

$$y^2 = x^3 + 109x^2 + 224x \quad \cdots \text{ ㉡}$$

이 곡선 위의 어떤 점 (p, q)에 대하여 두 수 p, q가 유리수라면
㉠에 의하여 a, b, c의 값을 모두 유리수로 표현할 수 있고,
이 세 수를 정수로 만들어주는 적절한 공배수를 곱하여 조건을
만족시키는 세 정수를 구할 수 있다.
따라서 a, b, c의 값이 모두 부호가 같은 유리수가 되기만 하면 적절한 공배수를 곱하여 조건을 만족시키는 세 자연수를 구할 수 있다.
한편 c의 정의에 의하여

$$-\frac{14}{3} < x < 4$$

라면 $c < 0$이므로 $a < 0$, $b < 0$이어야 하고, 즉,

$$56 - x < y < x - 56$$

이어야 하는데, 이는 $-\dfrac{14}{3} < x < 4$에 모순이다.
반대로

$$x < -\frac{14}{3}, \quad x > 4$$

라면 $c > 0$이므로 $a > 0$, $b > 0$이어야 하고, 즉,

$$x - 56 < y < 56 - x \quad \cdots \text{ ㉢}$$

이어야 한다.

Step 3 (x, y) 구하기

이제 곡선 ㉡ 위의 점

$$\mathrm{P}(-100, 260)$$

에 대해 생각해보자. 이때 점 P는 ㉢을 만족시킬 수 없다.
따라서 조건을 만족시키기 위해 곡선 ㉡ 위의
㉣ <u>x좌표와 y좌표가 모두 유리수로 표현되는 다른 점</u>을 찾아야 한다.
이때 ㉣을 찾기 위해 곡선 ㉡의 어떤 점에서의 접선과 곡선 ㉡이
다시 만나는 점을 x축을 기준으로 대칭이동한 점을 찾는 연산에 대해
생각해보고, 이를 '점 덧셈'이라 하자.
한편 계수가 모두 유리수인 타원곡선 위의 x좌표와 y좌표가 모두
유리수로 표현되는 점에 대하여 '점 덧셈'을 통하여 얻은 점은 항상
x좌표와 y좌표가 유리수이므로 이를 이용하여 점 P에서의 '점 덧셈'을
사용해 곡선 ㉡ 위의 x좌표와 y좌표가 유리수인 새로운 점을 찾아보자.
적절한 계산을 통해 구한 이 점을 2P라 하면

$$2\mathrm{P}\left(\frac{8836}{25}, -\frac{950716}{125}\right)$$

이다. 이때 점 2P는 ㉢을 만족시킬 수 없다.
이제 두 점 P, 2P를 잇는 직선이 곡선 ㉡과 만나는 점 중 P, 2P가
아닌 점을 x축을 기준으로 대칭이동한 점을 3P라 하자.
점 3P도 조건을 만족시키지 않으므로, ㉢을 만족시키는 점을 찾기 위해
계속 연산을 반복하자.
⋮

$$9\mathrm{P}\left(-\frac{66202368404229585264842409883878874707453676645038225}{135144002927162885120709079450029433526925780004069 21},\ \frac{58800835157308083307376751727347181330085672850296730351871748713307988700611210}{15710686668597978434556364707291896268838086945430031322196754390420280407346469}\right)$$

㉠에 값을 대입하고 적절한 공배수를 곱하여 a, b, c의 값을 구해보자.

$a=1544768021087461664419513150199198374856643256695654317000266348982532020352 77999$

$b=36875131794129999827197811565225474825492979968971970996283137471637224634055579$

$c=43736126779286972578612526023713901528165375581616136186214379933784234677720 36$

$\therefore\ a+b+c=195725546580804863527010379187516702463973843196699016314931210363268850137105614$

19 정답 11

Step 1 갑이 선택할 수 있는 행동 구분하기

갑이 할 수 있는 선택을 <선택 1>과 <선택 2>로 나누어서 살펴보자.

