제 2 교시

수학 영역

KSM

5지선다형

1. $\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

2. 일차함수 $y=2x+3$ 의 그래프에서 기울기와 y 절편의 곱은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

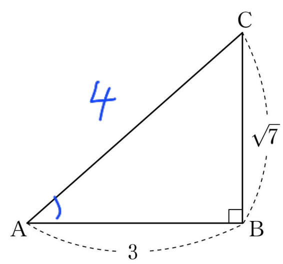
2×3

3. 이차방정식 $x^2-3x-1=0$ 의 두 근 중 양수인 근은? [2점]

① $\frac{3+\sqrt{11}}{2}$ ② $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ ③ $\frac{6+\sqrt{11}}{2}$ ④ $\frac{6+\sqrt{13}}{2}$ ⑤ $\frac{6+\sqrt{15}}{2}$

$\frac{3+\sqrt{9+4}}{2}$

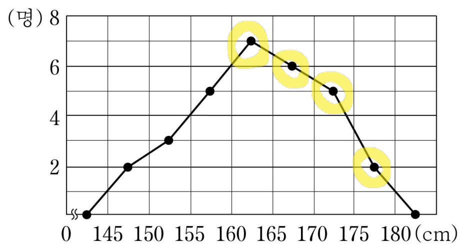
4. 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=\sqrt{7}$ 일 때, $\cos A$ 의 값은? [3점]



① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$

5. 어느 학급 학생들의 키를 조사하여 나타낸 도수분포다각형이 그림과 같다.



이 학생들 중 키가 160cm 이상인 학생의 수는? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$7+6+5+2=20$

6. 연립방정식

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-3y=9 \end{cases}$$

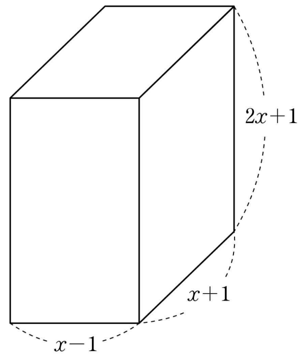
의 해가 $x=a$, $y=b$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$2x+4y=2$
$-\ \underline{2x-3y=9}$
$7y=-7$
$y=-1$
$x=3$
$3-1=2$

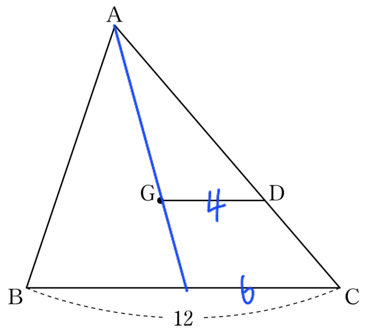
7. 세 모서리의 길이가 $x-1$, $x+1$, $2x+1$인 직육면체의 겉넓이는? (단, $x>1$) [3점]

① $8x^2+4x-2$ ② $8x^2+6x+2$ ③ $10x^2+4x-2$
④ $10x^2+6x+2$ ⑤ $12x^2+8x-2$



$2\times\{(x-1)(x+1)+(x-1)(2x+1)+(x+1)(2x+1)\}$
$=2\{(x^2-1)+(2x^2-x-1)+(2x^2+3x+1)\}$
$=2(5x^2+2x-1)=10x^2+4x-2$

8. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}=12$ 인 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 하자. 점 G 를 지나고 선분 BC 와 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 D 라 할 때, 선분 GD 의 길이는? [3점]



① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

9. 어느 학생이 7 일 동안 매일 달리기 연습을 하였다. 첫째 날에는 x m 만큼 달렸고, 둘째 날에는 첫째 날보다 300 m 만큼 더 달렸다. 셋째 날에는 둘째 날보다 300 m 만큼 더 달렸고, 넷째 날부터는 매일 그 전날과 같은 거리만큼 달렸다. 이 학생이 7 일 동안 총 8900 m 만큼 달렸을 때, x 의 값은? [3점]

① 400 ② 500 ③ 600 ④ 700 ⑤ 800

x

$x+300$

$+\ 5(x+600)$

$7x+3300=8900$

$7x=5600,\ x=800$

10. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 각각의 주사위에서 나오는 눈의 수의 합이 소수일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

