

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

너는 달빛에 더 아름답다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

한국교육과정평가원

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{54} \times \frac{2^{1+2+3}}{2^3}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. 함수 $f(x) = x^4 + 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

$$f'(x) = 4x^3 + 2$$

$$f'(2) = 4 \times 8 + 2 = 34$$

3. 첫째항과 공비가 모두 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 a_3 = 9, a_2 a_6 = 36$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

$$(a_3)^2 = 9 \quad (a_6)^2 = 36$$

$$a_3 = 3, a_6 = 6. \quad a_8 = 6 \times 4 = 24$$

$$x r^2 = 2 \quad x r^4 = 4$$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x-9 & (x < a) \\ 2x-7 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 0$ 일 때, 상수 a 의 값은?

$$\begin{matrix} \hookrightarrow 2a-7 & \hookrightarrow 2a-9 \end{matrix} \quad [3점]$$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$$4a - 16 = 0$$

$$a = 4$$

5. 함수 $f(x) = (x^3 - x^2 - 2)(x + 4)$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

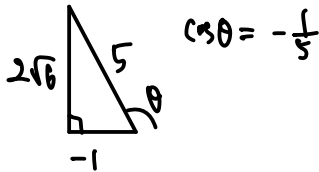
$$\begin{aligned} f'(x) &= (3x^2 - 2x)(x+4) + x^3 - x^2 - 2 \\ f'(-1) &= 5 \times 3 - 1 - 1 - 2 \\ &= 15 - 4 = 11 \end{aligned}$$

6. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = -2\sqrt{6}$ 일 때,

$\cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta = \frac{1}{5}$$

- ① $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{6}}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{5}$



7. $\int_0^a (x^3 + 3x^2 - x) dx + \int_{-a}^0 (x^3 + 3x^2 - x) dx = 16$ 를 만족시키는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\int_{-a}^a (x^3 + 3x^2 - x) dx = 16$$

$$2 \int_0^a 3x^2 dx = 16$$

$$\begin{aligned} 2[x^3]_0^a &= 2a^3 = 16 \\ a^3 &= 8 \quad a = 2 \end{aligned}$$

$$\sin A = \sin \pi - A = \sin C$$

$$A + C \neq \pi \text{ 이므로 } A = C$$

8. 1이 아닌 두 양수 a, b 가

$$\log_a \sqrt{b} = \frac{3}{2}, \quad 2\log_2 a + \log_2 b = 10$$

을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

$$\frac{1}{2} \log_a b = \frac{3}{2} \quad 2 \log_2 a + \log_2 b = 10$$

$$b = a^3 \quad \log_2 a = 2$$

$$a = 4 \quad b = 64$$

$$a+b = 68$$

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 3f(1)x$$

를 만족시킬 때, $\int_1^2 xf(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

$$x=0 \rightarrow 0=0.$$

$$x=1 \rightarrow f(x) = 3x^2 + 3x - 3f(1)$$

$$f(1) = 6 - 3f(1)$$

$$4f(1) = 6$$

$$f(1) = \frac{3}{2}$$

$$xf(x) = 3x^3 + 3x^2 - \frac{9}{2}x$$

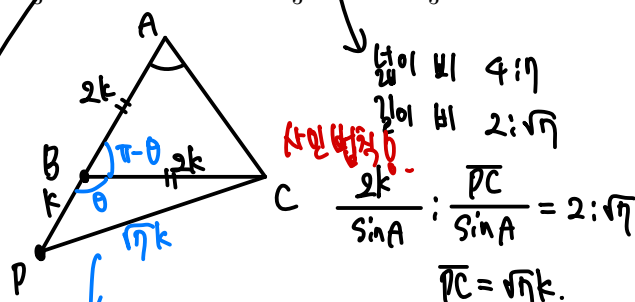
$$\int_1^2 3x^3 + 3x^2 - \frac{9}{2}x dx$$

$$= \left[\frac{3}{4}x^4 + x^3 - \frac{9}{4}x^2 \right]_1^2 = 12 + 8 - 9 - \left(\frac{3}{4} + 1 - \frac{9}{4} \right)$$

$$= 11 - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{23}{2}$$

10. $\sin A = \sin C$ 이고 넓이가 $2\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형 ABC 와 선분 AB 를 3:1로 외분하는 점 P 가 있다. 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이와 삼각형 APC 의 외접원의 넓이의 비는 4:7일 때, 삼각형 BPC 의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{11}{3}\pi$ ② 4π ③ $\frac{13}{3}\pi$ ④ $\frac{14}{3}\pi$ ⑤ 5π



$$\cos \theta = \frac{2^2 + 1^2 - 7}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 2k \times 2k \times \sin \pi - \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times 2k^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} k^2 = 2\sqrt{3}$$

$$k^2 = 2$$

$$k = \sqrt{2}$$

$$2R = \frac{PC}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{14}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \pi R^2 = \frac{14}{3}\pi$$