<선택 1>: 10번을 다시 푼 후에 11번을 다시 푸는 선택

으로, “다시 풀기”를 선택 후 “다음 문항 풀기”를 선택하는 것이라 하고,

<선택 2>: 11번을 풀고 앞으로 돌아와 10번을 푸는 선택

으로, “다음 문항 풀기”를 선택 후 “다음 문항 풀기”를 선택하는 것이라 하자.
이제 <선택 1>과 <선택 2>로 얻을 수 있는 각각의 편익과 비용을 분석하여 <선택 2> 즉, ㉡이 왜 합리적 선택인지 알아보자.

Case 1 <선택 1>의 경우

10번에서 “다시 풀기”의 상황에서 얻는 편익은 30이고 비용은 $5\times$(나)이므로 갑이 얻게 되는 효용은

$30-5\times$(나)

이다. 11번에서 “다음 문항 풀기”의 상황에서 얻는 편익은 (가)이고 비용은 7×4이므로 갑이 얻게 되는 효용은

(가)-28

이다. 따라서 <선택 1>의 경우 얻게 되는 총효용은

(가)$-5\times$(나)$+2$

이다.

Case 2 <선택 2>의 경우

11번에서 “다음 문항 풀기”의 상황에서 얻는 편익은 (가)이고 비용은 5×4이므로 갑이 얻게 되는 효용은

(가)-20

이다. 10번에서 “다음 문항 풀기”의 상황에서 얻는 편익은 (가)이고 비용은 7×4이므로 갑이 얻게 되는 효용은

(가)-28

이다. 따라서 <선택 2>의 경우 얻게 되는 총효용은

$2\times$(가)-48

이다.

Step 2 (가), (나) 비교하기

<선택 2>가 합리적인 선택이므로

(가)$-5\times$(나)$+2<2\times$(가)-48
$\Rightarrow$ (가)$>50-5\times$(나) $\cdots$ ㉠

이다. 이때 (나)는 항상 0보다 크므로 ㉠에 의하여

(가)>50

이므로 (가)가 항상 52보다 크지는 않고, ㄱ은 옳지 않은 선지이다. (×)
한편, (나)$=2$라면

(가)>40

이므로 (가)$=55$일 수 있다. 따라서 ㄴ은 옳은 선지이다. (O)

Step 3 매몰비용 이해하기

한편, ㉠은 매몰비용이므로 갑의 합리적 선택에 고려되지 않는다.
따라서 ㄷ은 옳은 선지이다. (O)

20 정답 100

Step 1 허블 상수 구하기

두 은하 A와 B 사이의 거리가 50 Mpc이고 A에서 측정한 B의 후퇴 속도는 3500 km/s이므로 허블 법칙에 의해 허블 상수는

$$\frac{3500}{50} = 70\,(\mathrm{km/s/Mpc})$$

이다. 따라서 ㄱ은 옳은 선지이다. (○)

Step 2 $\cos\theta$, $\overline{\mathrm{BC}}\,(=\overline{\mathrm{CD}})$ 구하기

허블 법칙에 의해 A와 C 사이의 거리, A와 D 사이의 거리가 각각

$$30\sqrt{5}\ \mathrm{Mpc},\ 70\ \mathrm{Mpc}$$

임을 알 수 있다. 이때 원주각의 성질에 의해 두 선분 BC와 CD의 길이가 같으므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = a$라 하자.
삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의해

$$a^2 = 50^2 + (30\sqrt{5})^2 - 2\times 50\times 30\sqrt{5}\times \cos\theta \ \cdots \ ㉠$$

이고, 삼각형 ACD에서 코사인법칙에 의해

$$a^2 = 70^2 + (30\sqrt{5})^2 - 2\times 70\times 30\sqrt{5}\times \cos\theta \ \cdots \ ㉡$$

이므로 ㉠과 ㉡을 연립하면

$$\cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5},\ a = 10\sqrt{10}$$

이다. 따라서 ㄴ은 옳지 않은 선지이다. (×)

Step 3 흡수선의 관측 파장 구하기

$\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$이고, $\overline{\mathrm{BC}} = 10\sqrt{10}$이므로 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의해 원 O의 반지름을 R이라 하면

$$R = \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{2\times\sin\theta} = \frac{10\sqrt{10}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = 25\sqrt{2}$$

이다. 따라서 원 O의 중심에서 A를 관측할 때 허블 법칙에 의해

$$70\times 25\sqrt{2} = c\times\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

이므로, $\lambda_0 = 6000$ nm이면 $\Delta\lambda = 35\sqrt{2}$ nm이다.
정리하면 흡수선의 관측 파장은 $(6000+35\sqrt{2})$ nm이고,

$$6000 + 35\sqrt{2} < 6050$$

이므로 흡수선의 관측 파장은 6050 nm보다 짧다.
따라서 ㄷ은 옳지 않은 선지이다. (×)

21 정답 ?

