

제 2 교시

수학 영역

성명

수험 번호

1. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_2 = 2, a_3 a_4 = 32$$

일 때, $\sum_{n=1}^4 a_n$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

2. 세 수 $\log_3 3, \log_2 15, a$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 2^a 의 값은? [2점]

- ① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

3. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{a_m}{a_{m+1}} = \frac{97}{100}$ 을 만족시키는 자연수 m 이 존재할 때, $a_1 + m$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_1| - a_2 = 4, |a_2| - a_1 = 2$$

일 때, a_5 의 값은? [4점]

- ① 75 ② 81 ③ 100 ④ 125 ⑤ 216

5. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} + n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_n < 20$ 인 자연수 n 의 최솟값을 $f(a_1)$ 이라 할 때, $f(51) + f(52)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^8 \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{255}{128}$ ④ 2 ⑤ 4

7. $\sum_{k=1}^n k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} k = 119$ 이도록 하는 자연수 n 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_1 의 값은? [4점]

(가) $a_1 > a_5 = 0$

(나) $\sum_{n=1}^9 a_n a_{n+1} = 60$

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

9. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_1| < 10, -10 < a_2 - a_5 < 20$$

일 때, $\sum_{n=1}^8 |a_n|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

2

수학 영역

10. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = a_2 = 1$$

이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = 2 \sum_{k=1}^n a_k$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [5점]

- ① 32 ② 64 ③ 128 ④ 256 ⑤ 512

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (n \leq m) \\ a_n - 1 & (n > m) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 자연수 m 의 값은? [5점]

(가) 수열 $\{a_n\}$ 의 가장 큰 항은 32이다.

(나) $a_1 = a_{37}$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 첫째항과 공비가 모두 2 이상인 자연수이고 그 합이 27인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 집합

$$A = \{n | a_n \text{은 } n \text{의 배수}\}, B = \{n | a_1 \text{과 } n \text{은 서로소}\}$$

가 있다. 집합 $A - B$ 의 원소인 두 자리 자연수의 개수가 12이도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [7점]

- ① 27 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 45

13. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \frac{|a_{n+1}| - a_1}{n}$$

인 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든 a_1 의 값의 합은? [7점]

(가) $b_2 = b_3$

(나) $b_4 + b_5 = 1 - a_3$

- ① 10 ② $\frac{40}{3}$ ③ 20 ④ $\frac{70}{3}$ ⑤ 25

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = |a_n - 3|$ 이다.

(나) $a_1 a_7 = 9$

다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [7.5점]

ㄱ. a_1 의 최솟값은 3이다.

ㄴ. 가능한 a_1 의 값의 개수는 6이다.

ㄷ. 가능한 모든 a_1 의 값의 합은 $\frac{141}{2}$ 보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \left| \sqrt{a_n} - \sqrt{n} \right| & (\sqrt{a_n} \text{과 } \sqrt{n} \text{이 모두 자연수인 경우}) \\ |a_n - n| & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_n = 1$ 인 자연수 n 의 최솟값이 11일 때, 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [8점]

- ㄱ. $a_{2n+9} = n$ 인 자연수 n 의 최댓값은 27이다.
- ㄴ. $a_n = n$ 인 자연수 n 이 존재하지 않는다.
- ㄷ. 가능한 모든 a_1 의 값의 합은 146이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 1이 아닌 자연수 m 과 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (n \text{과 } m \text{이 서로소인 경우}) \\ a_n + 2 & (n \text{과 } m \text{이 서로소가 아닌 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{50} \geq 80$ 이 되도록 하는 500 이하의 자연수 m 의 개수를 구하시오. [8.5점]



17. 수열 $\{a_n\}$ 과 일반항이 $b_n = |a_{2n+1} - a_{2n}|$ 인 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| = 2^n$
- (나) b_n 이 7의 배수가 아니면 b_{n+1} 은 7의 배수이다.

$\sum_{n=1}^{12} b_n$ 이 7의 배수이도록 하는 a_1, a_2, \dots, a_{25} 의 순서쌍 $(a_1, a_2, \dots, a_{25})$ 의 개수를 구하시오. [10점]

18. $a_1 a_2 = 0$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+2} - a_{n+1} - b_n)(a_{n+2} - a_n - b_n) = 0$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든 b_3 의 값의 합을 구하시오. [11점]

- (가) b_1 과 b_2 는 자연수이다.
- (나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수가 아닌 항의 개수는 2이고 그 차는 84이다.
- (다) $a_7 = 2b_7$