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치를 각각 x_1, x_2 라 하면,

$$x_1 = -t^3 + 2t^2 + 2t - 6, \quad x_2 = 2t^2 - t$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 8이 되는 순간 두 점 P, Q 의 가속도를 각각 p, q 라 할 때, $p-q$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -6 ③ -8 ④ -10 ⑤ -12

* $|x_1 - x_2| = 8$

$$|-t^3 + 2t^2 - 6| = 8$$

$$|t^3 - 2t^2 + 6| = 8$$

$$t^3 - 2t^2 - 2 = 0.$$

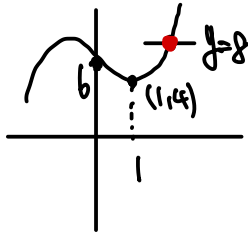
$$t = 2 \rightarrow 8 - 6 - 2 = 0$$

$$x_1' = -3t^2 + 4t + 2 \quad x_2' = 4t - 1$$

$$x_1'' = -6t + 4 \quad x_2'' = 4$$

$$t = 2 \quad p = -8 \quad q = 4$$

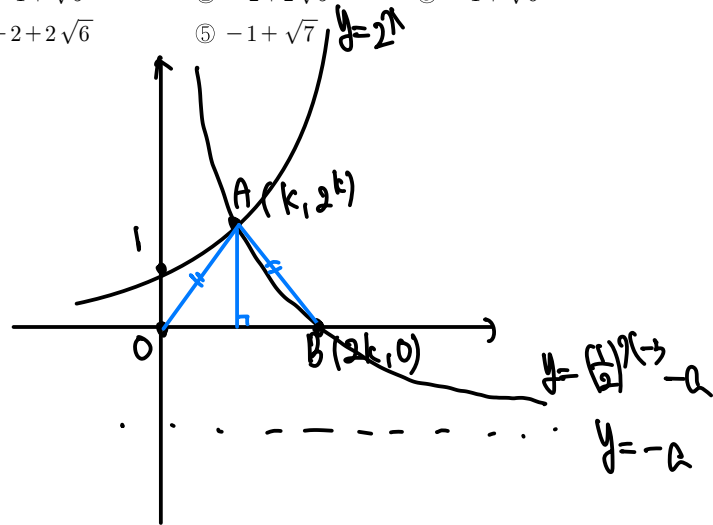
$$p - q = -12.$$



12. 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} - a$ ($2 < a < 8$)가 곡선 $y = 2^x$ 및 x 축과

만나는 점을 각각 A, B 라 하자. $\overline{OA} = \overline{AB}$ 일 때, 점 A 의 y 좌표의 값은? (단, 점 O 는 원점이다.) [4점]

- ① $-1 + \sqrt{5}$ ② $-2 + 2\sqrt{5}$ ③ $-1 + \sqrt{6}$
④ $-2 + 2\sqrt{6}$ ⑤ $-1 + \sqrt{7}$



① $\left(\frac{1}{2}\right)^{k-3} - a = 2^k$ $2^1 < 2^{-2k+3} < 2^3.$

② $\left(\frac{1}{2}\right)^{2k-3} - a = 0$ $\therefore 0 < k < 1$

$$a = 2^{-2k+3} = \frac{8}{2^{2k}}$$

$$\frac{8}{t} - \frac{8}{t^2} = t.$$

$$t^3 = 8t - 8$$

$$t^3 - 8t + 8 = 0.$$

$$t = 2 \text{ 대입}$$

$$8 - 16 + 8 = 0.$$

하지만 0의 값이 2가 때문에 $t=2$ 는 안됨

$$2 \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 8 \\ & 2 & 4 & -8 \\ \hline 1 & 2 & -4 & 0 \end{array} \right|$$

$$t^2 + 2t - 4 = 0$$

$$t = -1 \pm \sqrt{5}$$

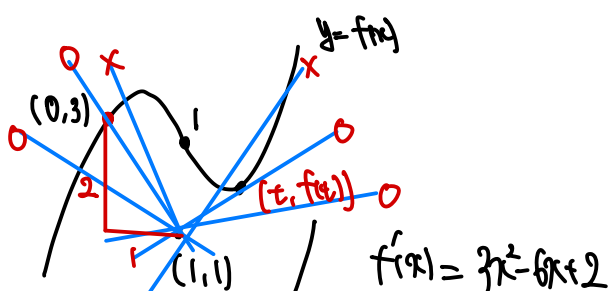
$$\therefore 2^k = -1 + \sqrt{5}$$

13. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$ 에 대하여 $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \geq k(x-1)+1 \quad (1,1) \text{을 지나는 직선}$$