$2 \rightarrow (1,1)$

$3 \rightarrow (1,2),(2,1)$

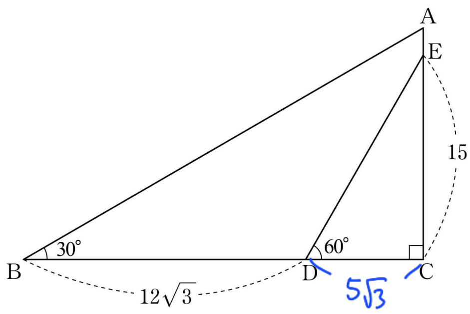
$5 \rightarrow (1,4),(2,3),(3,2),(4,1)$

$7 \rightarrow (1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)$

$11 \rightarrow (5,6),(6,5)$

$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

11. 그림과 같이 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 선분 BC 위의 점 D 와 선분 AC 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BD} = 12\sqrt{3}$, $\overline{CE} = 15$, $\angle CDE = 60^\circ$ 일 때, 선분 AE 의 길이는? [3점]

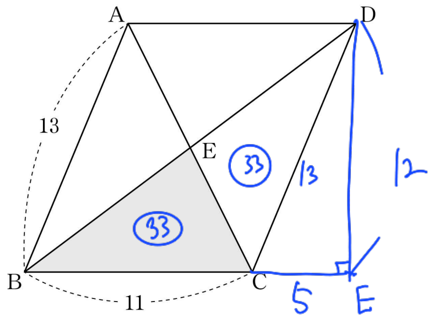


① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

$\overline{CD} = \frac{\overline{CE}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 17\sqrt{3}$

$\overline{CA} = \frac{\overline{BC}}{\sqrt{3}} = 17$ $\therefore \overline{AE} = 17 - 15 = 2$

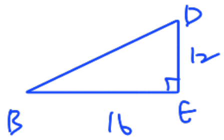
12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 11$, $\angle CBA < 90^\circ$ 인 평행사변형 ABCD 의 두 대각선이 만나는 점을 E 라 하자. 삼각형 BCE 의 넓이가 33 일 때, 선분 BD 의 길이는? [3점]



① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

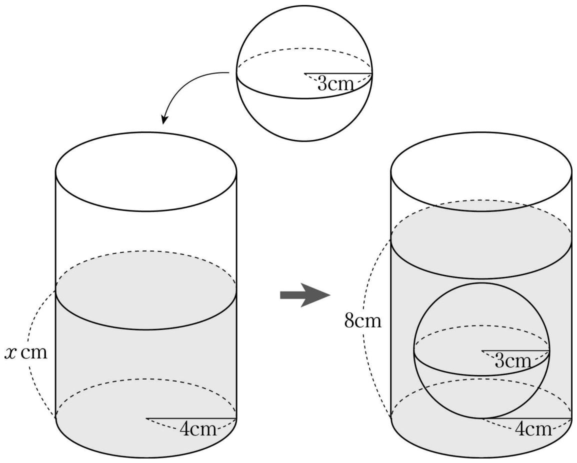
$\frac{1}{2} \times 11 \times \overline{DE} = 66$ $\therefore \overline{DE} = 12$

$\overline{CE} = 5$



$\overline{BD} = 20$

13. [그림 1]과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm 인 원기둥 모양의 그릇에 아랫면에서부터 $x$cm 높이까지 물이 채워져 있다. 이 그릇 안에 반지름의 길이가 3cm 인 구 모양의 쇠구슬을 넣었더니 [그림 2]와 같이 쇠구슬이 물에 완전히 잠기고, 그릇의 아랫면에서부터 수면까지의 높이가 8cm 가 되었다. x의 값은? (단, 그릇의 높이는 8cm 보다 크고, 그릇의 두께는 생각하지 않는다.) [3점]



[그림 1] [그림 2]

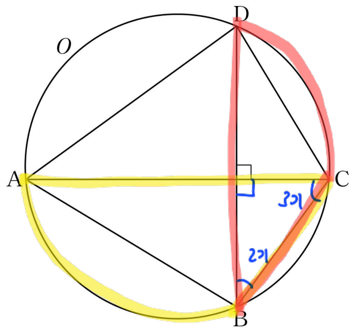
① $\frac{23}{4}$ ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{31}{4}$

$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 4^2\pi \times (8-x)$

$36 = 16(8-x)$

$8-x = \frac{9}{4}$, $x = \frac{23}{4}$

14. 그림과 같이 원 O에 내접하는 사각형 ABCD 가 있다. 이 사각형의 두 대각선이 서로 수직으로 만나고, 원 O에서 호 AB 의 길이와 호 CD 의 길이의 비가 3:2일 때, 각 ACB 의 크기는? (단, 호 AB에 대한 중심각의 크기와 호 CD에 대한 중심각의 크기는 모두 180° 보다 작다.) [4점]