나는 이 문제의 답을 알고 있지만, 여백이 부족해서 여기 적지 않는다.

수학 영역

확률과 통계

28 정답 ②

어떤 평면이든 같은 색이 인접하지 않게 칠하기 위해서는
4개의 색만이 필요하다는 사실이 증명되어 있다. >.<

29 정답 3

학생이 처음에 고른 선지가 옳은 선지인지의 여부에 따라 경우를 구분하여 살펴보자.

Case 1 학생이 처음에 옳은 선지를 고른 경우

학생이 처음에 옳은 선지를 고른 상황에서는,
학생이 고르지 않은 $(n-1)$개의 선지 중 수학 강사 손승연이 알려준 옳지 않은 $(n-2)$개의 선지가 아닌 선지는 옳지 않은 선지이다.
따라서 이 상황에서는 학생이 '손승연 찬스'를 사용한 이후 선지를 변경할 때 옳지 않은 선지를 고르게 된다.

Case 2 학생이 처음에 옳지 않은 선지를 고른 경우

학생이 처음에 옳지 않은 선지를 고른 상황에서는,
학생이 고르지 않은 $(n-1)$개의 선지 중 수학 강사 손승연이 알려준 옳지 않은 $(n-2)$개의 선지가 아닌 선지는 옳은 선지이다.
따라서 이 상황에서는 학생이 '손승연 찬스'를 사용한 이후 선지를 변경할 때 옳은 선지를 고르게 된다.

Case 1 , **Case 2** 를 종합하여 살펴보면
학생이 처음에 옳지 않은 선지를 고른 경우에만 선지를 변경한 후 옳은 선지를 고르게 된다.
학생이 처음에 옳지 않은 선지를 고를 확률은 $\frac{n-1}{n}$이므로,

$$\begin{aligned}\sum_{n=3}^{16}\log_2\frac{1}{a_n} &= \sum_{n=3}^{16}\log_2\frac{n}{n-1}\\ &= \log_2\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{16}{15}\right)\\ &= \log_2 8\\ &= 3\end{aligned}$$

이다.

미적분

28 정답 ?

Step 1 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$의 값 구하기

$\sin x$를 다음과 같이 무한한 다항식의 합으로 표현할 수 있다.

$$\sin x = x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\cdots$$

이 식의 양변을 x로 나누자.

$$㉠\ \frac{\sin x}{x}=1-\frac{x^2}{3!}+\frac{x^4}{5!}-\frac{x^6}{7!}+\cdots$$

이때 함수 $y=\frac{\sin x}{x}$는 $x=\pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \pm 3\pi,\ \cdots$ 에서 근을 가지므로 다음과 같이 $\frac{\sin x}{x}$를 무한한 다항식의 곱으로 표현할 수 있다.

$$㉡\ \left(1-\frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{9\pi^2}\right)\cdots$$

㉠=㉡이므로 두 식의 x^2의 계수는 같다.
㉠에서의 x^2의 계수는 $-\frac{1}{6}$이고,
㉡에서의 x^2의 계수는 $-\left(\frac{1}{\pi^2}+\frac{1}{4\pi^2}+\frac{1}{9\pi^2}\right)=-\frac{1}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$
이므로

$$-\frac{1}{6}=-\frac{1}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$
$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$$

이다. 따라서 ㄱ은 옳은 선지이다. (O)

Step 2 $\zeta(x)$의 자명해(trivial solution) 이해하기

함수 $\zeta(x)$는 $x=-2n$ (n은 자연수)일 때 해를 가짐이 자명하게 밝혀져 있다. >.<
따라서 ㄴ은 옳은 선지이다. (O)

Step 3 $\zeta(x)$의 비자명해(nontrivial solution) 이해하기

나는 이 문제의 답을 알고 있지만, 여백이 부족해서 여기 적지 않는다.