가 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값, 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



$$m = -2 \quad y = f'(t)(x-t) + f(t)$$

$$1 = f'(t)(1-t) + f(t)$$

$$(3t^2 - 6t + 2)(1-t) + t^3 - 3t^2 + 2t + 3$$

$$3t^2 - 6t + 2 - 3t^3 + 6t^2 - 2t + t^3 - 3t^2 + 2t + 3 = 0$$

$$-2t^3 + 6t^2 - 6t + 4 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$t = 2 \quad 8 - 12 + 6 - 2 = 0$$

$$M = f'(2) = 12 - 12 + 2 = 2$$

$$M^2 + m^2 = 8$$

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k = n^3 \quad n=1 \text{ 대입} \quad a_1 = 1$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 ka_k$ 의 값은? [4점]

- ① 495 ② 510 ③ 525 ④ 530 ⑤ 545

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = n^3 - (n-1)^3 \quad (n \geq 2) \\ &= n^3 - (n^3 - 3n^2 + 3n - 1) \\ &= 3n^2 - 3n + 1 \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$a_1 = 1 \quad 0 \leq 2 \quad a_n = 3n^2 - 3n + 1 \quad (n \geq 1) \quad \text{7+ 7+}$$

$$ka_k = 3k^3 - 3k^2 + k$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^5 (3k^3 - 3k^2 + k) &= 3 \times \left(\frac{5 \times 6}{2} \right)^2 - 3 \times \frac{5 \times 6 \times 11}{6} + \frac{5 \times 6}{2} \\ &= 615 - 165 + 15 \\ &= 465 \end{aligned}$$

$$= 615 - 165 + 15 = 465$$

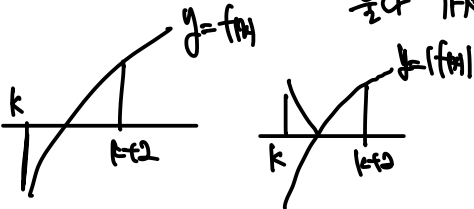
15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$\left| \int_k^{k+2} f(x) dx \right| < \left| \int_k^{k+2} |f(x)| dx \right|$ 를 만족시키는 모든 정수 k 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 라 할 때, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 은 크기 순서대로 공차가 2인 등차수열을 이루고, $\sum_{n=1}^4 \alpha_n = -1$ 이다.

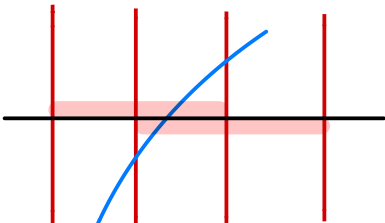
$|f(3)|=5$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

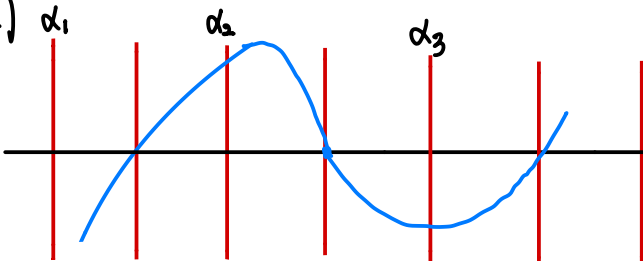
k 와 $k+2$ 사이에서 $f(x)$ 가 양과 음의 값을 둘다 가져야 한다.



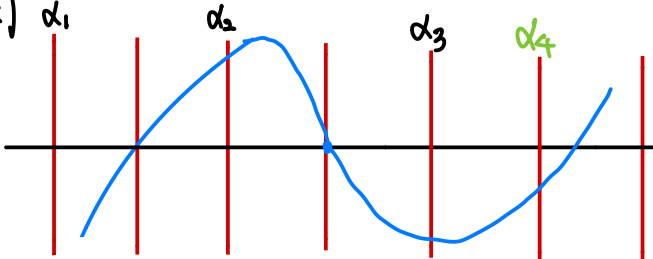
i) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 근처에서 $f(x)=0$ 정수 아닌 근을 갖으면.