① 51° ② 54° ③ 57° ④ 60° ⑤ 63°

$\angle ACB = 90° \times \frac{3}{5} = 54°$

15. 세 자연수 a, b, c에 대하여 x에 대한 두 이차식 $x^2+ax+27$, $x^2+bx-18$의 공통인 인수가 $x+c$일 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

+27 +9
+1 +3

+6 +9 +18
−3 −2 −1

$c=9$

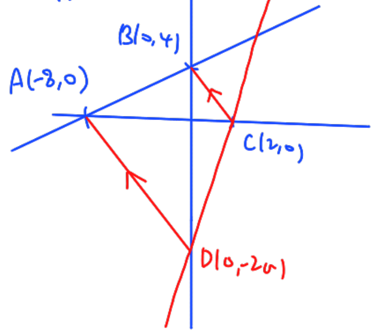
$(x+9)(x+3)$ / $(x+9)(x-2)$

$a=12$ $b=7$ $a+b+c=28$

16. 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+4$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 일차함수 $y=\underbrace{ax-2a}_{a(x-2)}$ $(a>0)$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ADCB가 사다리꼴이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [4점]

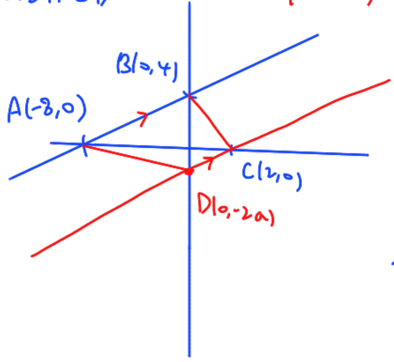
① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$

i) $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$



$\frac{-2a}{8}=\frac{-4}{2}$, $a=8$

ii) $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

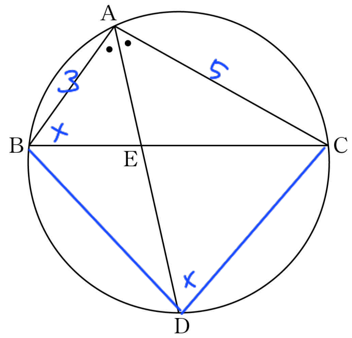


$\frac{4}{8}=\frac{2a}{2}$, $a=\frac{1}{2}$

$\therefore 8+\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$

17. 그림과 같이 삼각형 ABC와 이 삼각형의 외접원이 있다. 각 BAC의 이등분선과 이 원이 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하고, 직선 AD가 선분 BC와 만나는 점을 E라 하자. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=5$, $\overline{AD}=6$일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]

*우산정리



① $\frac{19}{6}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

$\triangle ABE \sim \triangle ADC$

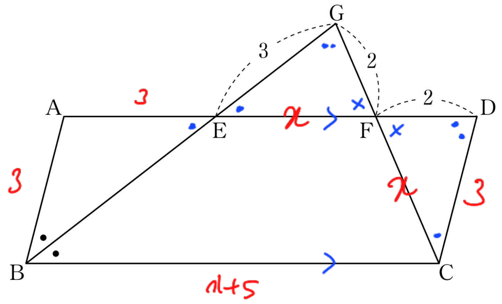
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{AE}$

$3\times5=6\times\overline{AE}$, $\overline{AE}=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{DE}=6-\frac{5}{2}=\frac{7}{2}$

18. 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 각 B의 이등분선이 선분 AD와 만나는 점을 E라 하자. 선분 ED 위의 한 점 F에 대하여 $\angle FDC=2\times\angle DCF$이다. 직선 BE와 직선 CF의 교점을 G라 할 때, $\overline{EG}=3$, $\overline{FG}=\overline{FD}=2$이다. 선분 EF의 길이는? [4점]



① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

$\triangle GFE \equiv \triangle DFC$ $\therefore DC=3$, $EF=FC=x$

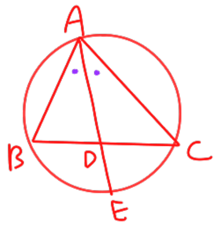
$\angle ABE=\angle AEB$ $\therefore AB=AE=3$, $BC=x+5$

