

제 2 교시

수학 영역

성명

수험 번호

1. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_2 = 2, a_3 a_4 = 32$$

일 때,  $\sum_{n=1}^4 a_n$ 의 값은? [2점]

- ① 12    ② 15    ③ 18    ④ 21    ⑤ 24

2. 세 수  $\log_3 3, \log_2 15, a$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $2^a$ 의 값은? [2점]

- ① 45    ② 60    ③ 75    ④ 90    ⑤ 105

3. 모든 항이 자연수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\frac{a_m}{a_{m+1}} = \frac{97}{100}$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 이 존재할 때,  $a_1 + m$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 33    ② 34    ③ 35    ④ 36    ⑤ 37

4. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_1| - a_2 = 4, |a_2| - a_1 = 2$$

일 때,  $a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 75    ② 81    ③ 100    ④ 125    ⑤ 216

5. 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} + n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_n < 20$ 인 자연수  $n$ 의 최솟값을  $f(a_1)$ 이라 할 때,  $f(51) + f(52)$ 의 값은? [4점]

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

6. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^8 \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{16}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{255}{128}$     ④ 2    ⑤ 4

7.  $\sum_{k=1}^n k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} k = 119$ 이도록 하는 자연수  $n$ 의 값은? [4점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

8. 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값은? [4점]

(가)  $a_1 > a_5 = 0$

(나)  $\sum_{n=1}^9 a_n a_{n+1} = 60$

- ① 1    ② 2    ③ 4    ④ 8    ⑤ 16

9. 모든 항이 정수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_1| < 10, -10 < a_2 - a_5 < 20$$

일 때,  $\sum_{n=1}^8 |a_n|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 180    ② 200    ③ 220    ④ 240    ⑤ 260

2

수학 영역

10. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = a_2 = 1$$

이고 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = 2 \sum_{k=1}^n a_k$$

을 만족시킬 때,  $a_{10}$ 의 값은? [5점]

- ① 32    ② 64    ③ 128    ④ 256    ⑤ 512

11. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (n \leq m) \\ a_n - 1 & (n > m) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 자연수  $m$ 의 값은? [5점]

(가) 수열  $\{a_n\}$ 의 가장 큰 항은 32이다.

(나)  $a_1 = a_{37}$

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

12. 첫째항과 공비가 모두 2 이상인 자연수이고 그 합이 27인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 두 집합

$$A = \{n | a_n \text{은 } n \text{의 배수}\}, B = \{n | a_1 \text{과 } n \text{은 서로소}\}$$

가 있다. 집합  $A - B$ 의 원소인 두 자리 자연수의 개수가 12이도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [7점]

- ① 27    ② 30    ③ 36    ④ 42    ⑤ 45

13. 공차가 정수인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \frac{|a_{n+1}| - a_1}{n}$$

인 수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [7점]

(가)  $b_2 = b_3$

(나)  $b_4 + b_5 = 1 - a_3$

- ① 10    ②  $\frac{40}{3}$     ③ 20    ④  $\frac{70}{3}$     ⑤ 25

14. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = |a_n - 3|$ 이다.

(나)  $a_1 a_7 = 9$

다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [7.5점]

ㄱ.  $a_1$ 의 최솟값은 3이다.

ㄴ. 가능한  $a_1$ 의 값의 개수는 6이다.

ㄷ. 가능한 모든  $a_1$ 의 값의 합은  $\frac{141}{2}$ 보다 작다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \left| \sqrt{a_n} - \sqrt{n} \right| & (\sqrt{a_n} \text{과 } \sqrt{n} \text{이 모두 자연수인 경우}) \\ |a_n - n| & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_n = 1$ 인 자연수  $n$ 의 최솟값이 11일 때, 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [8점]

- ㄱ.  $a_{2n+9} = n$ 인 자연수  $n$ 의 최댓값은 27이다.  
 ㄴ.  $a_n = n$ 인 자연수  $n$ 이 존재하지 않는다.  
 ㄷ. 가능한 모든  $a_1$ 의 값의 합은 146이다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄴ    ④ ㄱ, ㄷ    ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 첫째항이 1인 수열  $\{a_n\}$ 이 1이 아닌 자연수  $m$ 과 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (n \text{과 } m \text{이 서로소인 경우}) \\ a_n + 2 & (n \text{과 } m \text{이 서로소가 아닌 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_{50} \geq 80$ 이 되도록 하는 500 이하의 자연수  $m$ 의 개수를 구하시오. [8.5점]

17. 수열  $\{a_n\}$ 과 일반항이  $b_n = |a_{2n+1} - a_{2n}|$ 인 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| = 2^n$   
 (나)  $b_n$ 이 7의 배수가 아니면  $b_{n+1}$ 은 7의 배수이다.

$\sum_{n=1}^{12} b_n$ 이 7의 배수이도록 하는  $a_1, a_2, \dots, a_{25}$ 의 순서쌍  $(a_1, a_2, \dots, a_{25})$ 의 개수를 구하시오. [10점]

18.  $a_1 a_2 = 0$ 인 수열  $\{a_n\}$ 과 등차수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+2} - a_{n+1} - b_n)(a_{n+2} - a_n - b_n) = 0$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든  $b_3$ 의 값의 합을 구하시오. [11점]

- (가)  $b_1$ 과  $b_2$ 는 자연수이다.  
 (나) 수열  $\{a_n\}$ 의 정수가 아닌 항의 개수는 2이고 그 차는 84이다.  
 (다)  $a_7 = 2b_7$