

수학 영역

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

슬슬 끝으로 해맑은 햇살이 찾아오고

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- 공통과목 1 ~ 8 쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9 ~ 12 쪽
 - 미적분 13 ~ 16 쪽
 - 기하 17 ~ 20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $\sqrt[3]{4} \times 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

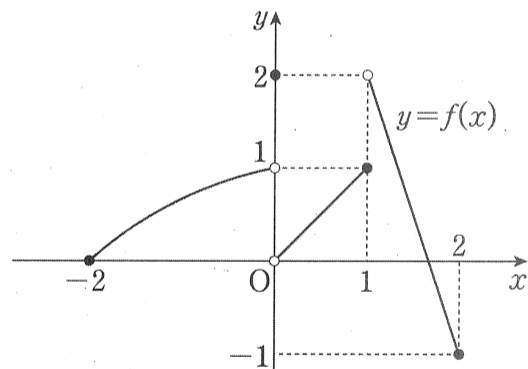
3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_4 = 2a_3 + 3a_2$$

를 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공비는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x) = (x^2 + x)(2x^2 - x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = x^3 + x$ 이고 $f(0) = -1$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sin\theta \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

8. 두 실수 $a = (\log 3)^2 - (\log 2)^2$, $b = \log_6 10$ 에 대하여 10^{ab} 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

9. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -3t^2 + 6t$$

이다. 양수 a 에 대하여 시각 $t=a$ 에서 점 P의 위치가 0일 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=2a$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 112 ② 114 ③ 116 ④ 118 ⑤ 120

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} 10 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -19 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^{3n} a_k$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은? [4점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

11. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 + 3ax^2 + 4a$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -40 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -24 ② -20 ③ -16 ④ -12 ⑤ -8

12. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4$ 에 대하여 원점 O 에서 곡선

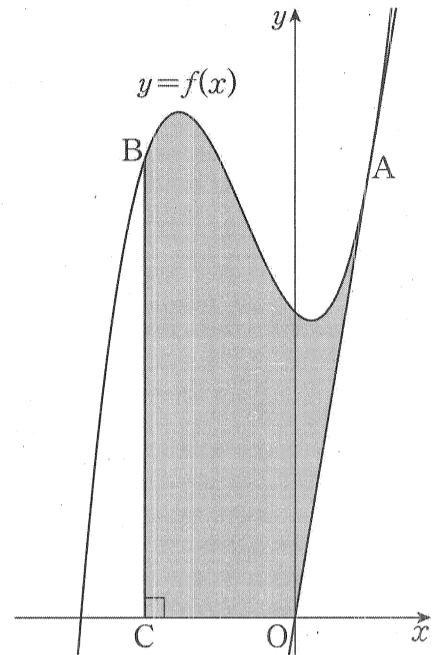
$y = f(x)$ 에 그은 접선의 접점을 A 라 하고, 곡선 위의

점 $B(-2, f(-2))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C 라 하자. 곡선

$y = f(x)$ 와 세 선분 OA , OC , BC 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[4점]

- ① $\frac{45}{4}$ ② $\frac{47}{4}$ ③ $\frac{49}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{53}{4}$



13. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x & (x < 0) \\ 1 - \cos x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 닫힌구간 $[-\pi, \pi]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M - m = 4$ 를 만족시키는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

14. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$x_1 \leq x_2$ 인 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여 부등식

$$\int_{x_1}^{x_2} \{f(t) - f(a)\} dt \geq \int_{x_1}^{x_2} f'(a)(t - a) dt$$

를 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 범위가 $a \leq -1$ 또는 $a \geq 3$ 이다.

$f(1) = 15, f'(1) = 1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

15. 세 실수 a, p, q ($p < q$)에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} |2^x - 4| & (x \leq p \text{ 또는 } x \geq q) \\ a + \log_2 x & (p < x < q) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일 대응일 때, $f\left(\frac{p+q}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x-2) = \log_9(x+10)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. x 에 대한 방정식 $x^3 + 3x^2 - k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^8 a_k = 8, \quad \sum_{k=1}^8 a_k^2 = 20$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 (a_k + 3)(a_k - 1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

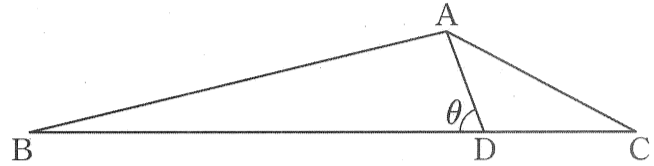
$$\int_0^x \{f(t) + t^2\} dt = xf(x) - x^3$$

을 만족시킬 때, $\int_0^4 f'(x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 BC를 3:1로 내분하는 점을 D라 하고, $\angle ADB = \theta$ 라 하자.

$$\overline{AD} = \sqrt{2}, \quad \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



21. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{n} & (a_n \geq 3) \\ 10 & (a_n < 3) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_6 = 2$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < 0) \\ |f(x)| - |2x^2 - 8| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(-5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