(4) X $\rightarrow f(x)=0$ 정수 근 가져야 함



α_4 가 존재X ... CASE OUT



α_4 가 존재O ... CASE IN

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-1) = 1 + \log_4(x-2) \quad x > 2$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_4(x^2-2x-1) = \log_4(4x-8)$$

$$x^2-2x-1 = 4x-8$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

3

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 + 4x + 1$$

$$f(2) = 4 + 8 + 8 + 1 = 21$$

21

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = -1 \quad f(x) = x(x+2)(x-a)$$

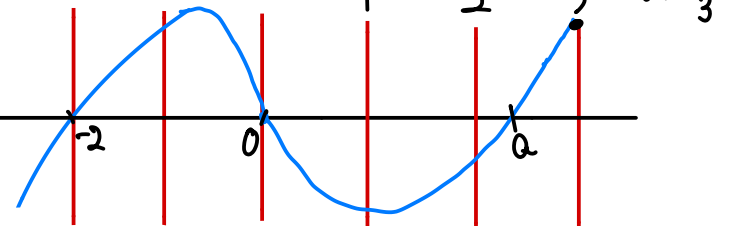
$$3\alpha_2 + \alpha_3 + 3 = -1$$

$$4\alpha_2 = -4 \quad \alpha_2 = -1$$

$$\rightarrow -2 \quad -1 \quad 0$$

$$|f(3)| = 5 \rightarrow f(3) = 5$$

$$3 \times 5(3-a) = 5 \quad 3-a = \frac{1}{3} \quad a = \frac{8}{3}$$



$$\therefore f(x) = x(x+2)(x-\frac{8}{3}) \quad f(4) = 4 \times 6 \times \frac{4}{3} = 32$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2k+1)a_k = 100, \sum_{k=1}^{10} (k-2)a_k = 15$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

14

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} (2k+1)a_k &= 100 \\ \sum_{k=1}^{10} (2k-4)a_k &= 90 \\ \sum_{k=1}^{10} 5a_k &= 10 \\ \sum_{k=1}^{10} a_k &= 14 \end{aligned}$$

19. 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |x^2 - 4x| f(x)$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 함수 $g(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

16

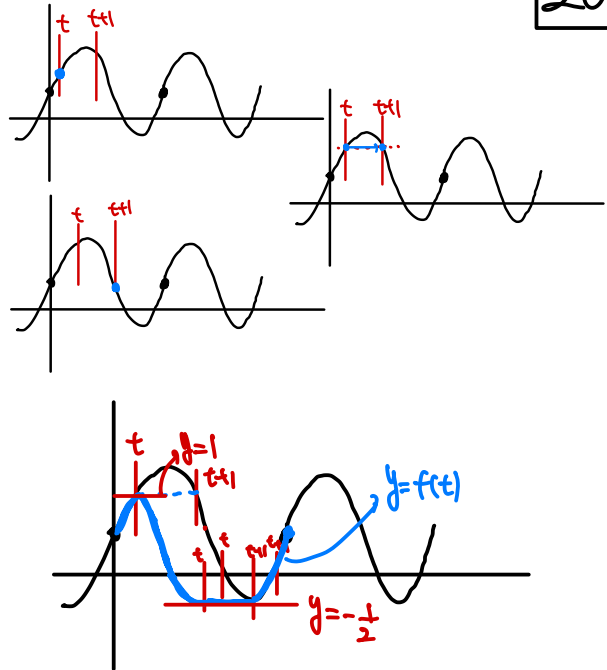
$f(x)=0$ 이 0,4를 근으로 가져야함.

$$\begin{aligned} f(x) &= -x(x-4) \\ x=2 \text{ 대칭} \quad M &= f(2) = 2^2 \times (-2)^2 = 16 \\ g &= x^2(x-4)^2 \\ g &= -x^2(x-4)^2 \end{aligned}$$

20. 두 양수 a, b 와 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t, t+1]$ 에서 함수 $y = \sin \pi x + b$ 의 최솟값을 $f(t)$ 라 하자. 함수 $f(t)$ 의 최댓값은

1이고 최솟값은 $-\frac{1}{2}$ 일 때, $60ab$ 의 값을 구하시오 [4점]