29 정답 20

Step 1 주어진 조건 해석하기

정수 n에 대하여 열린구간 $(n,\ n+1)$에서 x에 대한 부등식

$$f(x)\times\frac{f(x)-2}{x-b}>0$$

을 만족시키는 실수 x가 존재하지 않으려면 열린구간 $(n,\ n+1)$에 속하는 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)\times\frac{f(x)-2}{x-b}\le 0$$

이어야 한다. $a=0$이면 $n>b$인 모든 정수 n에 대하여 위의 조건을 만족시키므로, $a\neq 0$이다.
따라서 열린구간 $(n,\ n+1)$에 속하는 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)<0\text{일 때 }\frac{f(x)-2}{x-b}\ge 0,$$

곧 두 점 $(x,\ f(x))$와 $(b,\ 2)$ 사이의 기울기가 0 이상이고 … ㉠

$$f(x)\ge 0\text{일 때 }\frac{f(x)-2}{x-b}<0,$$

곧 두 점 $(x,\ f(x))$와 $(b,\ 2)$ 사이의 기울기가 0 이하이다. … ㉡

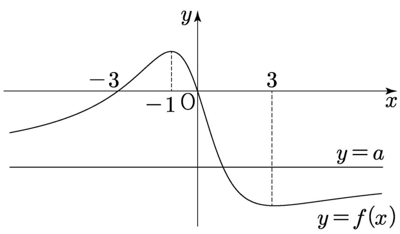
Step 2 함수 $f(x)$의 그래프를 통해 a 구하기

$f(x)=\dfrac{ax(x+3)}{x^2+3}$에서 $f(-3)=f(0)=0$이고, … ㉢
$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=a$ … ㉣
또한,

$$f'(x)=-\frac{3a(x+1)(x-3)}{(x^2+3)^2}$$

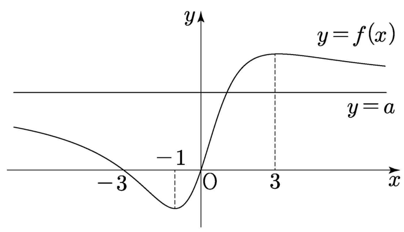
이므로, a의 부호에 따라 경우를 구분하여 살펴보자.

Case 1 $a<0$인 경우



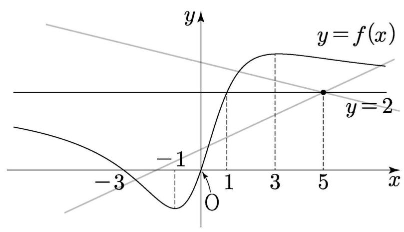
$f(x)$는 $x=-1$일 때 극대이고, $x=3$일 때 극소이다.
㉢에서 $x<-3$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<0$임을 알 수 있고, 따라서 ㉠을 만족시키는 정수 n이 무한히 많다.
따라서 $a>0$이다.

Case 2 $a>0$인 경우



$f(x)$는 $x=-1$일 때 극소이고, $x=3$일 때 극대이다.
$0<a<2$이면, ㉣에 의하여 n이 매우 큰 자연수이면 열린 구간 $(n,\ n+1)$에서 $a<f(x)<2$이므로, ㉡을 만족시키는 정수 n이 무한히 많다.
$a>2$이면, ㉣에 의하여 n이 매우 작은 정수이면 열린 구간 $(n,\ n+1)$에서 $2<f(x)<a$이므로, ㉡을 만족시키는 정수 n이 무한히 많다.
따라서 $a=2$이다.

$a=2$이므로 $f(1)=2$이고, 따라서 곡선 $y=f(x)$의 개형은 그림과 같다.



㉠, ㉡을 만족시키는 경우를 구간별로 나누어 살펴보자.

- $x<-3$일 때

㉡을 만족시키지 못하므로 이를 만족시키는 정수 n은 존재하지 않는다.

- $-3<x<0$일 때

㉠을 만족시키며, 이때 정수 n의 값은 $-3,\ -2,\ -1$

- $0<x<1$일 때

㉡을 만족시키지 못하므로 이를 만족시키는 정수 n은 존재하지 않는다.