$\triangle GEF \sim \triangle GBC$

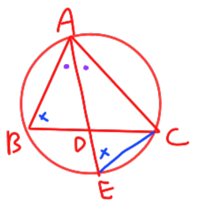
$x : x+5 = 2 : x+2$

$2x+10=x^2+2x$, $x^2=10$, $x=\sqrt{10}$

*우산정리 $\Rightarrow \overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{AE}$



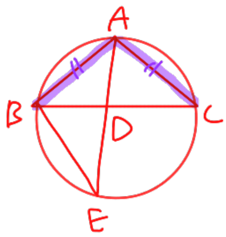
AD는 각 A의 이등분선



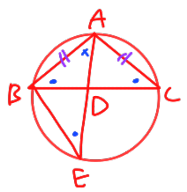
$\triangle ABD \sim \triangle AEC$

$AB:AE=AD:AC$

$\therefore AB\times AC=AD\times AE$



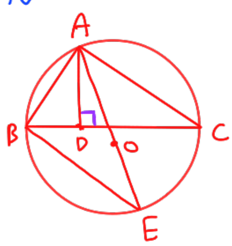
$AB=AC$



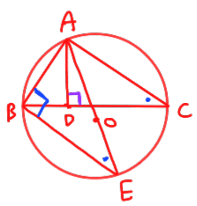
$\triangle ABD \sim \triangle AEB$

$AB:AE=AD:\underbrace{AB}_{=AC}$

$\therefore AB\times AC=AD\times AE$



$AD\perp BC$

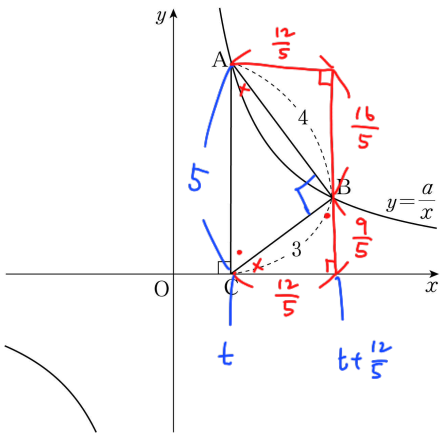


$\triangle ABE \sim \triangle ADC$

$AB:AE=AD:AC$

$\therefore AB\times AC=AD\times AE$

19. 그림과 같이 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}\,(a>0)$의 그래프 위에 $\overline{\mathrm{AB}}=4$를 만족시키는 두 점 A, B가 있다. 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 할 때, $\overline{\mathrm{BC}}=3$, $\angle\mathrm{ABC}=90°$이다. 상수 a의 값은? (단, 두 점 A, B는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{29}{4}$ ③ $\frac{31}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

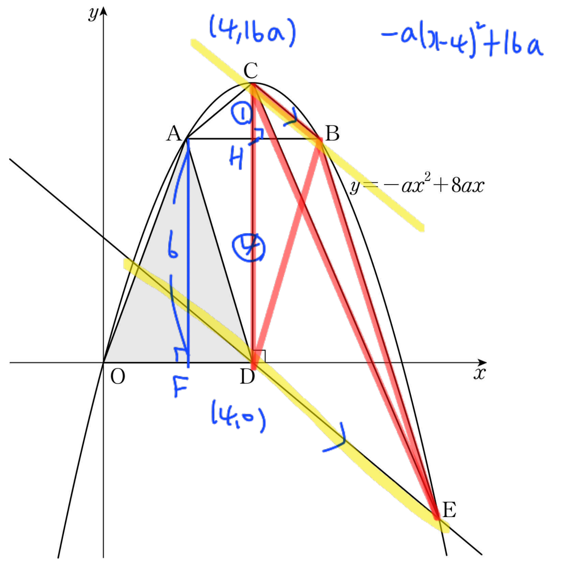
$A(t,5)$, $B\left(t+\frac{12}{5}, \frac{9}{5}\right)$

$a=5t=\frac{9}{5}\left(t+\frac{12}{5}\right)$

$25t=9t+\frac{108}{5}$, $t=\frac{108}{80}=\frac{27}{20}$

$a=5t=\frac{27}{4}$

20. 그림과 같이 y좌표가 서로 같고 제1사분면 위에 있는 두 점 A, B를 지나는 이차함수 $y=-ax^2+8ax\,(a>0)$의 그래프가 있다. 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점을 C라 하고, 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 하자. 점 D를 지나고 선분 BC와 평행한 직선이 이 이차함수의 그래프와 만나는 점 중 제4사분면 위에 있는 점을 E라 할 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CEB의 넓이의 비는 2:5이다. 삼각형 AOD의 넓이가 12일 때, 상수 a의 값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