20



$$\begin{aligned} (\text{최솟값}) &= -1 + b = -\frac{1}{2} \quad (\text{최댓값}) = 1 = \sin 2\pi t + \frac{1}{2} \\ b &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2\pi t &= \frac{1}{2} \\ \frac{\pi}{6} & \quad \frac{\pi}{6} \text{ 대칭.} \\ t &= \frac{1}{6a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} &= 2t + 1 \\ \frac{1}{a} &= \frac{1}{3a} + 1 \\ \frac{2}{3a} &= 1 \quad a = \frac{2}{3} \\ 60ab &= 60 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x-4)f(x) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} &= \frac{-x \times (-x+4)}{x} f(x) \\ &= -4f(0) \\ \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{g(x)}{x} &= \frac{x \times (-x+4)}{x} f(x) \\ &= 4f(0) \end{aligned}$$

미분가능 : (좌미분계수 = 우미분계수) + 연속

$$\begin{aligned} g'(0-) &= g'(0+) \rightarrow -4f(0) = 4f(0) \\ \therefore f(0) &= 0 \end{aligned}$$

다른가지의 방법으로 $f(x)=0$.

21. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $fg(x) = x^2 + k|x|$ 이다.

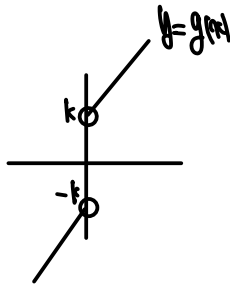
(단, k 는 양수이다.)

(나) 함수 $f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$g(f(2)) = 6$ 일 때, $f(g(0))$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$fg(x) = x^2 + k \frac{|x|}{x} \quad (x \neq 0)$$

$$fg(x) = \begin{cases} x+k & (x>0) \\ x-k & (x<0) \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(g(x)) = f(g(0))$$

$$f(-k) = f(k) = f(g(0))$$

$$f(x) = x^2 + a$$

$$g(0) = k \text{ or } -k$$

$$g(0) > 0 \text{ 이므로}$$

$$g(0) = k$$

$$f(k) = 4 + a$$

$$g(4+a) = 6$$

$$\therefore 4+a \geq 0$$

$$4+a+k=6$$

$$a+k=2 \rightarrow k=2-a > 0$$

$$f(g(0)) = f(k) = k^2 + a \quad (-4 \leq a < 2) \quad k = a - 2 > 0 \quad a > 2$$

$$= a^2 - 4a + 4 + a$$

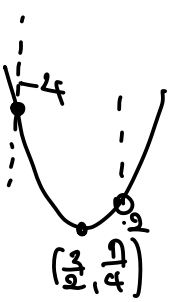
$$= a^2 - 3a + 4$$

$$a = -4$$

$$f(g(0)) = 16 + 12 + 4$$

$$= 32$$

$$f(g(2)) = \frac{9}{4} - 2 + 4 = 4 \frac{5}{4} = 5 \frac{1}{4}$$



22. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} \frac{a_{n+1}}{a_n} & (a_{n+1} \geq a_n) \\ \frac{a_n}{a_{n+1}} & (a_n < a_{n+1}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_3 = 8$, $a_6 = 2$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

$a_3 = 8$

$a_6 = 2$

$a_4 = k$

$a_5 = \frac{k}{8}$

$a_6 = \frac{8}{k/8} = 2$

$k = 8$ or $k = 2$

$k = 2$ or $k = 4$

i) a_1, a_2, a_3, a_4

$128 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16$

$32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4$

ii) a_1, a_2, a_3, a_4

$256 \rightarrow 32 \rightarrow 8 \rightarrow 4$

$4 \rightarrow 16 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

$$128 + 2 + 32 + 256 + 4 + 16 = 130 + 260 + 48 = 438$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. [2점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

24. [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

25. [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

26. [3점]

- ① 3.47 ② 3.84 ③ 4.21 ④ 4.58 ⑤ 4.95

27. [3점]

- ① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{11}{192}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{13}{192}$

28. [4점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{28}{55}$ ④ $\frac{31}{55}$ ⑤ $\frac{34}{55}$

29. [4점]

(가)
(나)

30. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\ln(1+5x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ☒ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

24. $\int_1^e 8x \ln x \, dx$ 의 값은? [3점]

- ① $2e^2 - 1$ ② $2e^2$ ③ $2e^2 + 1$ ☒ ④ $2e^2 + 2$ ⑤ $2e^2 + 3$

$$\begin{aligned}
 & [4x^2 \ln x]_1^e - \int_1^e 4x \ln x \, dx \\
 & 4e^2 - [2x^2]_1^e \\
 & = 4e^2 - (2e^2 - 2) \\
 & = 2e^2 + 2
 \end{aligned}$$

