

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

떨러오는 별빛 반짝이는데

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x+6}{2x+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2. $\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)^3 - 3\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. $\int_0^6 x|x-3|dx$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

4. $\sin x = \frac{9}{41}$ 이고 $\tan x > 0$ 일 때, $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{40}{41}$ ② $-\frac{9}{41}$ ③ $\frac{40}{41}$ ④ $\frac{9}{41}$ ⑤ $\frac{9}{40}$

5. 초항이 4이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 + a_2 + a_3 = 3$ 이다. 초항이 4이고 공차가 r 인 등차수열
 $\{b_n\}$ 에 대하여 $|b_k| = 41$ 이 되도록 하는 자연수 k 의 값은?

[3점]

- ① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95

6. 좌표평면에 세 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2 : (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$C_3 : (x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2 \quad (r > 0)$$

이 있다. 원 C_3 이 C_1 또는 C_2 와 만나는 점의 개수를 $f(r)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $g(r)$ 에 대하여 함수 $f(r)g(r)$ 이 연속함수이고 $g(r)$ 의 차수가 최소일 때, $g(7)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 20 ③ 15 ④ 10 ⑤ 5

7. x 에 대한 방정식 $\log_a x = x$ 의 모든 실근이 x 에 대한 방정식
 $x^2 - 3tx + 2t^2 = 0$ 의 실근과 일치할 때, $a^4 + 3a^2$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속력을 $v(t)$ 라 하고, 시각 t 에서의 위치를 $x(t)$ 라 하자.
 $|v(t)| = 2|t-2| + t - 2$ 이고 $x(1) = 2, x(3) = 3$ 일 때,
 $x_4 - x_0$ 의 값은? (단, 속도는 시간에 대해 연속이다.) [3점]
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 평행사변형 ABCD의 한 꼭짓점 A에서 두 선분 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 8$ 이고, $\overline{AE} : \overline{EF} = 5 : 7$ 일 때, \overline{AC} 와 \overline{EF} 의 교점 G에 대하여 $\overline{AG} = k\overline{GC}$ 이다. k 는? [4점]
- ① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{60}{11}$ ④ $\frac{60}{13}$ ⑤ 4

10. 다항식 $x^5 + x - 1$ 은 상수항을 포함한 모든 항의 계수가 정수이고 최고차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차식 $g(x)$ 의 곱으로 인수분해된다.
 $\lim_{x \rightarrow 2} g(f(x))$ 의 값은? [4점]
- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

11. $n \leq k+1$ 에서 정의된 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^k a_n a_{n+1} = 0$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 존재하는 자연수 k 의 값을 작은 순서대로 b_1, b_2, \dots 라 하고, $k = b_i$ 일 때 수열 $\{a_n\}$ 의 개수를 c_i 라 하자. $b_3 + c_3$ 의 값은? [4점]

(가) $a_1 = 1, |a_{n+1}| = |a_n| \quad (n \leq k)$
 (나) $a_1 = a_{k+1}$

- ① 906 ② 916 ③ 926 ④ 936 ⑤ 946

12. $f(x) = \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + ax + b$ 의 그래프와 직선

$y = -4x + 2$ 는 x 좌표가 t (t 는 -1 보다 작은 정수)인 점에서 접하고, 두 그래프 $y = f(x), y = 2x - 4$ 는 x 좌표가 자연수인 어떤 점에서 접한다. 두 직선 $y = -4x + 2, y = 2x - 4$ 이 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2 + cx + d$ 에 접할 때, 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_c^d x^2 dx = 42$
 ㄴ. $t = -2$
 ㄷ. $a + b > -1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 함수 $f(x) = \begin{cases} \left| \left(\frac{1}{a} \right)^x - 2a \right| & (x \leq 0) \\ x(-x+a+1) & (x > 0) \end{cases}$ 에 대하여 두 그래프

$y=t, y=f(x)$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은? (단, c 는 상수이다.) [4점]

(가) $a > 0$

(나) $k > 5$ 인 임의의 실수 k 에 대해서만 함수

$\{g(t)-c\} \{g(t+k)-c\}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① -25 ② -20 ③ -15 ④ -10 ⑤ -5

14. 최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 와 정수 t 가 있다. $x \geq t$ 인 정수 x 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값을 $g(t)$, $x \leq t$ 인 정수 x 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값을 $h(t)$ 라 하자. 가능한 모든 $f(3)$ 의 값의 개수를 m , $f(3)$ 값의 합을 n 이라 하자. $m+n$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 0$

(나) $h(a)^2 + 12g(a) \leq -\{g(a)\}^2 - 36$ 을 만족하는 정수 a 의 개수는 4이다.