- $x>1$일 때

위의 세 구간에서 주어진 조건을 만족시키는 정수 n의 개수가 3이므로 이 구간에서 주어진 조건을 만족시키는 정수 n의 개수가 4이어야 한다.
$1<x<b$일 때, ㉡을 만족시키고, $x>b$일 때, ㉡을 만족시키지 못하므로 이 구간에서 주어진 조건을 만족시키는 정수 n의 값이 $1,\ 2,\ 3,\ 4$가 되어야 하고 $b\ge 5$임을 알 수 있다.
$a=2,\ m=5$이므로 $a^2\times m=20$

수학 영역

기하

28 정답 ①

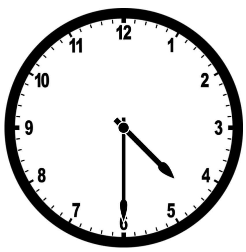
이 수학 강사가 본인의 집에서 나와 정남향, 정동향, 정북향으로 같은 거리만큼 이동하여 본인의 집으로 돌아오기 위해서는 이 수학 강사의 집은 진북극(眞北極) 부근에 위치해야 한다.

따라서 이 수학 강사가 사는 곳의 2024년 12월 연평균 기온으로 가장 적절한 값은 $-27\,°\mathrm{C}$이다.

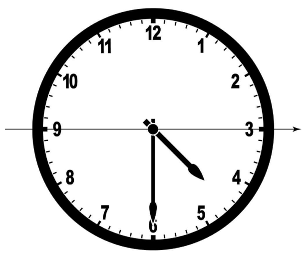
29 정답 3

Step 1 a 구하기

(가)에서의 시간은 네시 반이므로 시계는 다음과 같다.



이때 다음과 같이 시초선을 그릴 수 있다.



시침, 분침이 시초선과 이루는 각은 각각

$45\,°,\ 90\,°$

이므로 $a=45$이다.

Step 2 b 구하기

(나)의 노래는 가수 장기하의 노래 'ㅋ'이다.

이 노래 전체에서 나오는 문자 'ㅋ'의 개수는 124이다. ⋯ 참고

따라서 $a+b=169$이다.

참고 다음은 'ㅋ'의 가사 전문이다.

너는 쿨쿨 자나봐
문을 쿵쿵 두드리고 싶지만
어두컴컴한 밤이라
문자로 콕콕콕콕콕콕
찍어서 보낸다

웬종일 쿵쿵대는 내 맘을
시시콜콜 적어 전송했지만
너는 쿨쿨 자다가
아주 짧게 ㅋ
한 글자만 찍어서 보냈다

<u>크크크크 크크 크크 크크 크크</u>
큰 걸 바라지는 않았어
맘맘맘마 맘마 맘마 맘마 맘맘
말 같은 말 해 주길 바랬어
ㅋㅋㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ
빵 터진 것보다야 나은가
ㅋㅋㅋ도 ㅋㅋ도 아닌 한 글자에
눈물 콱 쏟아져 버리고 말았네

웃음을 많이 섞으니까는
장난스럽게 보였겠지만
정성스럽게 적었던 거야

나는 마치 콩을
젓가락으로 옮길 때처럼
이모티콘 하나마저
조심스럽게 정했어
나는 큰 결심을 하고서 보낸 문잔데
너는 ㅋ 한 글자로 모든 걸
마무리해버렸어
이제는 퀭 하고
시뻘개진 내 눈에 비치는 건
완전히 쾅 닫힌 대화창뿐이네

<u>크크크크 크크 크크 크크 크크</u>
큰 걸 바라지는 않았어
맘맘맘마 맘마 맘마 맘마 맘맘
말 같은 말 해주길 바랬어
ㅋㅋㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ
빵 터진 것보다야 나은가
ㅋㅋㅋ도 ㅋㅋ도 아닌 한 글자에
눈물 콸콸콸콸콸콸콸

<u>크크크크 크크 크크 크크 크크</u>
큰 걸 바라지는 않았어
맘맘맘마 맘마 맘마 맘마 맘맘
말 같은 말 해 주길 바랬어
ㅋㅋㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ ㅋㅋ
빵 터진 것보다야 나은가
ㅋㅋㅋ도 ㅋㅋ도 아닌 한 글자에
눈물 콱 쏟아져 버리고 말았네