① $\frac{15}{32}$ ② $\frac{17}{32}$ ③ $\frac{19}{32}$ ④ $\frac{21}{32}$ ⑤ $\frac{23}{32}$

$\overline{CB} \,/\!/\, \overline{DE}$ ∴ $\triangle CBE=\triangle CBD$

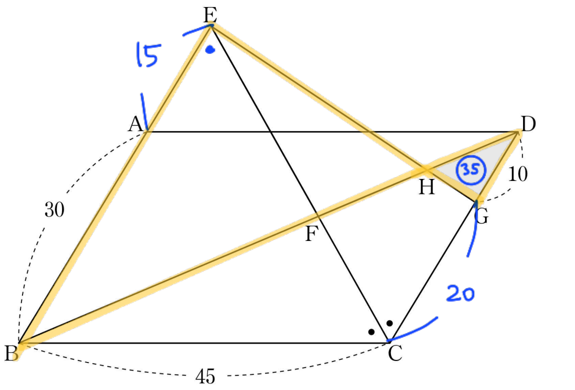
$\triangle CAB=2\times\triangle CHB$ ∴ $\triangle CHB : \triangle CDB = 1:5$

$\overline{CH} : \overline{HD} = 1:4$

∴ $\overline{HD}=\overline{CD}\times\frac{4}{5}=\frac{64}{5}a$

$\triangle AOD=12 \Rightarrow \overline{AF}=6=\overline{HD}=\frac{64}{5}a$, $a=\frac{30}{64}=\frac{15}{32}$

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=30$, $\overline{BC}=45$, $\angle CBA<90^{\circ}$ 인 평행사변형 ABCD가 있다. 각 C의 이등분선과 직선 AB가 만나는 점을 E라 하고, 직선 CE가 선분 BD와 만나는 점을 F라 하자. 선분 CD 위의 $\overline{DG}=10$인 점 G에 대하여 직선 EG가 선분 BD와 만나는 점을 H라 하자. 삼각형 DHG의 넓이가 35일 때, 삼각형 EFH의 넓이는? [4점]



① 161 ② 168 ③ 175 ④ 182 ⑤ 189

9 2
B F H D
$11\times\frac{3}{5}$ $9-\frac{33}{5}$ $11\times\frac{2}{5}$

$\triangle HEB \sim \triangle HGD \Rightarrow HB:HD=9:2$
$\triangle FEB \sim \triangle FCD \Rightarrow FB:FD=3:2$
$BF:FH:HD=33:12:22$

$\triangle HEB \sim \triangle HGD$ 길이비 $9:2$, 넓이비 $81:4$ $\triangle HEB = 35\times\frac{81}{4}$

$\therefore \triangle EFH = 35\times\frac{81}{4}\times\frac{12}{45}=35\times\frac{27}{5}=189$

단답형

22. 일차부등식 $4x-30>x+7$을 만족시키는 자연수 x의 최솟값을 구하시오. [3점]

$\boxed{13}$

$3x>37$

$x>\frac{37}{3}=12.xxx$

23. 분수 $\frac{3}{22}$을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 여섯 번째 자리의 숫자를 구하시오. [3점]

$\boxed{3}$

$22\overline{)30}$ = 0.1363
22
80
66
140
132
80

$0.1\dot{3}\dot{6}$

0.1363636…

24. 다음은 5명의 학생 A, B, C, D, E의 수학 점수를 조사한 자료의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 분산을 구하시오. (단, a는 실수이다.) [3점]

$\boxed{20}$

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-1	7	3	-4	a

$-1+7+3-4+a=0,\ a=-5$

$\dfrac{1+49+9+16+25}{5}=20$

25. 세 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b, 높이가 c인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 부피가 33이고 $a+b+c$가 7의 배수일 때, 이 직육면체의 겉넓이를 구하시오. [3점]

$\boxed{134}$

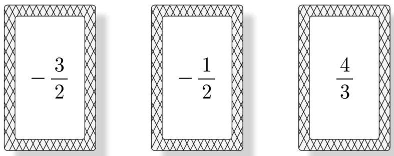
$abc=33=3\times11\times1 \quad a+b+c=15\ (\times)$