- ① 123 ② 122 ③ 121 ④ 120 ⑤ 119

15. 모든 자연수 n 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의되는 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} 2^{2-n} \sin \pi x & (2n-2 \leq x < 2n-1) \\ 0 & (2n-1 \leq x < 2n) \end{cases}$$

- 0 이상의 정수 k 에 대해 $\frac{k}{6} \leq x < \frac{k}{6} + 8$ 에서 $f(x) = t$ 의 서로 다른 근의 개수를 $g_k(t)$ 라고 할 때, $g_k(\frac{1}{64}) = 7$ 을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 450 ② 454 ③ 458 ④ 462 ⑤ 466

단답형

16. $f(x) = x^4 + 2x^3 + (x+1)^2$ 일 때, $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $\log_2\{\log_3(\log_5 x)\}$ 는 $x > k$ 에서 정의된다. k 의 값을 구하시오. [3점]

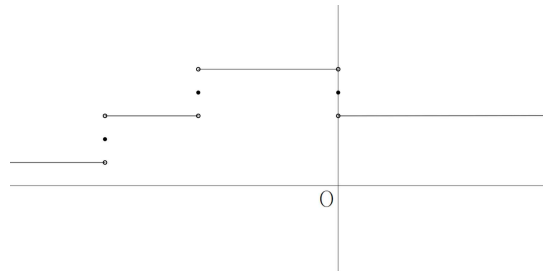
18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^3+1)^{\frac{1}{3}} - x}{x^{-p}} = q$ 일 때, $72pq$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

19. $x_n + y_n i = (3+i)(a+bi)^n$ 이고, $x_2 = 13$, $y_2 = -9$ 일 때, $x_4 - y_4$ 의 값을 구하시오. (단, x_n 과 y_n 은 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

20. 함수 $f(x) = ax + b$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 x 축까지의 거리와 y 축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 두 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. (단, a 와 b 는 $|a| < 16$, $|b| < 16$ 을 만족한다.) [4점]

21. x 에 대한 부등식 $\frac{\log_2 x}{x-1} \geq m$ 을 만족하는 가장 큰 정수를 $f(m)$ 이라 하자. $f\left(\frac{5}{32}\right) + f\left(\frac{1}{10}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0) = 0$ 이며 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$, $\int_0^x f(u) du = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $y = g(x) + h(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. (단, $a < 0$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $y = g(x) + h(x)$ 는 $x = a - 11$, a , 0 에서만 불연속이고, x 에 대한 방정식 $g(x) + h(x) = 3$ 과 $g(x) + h(x) = 5$ 의 해는 모두 무수히 많다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. ${}_4P_3$ 의 값은? [2점]

- ① 64 ② 81 ③ 125 ④ 128 ⑤ 144

24. 타비가 동전을 4번 던져 앞면이 2번보다 적게 나오면 타비만 4원을 얻고, 앞면이 2번 또는 3번 나오면 타비가 1원, 마시로가 3원 얻는다. 동전을 4번 던져 모두 앞면이 나오면 마시로만 4원을 얻는다. 이때 타비가 얻는 금액의 기댓값은? (단, 단위는 원이다.) [3점]

- ① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

25. 어느 집단 A는 600명으로 구성되어 있고 200명이 특정 병에 걸렸다. 이 중 n 명을 추출하여 병에 걸린 사람이 60명 이상일 확률이 0.08 이상일 자연수 n 의 최솟값과 최댓값의 합은? (단, Z 가 표준정규분포표를 따를 때, $P(|Z| \leq 1) = 0.84$ 이다.) [3점]

- ① 714 ② 726 ③ 738 ④ 750 ⑤ 762

26. 5명의 사람 A, B, C, D, E가 자신이 아닌 사람을 2명 지목한다. 예를 들어 A는 D와 E를 지목할 수 있다. 5명의 사람이 지목된 횟수가 모두 다를 확률은? [3점]

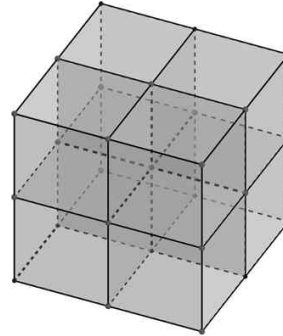
- ① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{5}{54}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{7}{54}$ ⑤ $\frac{4}{27}$

27. 반지름의 길이가 1부터 9까지의 자연수인 원판 9개가 있다.
이 9개의 원판 중 반지름의 길이가 8인 원판과 반지름의 길이가 9인 원판은 각각 3개의 홈 중 가운데 홈과 가장 오른쪽 홈에 끼워져 있다. 이때 나머지 7개의 원판을 다음 규칙에 따라 3개의 홈 중 하나에 끼우는 방법의 수는? [3점]

- (가) 같은 홈에 끼워진 원판들의 경우 반지름의 길이가 더 긴 원판을 밑에 끼운다.
(나) 반지름의 길이가 1인 원판은 반지름의 길이가 5인 원판보다 오른쪽 홈에 끼워져 있지는 않고, 반지름의 길이가 5인 원판은 반지름의 길이가 6인 원판보다 오른쪽 홈에 끼워져 있지는 않다.