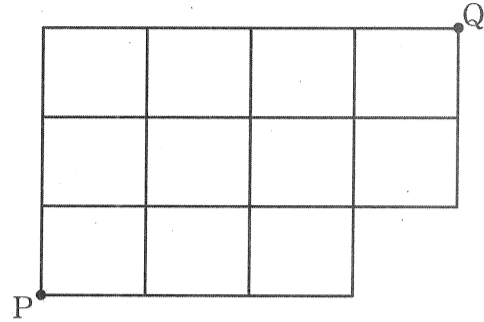
수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다형

23. ${}_4H_3$ 의 값은? [2점]

- ① 20
- ② 22
- ③ 24
- ④ 26
- ⑤ 28

24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 P지점에서 출발하여 Q지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [3점]



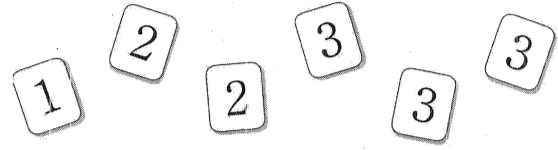
- ① 30
- ② 31
- ③ 32
- ④ 33
- ⑤ 34

25. 네 문자 a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 적어도 한 번 이상 나오는 경우의 수는? [3점]

- ① 170 ② 175 ③ 180 ④ 185 ⑤ 190

26. 숫자 1, 2, 2, 3, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 수의 합이 모두 4 이상이 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32



27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) $x=1, 2, 3, 4, 5$ 일 때 $f(x) \leq f(x+1)$ 이다.
 (나) x 가 3의 배수이면 $(f \circ f)(x) = x$ 이다.

- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 4개의 흰색 접시와 문자 A, B, C가 각각 하나씩 적혀 있는 3개의 검은색 접시가 있다. 이 7개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓을 때, 다음 조건을 만족시키도록 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 검은색 접시끼리는 서로 이웃하지 않는다.
 (나) 홀수가 적힌 흰색 접시끼리는 서로 이웃하지 않고, 짝수가 적힌 흰색 접시끼리는 서로 이웃하지 않는다.

- ① 84 ② 88 ③ 92 ④ 96 ⑤ 100

단답형

29. 한 개의 주사위를 네 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 하자. $a \times b \times c \times d$ 가 16의 배수가 되는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 검은 공 4개와 흰 공 4개를 5명의 학생 A, B, C, D, E에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않고, 공을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

- (가) 세 학생 A, B, C가 받는 공의 개수의 합은 홀수이다.
 (나) 학생 D가 받는 공의 개수는 학생 E가 받는 공의 개수의 2배이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지선 다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 2}{4n^2 - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)a_n}{n^2} = 3$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{3n^2 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 자연수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을

$$a_n = \frac{(k^2+9)^n + 30^n}{(10k)^n}$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 자연수 k 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k - k^2}{k+1} = 2n^2 - n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2+1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$0 < x < 3$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\sin\left(\frac{\pi}{a_n}x\right) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 $2n$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} na_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

28. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx$ ($a > 0$)이 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+2} + x^n + f(x)}{x^{2n} + x^n + 1}$ 의 값이 존재한다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+2} + x^n + f(x)}{x^{2n} + x^n + 1}$$

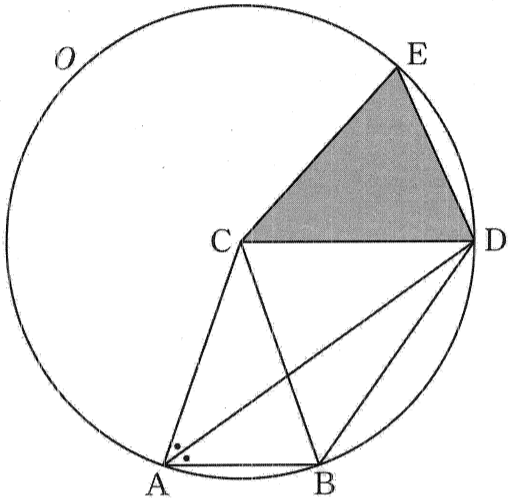
라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 만나는 점의 개수가 1이 되도록 하는 자연수 k 가 존재할 때,

$g\left(-\frac{1}{2}\right) \times g(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

단답형

29. 그림과 같이 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 중심이 C이고 반지름의 길이가 n 인 원 O와 $\overline{AB}=2$ 를 만족시키는 원 O 위의 두 점 A, B가 있다. $\angle BAC$ 를 이등분하는 직선이 원 O와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하자. 점 B를 포함하지 않는 호 AD 위의 점 E에 대하여 $\overline{BD} : \overline{DE} = \sqrt{2} : 1$ 일 때, 삼각형 CDE의 넓이를 S_n 이라 하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} n - \frac{S_n}{n} \right) = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x)$ 는 $0 \leq x < 2$ 일 때 $f(x) = x(2-x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) r 은 유리수이다.