$=33\times1\times1 \quad a+b+c=35\ (\circ)$

$2(33+33+1)=134$

26. 세 수 $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$가 하나씩 적혀 있는 세 장의 카드가 있다. 세 장의 카드 중에서 카드를 한 장씩 세 번 뽑을 때, 뽑힌 카드에 적힌 수를 차례로 a, b, c라 하자. $12\times\frac{b-c}{a}$의 값으로 가능한 가장 큰 값을 구하시오. (단, 뽑은 카드는 다시 뽑지 않는다.) [4점]

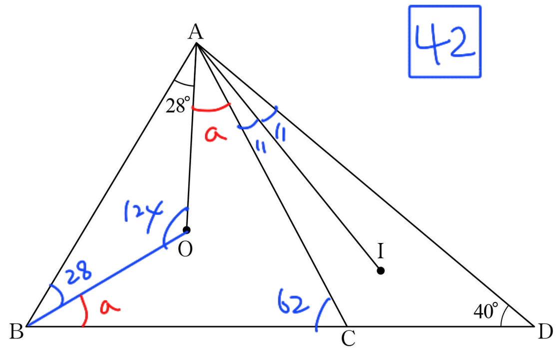
$\boxed{68}$



$12\times\left(\dfrac{-\frac{3}{2}-\frac{4}{3}}{-\frac{1}{2}}\right)=24\times\left(\dfrac{9+8}{6}\right)=68$

27. 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 예각삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, $\angle BAO=28^\circ$ 이다. 선분 BC의 연장선 위에 $\angle ADC=40^\circ$ 가 되도록 점 D를 잡는다. 삼각형 ACD의 내심을 I라 할 때, $\angle OAI=x^\circ$ 이다. x의 값을 구하시오. (단, $\overline{BD}>\overline{CD}$) [4점]

$\boxed{42}$

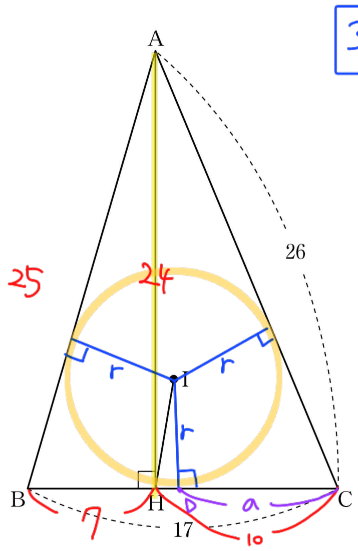


$2a+56+62=180$, $a=31^\circ$

$\angle OAI = a+11 = 42^\circ$

28. 그림과 같이 $\overline{AC}=26$, $\overline{BC}=17$인 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내심을 I, 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 204일 때, $\overline{IH}^2$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{37}$

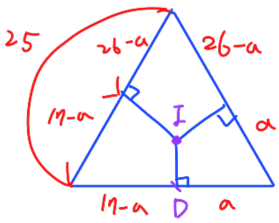


$\frac{1}{2}\times 17\times\overline{AH}=204$ $\therefore \overline{AH}=24 \rightarrow \overline{CH}=10$

$\hookrightarrow \overline{BH}=7$

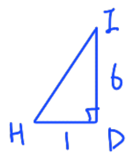
$\hookrightarrow \overline{AB}=25$

$\frac{1}{2}r(25+26+17)=204$, $r=6$



$17-a+26-a=25$

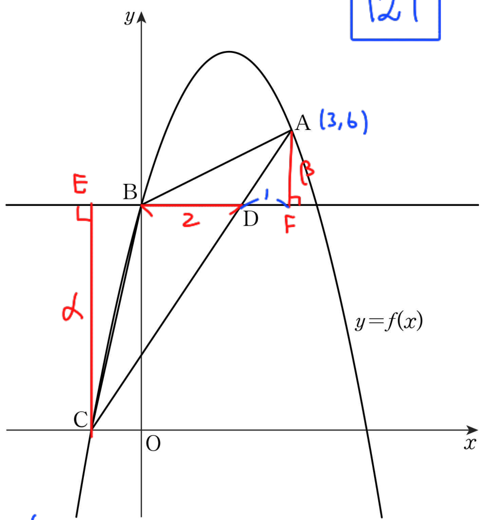
$\therefore a=9 \rightarrow \overline{HD}=1$