- ① 480 ② 600 ③ 720 ④ 810 ⑤ 900

28. 다음 그림과 같이 8개의 정육면체를 쌓아 더 큰 정육면체 1개를 만들었다. 그림에서 27개의 꼭짓점 중 임의로 3개를 골라 삼각형을 만들었을 때, 그 삼각형이 정삼각형일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 를 4로 나눈 나머지는? [4점]



- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

5지선다형

29. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) \leq f(2) \leq f(3), f(4) \leq f(5) \leq f(6)$
 (나) $f(a) = a, f(b) = a+3$ 인 X 의 두 원소 a, b 가 존재한다.

30. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다.

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n \left(\sin(k\pi) + \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \right)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2\pi}$ ⑤ $\frac{1}{\pi}$

25. 음수 a 에 대하여 $x \geq a$ 에서 함수 $f(x) = xe^x$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재한다. a 의 최솟값을 a_1 라 할 때, $a_1 + g'(0)$ 의 값은?
[3점]

- ① -1 ② $-1 + \frac{1}{e}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ $\frac{1}{e} + 1$

26. 지름이 AB 인 원에 내접하는 사각형 $ACBD$ 이 있다. 점 D 에서 두 선분 AB , BC 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하자. $\angle BAC = \theta_1$, $\angle BAD = \theta_2$ 라 하자. $\cot \theta_1 = 2$,

$\sec \theta_2 = \frac{5}{4}$ 일 때, $\tan \angle BEF$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{4}{11}$

27. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \begin{cases} \ln x & (x \leq e) \\ \ln x + t & (x > e) \end{cases}$ 에 대하여

$f(x) \leq mx$ 를 항상 만족시키는 실수 m 의 최솟값을 $g(t)$ 라

하자. $\int_{-e}^{e^{-1}} \ln\{g(t)\} dt$ 의 값은? [3점]

- ① $3-e$ ② $2-e$ ③ $e-1$ ④ e ⑤ $e+1$

28. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+2x+7}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 3이다.
 (나) $3f''(-1) = 1$
 (다) $-2 < x < 4$ 에서 함수 $e^{\cos 2\pi f(x)}$ 가 극값을 갖는 x 의 개수는 10이다.

$g(x) = f(x) - 1$ 일 때 함수 $(g \circ g)(x)$ 가 극값을 갖는 x 의 개수는? (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5지선다형

29. $\frac{13}{17} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{2^n}\right)$ 이고 $a_n(a_n - 1) = 0$ 일 때, $\sum_{n=1}^{1000} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 초항이 6이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 모든 자연수 n 에 대하여 $(n-1)\pi \leq x \leq n\pi$ 일 때, $f(x) = a_n \sin x$ 이다. 자연수 p 에 대하여 $g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq p\pi, x \geq (p+3)\pi) \\ -f(x) & (p\pi < x < (p+3)\pi) \end{cases}$ 이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \int_0^{n\pi} g(x) dx$ 로 정의한다. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{55}{8}$ 일 때, $p - \frac{1}{r}$ 값을 구하시오. (단, $\frac{1}{r}$ 은 정수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간에서 두 점 A(2, 1, 4), B(1, 3, 2) 사이의 거리는?

[2점]

- ① 5
- ② 4
- ③ 3
- ④ 2
- ⑤ 1

24. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리는? [3점]

- ① $6\sqrt{2}$
- ② $8\sqrt{2}$
- ③ $10\sqrt{2}$
- ④ $12\sqrt{2}$
- ⑤ $14\sqrt{2}$

25. $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=1$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}=0$ 인 삼각형 ABC가 있다.
 $2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ 이고 삼각형 ABC의 외접원 위의 점 E에 대하여
 세 점 C, D, E가 이 순서대로 한 직선 위에 있을 때,
 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{10}{7}$ ② $\frac{12}{7}$ ③ $\frac{12}{7}$ ④ $\frac{15}{7}$ ⑤ $\frac{18}{7}$

26. 초점이 원점이고 준선이 직선 $3x+4y=-10$ 인 포물선이
 있다. 이 포물선이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을
 A라 하자. A의 x 좌표는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

27. 좌표공간에 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ 이 있다. 세 점 $A(0, 0, 6)$, $B(0, 6, 0)$, $C(p, q, 3)$ 에 대하여 xy 평면과 평면 ABC 가 이루는 각의 크기를 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)라 하자. $\sin \theta$ 의 최솟값은?

[3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{12}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

28. 좌표평면에 세 점 $(5, \frac{15}{2})$, $(9, 8\sqrt{2})$, $(10, 9\sqrt{2})$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 X 와 두 점 $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$ 이 있다. 점 P 가 X 의 둘레 또는 내부에 있을 때, $\overline{AP} - \overline{BP}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

단답형

29. $\cos A = \frac{7}{8}$, $\cos C = \frac{11}{16}$ 인 삼각형 ABC의 외심을 O라 하자.

$\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC} = \vec{0}$ 일 때, $b + c = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 정육면체 ABCD-EFGH에 대하여 두 모서리 CD, DH의 중점을 각각 M, N라 하자. 삼각형 AMN 위의 점 U와 두 직선 EG, FH의 교점 T에 대하여 \overline{UT} 가 최소일 때, 두 평면 BGU와 BCF가 이루는 각의 크기를 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)라 하자.

$\sin^2 \theta = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.