(나) 함수 $f(x)$ 가 $x = a_k$ 에서 극값을 갖고 $0 < a_k < 10$ 인 자연수 k 의 개수는 3이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 a_{n+1} + a_{2n}}{a_{n+1} + a_n} = \frac{81}{10}$ 일 때, $a_7 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 단축의 길이는? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = \frac{1}{3}x$ 일 때,

양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

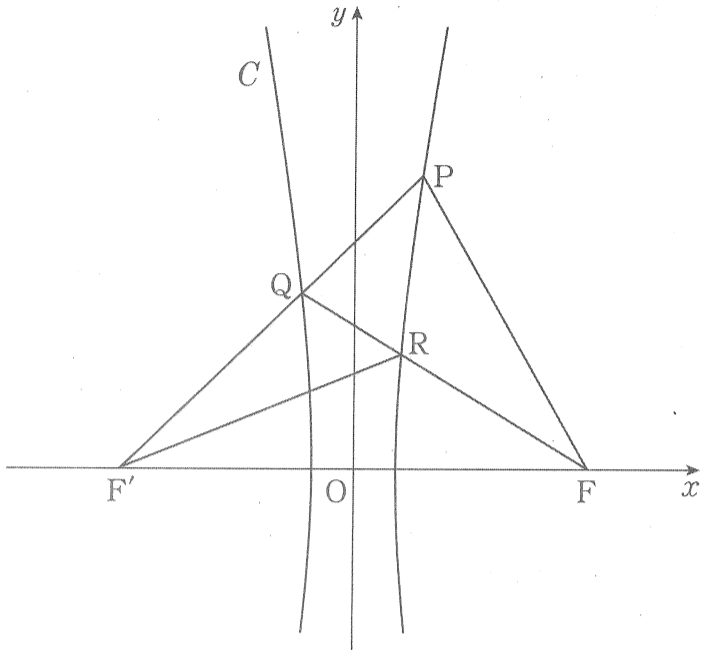
25. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 P에 대하여 선분 FP를 지름으로 하는 원의 넓이가 25π 일 때, 이 원의 중심에서 포물선의 준선까지의 거리는? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

26. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 장축의 길이가 2인 타원이 있다. 이 타원 위에 있는 제2사분면 위의 점 P에 대하여 직선 F'P가 y 축과 점 Q에서 만난다. 직선 FP가 선분 F'Q의 수직이등분선일 때, c 의 값은? [3점]

- ① $3-2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $2\sqrt{3}-3$
 ④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $2\sqrt{2}-2$

27. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선 C 가 있다. 쌍곡선 C 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 선분 $F'P$ 가 쌍곡선 C 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하고, 선분 FQ 가 쌍곡선 C 와 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 R 이라 하자. $\overline{PQ} = 4$ 이고 삼각형 $F'RQ$ 의 둘레의 길이가 16일 때, 삼각형 FPQ 의 둘레의 길이는? [3점]



- ① 18
- ② 20
- ③ 22
- ④ 24
- ⑤ 26

28. 직선 $y = a$ ($a > 0$)이 두 포물선

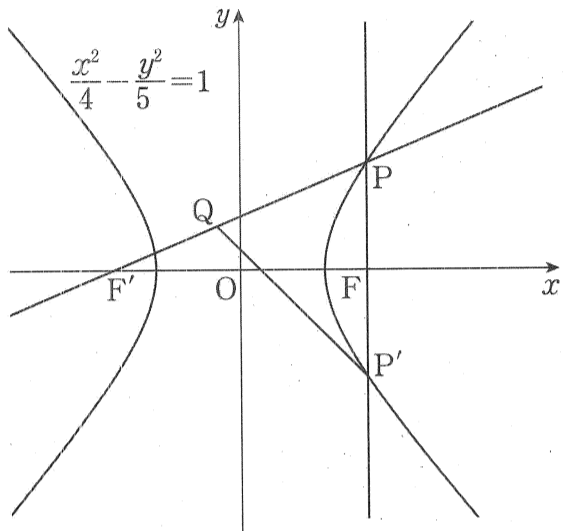
$$C_1 : y^2 = 12x, \quad C_2 : y^2 = -6x$$

와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고, 두 포물선 C_1, C_2 의 초점을 각각 F_1, F_2 라 하자. 사각형 PQF_2F_1 의 둘레의 길이가 41일 때, 사각형 PQF_2F_1 의 넓이는? [4점]

- ① 76
- ② 78
- ③ 80
- ④ 82
- ⑤ 84

단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 이 있다. 직선 $x=c$ 가 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P , 제4사분면 위의 점을 P' 이라 하자. 선분 $F'P$ 위에 $\overline{PP'} = \overline{QP'}$ 인 점 Q 를 잡자. 두 점 P , P' 을 초점으로 하고 점 Q 를 지나는 타원의 장축의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 초점이 $F(0, 4)$, $F'(0, -4)$ 이고, 장축의 길이가 10인 타원이 있다. 이 타원 위에 있는 제1사분면 위의 점 중 $\angle F'FP = \frac{\pi}{3}$ 를 만족시키는 점 P 에 대하여 직선 FP 가 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 를 초점으로 하고 준선이 $x=a$ ($a < 0$)인 포물선이 점 P 를 지난다. 직선 FP 가 이 포물선과 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 R 이라 할 때, $\overline{PR} = p+q\sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, p, q 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.