$\overline{IH}^2=36+1=37$

29. 이차항의 계수가 음수인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 A$(3, 6)$을 지나고 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점을 B, x축과 만나는 점 중 x좌표가 음수인 점을 C라 하자. 점 B를 지나고 x축과 평행한 직선이 선분 AC와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD와 삼각형 BCD의 넓이는 각각 $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{2}$이다. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 y좌표가 k일 때, $16k$의 값을 구하시오. (단, 점 B의 y좌표는 0보다 크고 6보다 작다.) [4점]

$\boxed{121}$



$\overline{CE}=\alpha$, $\overline{AF}=\beta$, $\alpha+\beta=6$

$\frac{1}{2}\overline{BD}(\alpha+\beta)=\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6$ $\therefore \overline{BD}=2 \to \overline{DF}=1$

$\triangle ABD=\frac{3}{2}$, $\triangle BCD=\frac{9}{2}$ $\therefore \beta=\frac{3}{2}$, $\alpha=\frac{9}{2}$

$\triangle DEC \backsim \triangle DFA$

$\alpha:\beta=3:1=\overline{ED}:\overline{FD}$ $\therefore \overline{ED}=3 \to \overline{EB}=1$

$B(0,\frac{9}{2})$, $A(3,6)$, $C(-1,0)$

$f(x)=ax^2+bx+\frac{9}{2}$

$f(3)=9a+3b+\frac{9}{2}=6 \to 3a+b-\frac{1}{2}=0$

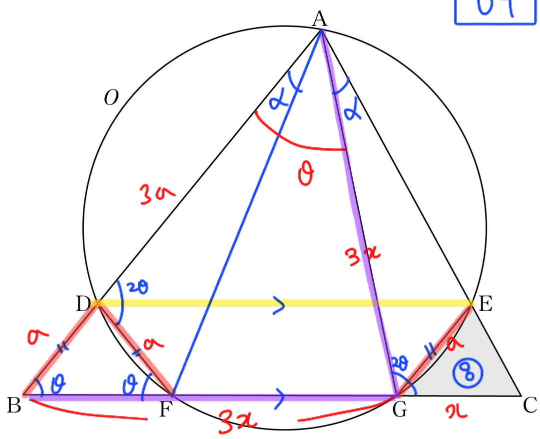
$f(-1)=a-b+\frac{9}{2}=0$ $\quad a=-1, b=\frac{7}{2}$

$f(x)=-x^2+\frac{7}{2}x+\frac{9}{2}=-(x-\frac{7}{4})^2+\frac{121}{16}$

$\therefore k=\frac{121}{16}$, $16k=121$

30. 그림과 같이 삼각형 ABC와 원 O가 점 A를 포함한 서로 다른 5개의 점에서 만난다. 선분 AB와 원 O가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D, 선분 AC와 원 O가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 E라 하자. 선분 BC와 원 O가 만나는 점 중 점 B에 가까운 점을 F, 점 C에 가까운 점을 G라 하자.
$\overline{DB}=\overline{DF}=\overline{EG}$, $\overline{AG}=3\times\overline{GC}$이고, 삼각형 EGC의 넓이가 8일 때, 삼각형 ABG의 넓이를 S, 삼각형 AGC의 넓이를 T라 하자. $S-T$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{64}$



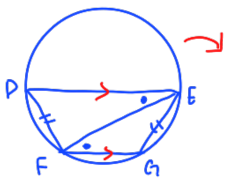
$\angle DBF=\angle DFB=\theta$ $\quad \left[\begin{array}{l}\angle ADF=\angle AGC=2\theta \\ \angle DFB=\angle DAG=\theta\end{array}\right)$ 내대각

$\triangle GAB$는 이등변$\triangle$ $\quad GA=GB=3x$, $GC=x$

$BG:GC=3:1$

$\overline{DF}=\overline{EG} \Rightarrow \angle DAF=\angle EAG=\alpha$

$\therefore \triangle ADF \backsim \triangle AGC$, $AG:GC=AD:DF=3:1$



$\overline{BD}=\overline{DF}=\overline{EG}=a$, $\overline{AD}=3a$

$\overline{DF}=\overline{EG} \Rightarrow \angle DEF=\angle EFG \Rightarrow \overline{DE}/\!/\overline{FG}$

$AD:DB=AE:EC=3:1$ $\therefore \triangle AGC=8\times4=32=T$

$BG:GC=3:1$ $\therefore \triangle ABG=96=S$

$S-T=96-32=64$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.