25. 자연수 n 에 대하여 이차방정식 $2x^2 - 2nx - n = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α_n, β_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{\alpha_n^2 + \beta_n^2 - \alpha_n \beta_n} - n)$ 의 값은?

$$\frac{(2n + \beta_n)^2 - 3\alpha_n \beta_n}{[3점]}$$

- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

$$\alpha_n + \beta_n = n$$

$$\alpha_n \beta_n = -\frac{n}{2}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + \frac{3}{2}n} - n)(\sqrt{n^2 + \frac{3}{2}n} + n)}{\sqrt{n^2 + \frac{3}{2}n} + n} \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{2}n}{\sqrt{n^2 + \frac{3}{2}n} + n} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

26. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = e^t \cos \frac{t}{2}, \quad y = e^t \sin \frac{t}{2}$$

이다. 시간 $t=0$ 에서 $t=2\ln 2$ 까지 점 P 가 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}\sqrt{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{3}{2}\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$

$$\int_0^{2\ln 2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= e^t \cos \frac{t}{2} - e^t \frac{1}{2} \sin \frac{t}{2} \\ &= e^t \left(\cos \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{t}{2} \right) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= e^t \sin \frac{t}{2} + e^t \frac{1}{2} \cos \frac{t}{2} \\ &= e^t \left(\sin \frac{t}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{t}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{e^{2t} \left(\cos^2 \frac{t}{2} + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{t}{2} - \cos \frac{t}{2} \sin \frac{t}{2} \right)} \\ &+ e^{2t} \left(\sin^2 \frac{t}{2} + \frac{1}{4} \cos^2 \frac{t}{2} + \cos \frac{t}{2} \sin \frac{t}{2} \right) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{e^{2t} \left(\frac{5}{4} \cos^2 \frac{t}{2} + \frac{5}{4} \sin^2 \frac{t}{2} \right)}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} e^t$$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\ln 2} \frac{\sqrt{5}}{2} e^t dt &= \left[\frac{\sqrt{5}}{2} e^t \right]_0^{2\ln 2} \\ &= 2\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5} \end{aligned}$$

27. 실수 t 에 대하여 곡선 $y = xe^x + k$ 가 직선 $y = e^t x$ 와 오직 한 점 P 에서 만나도록 하는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자. $t = a$ 에서 점 P 의 x 좌표가 2일 때, $f'(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수) [3점]

- ① $2e^2$ ② $4e^2$ ③ $6e^2$ ④ $8e^2$ ⑤ $10e^2$

$$y' = (x+1)e^x$$

① $Se^s + k = et^s$

② $(s+1)e^s = e^t$

$t = a \rightarrow s = 2$

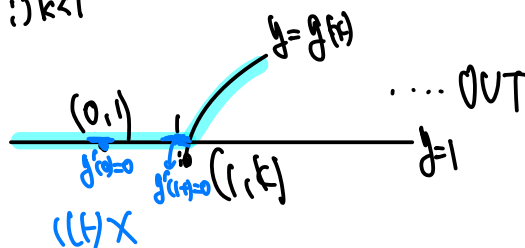
$3e^2 = e^a$

$$\frac{d}{ds}(s+1)e^s + \frac{dk}{ds} = e^t s + e^t \cdot \frac{ds}{ds}$$

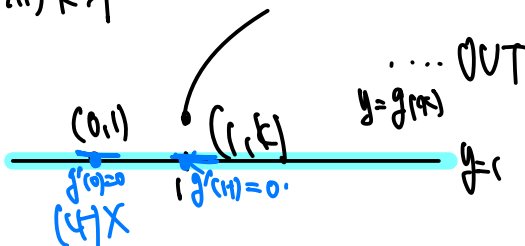
$$\frac{ds}{ds} e^s + \frac{dk}{ds} = 2e^a + e^a \cdot \frac{ds}{ds}$$

$$\frac{dk}{ds} = 6e^2$$

i) $k < 1$



iii) $k > 1$



다른 풀이

모든 실수 x 에 대하여

$\int_1^{g(x)} f(t) dt$ 가 정의되어야 하지만

$k > 1$ 이면 값이 정의되지 않는다

28. 구간 $[k, \infty)$ ($k > 0$)에서 정의되고 $f(k) = 1, f'(x) = e^{x^3} - 1$ 인 함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음

조건을 만족시킬 때, $\int_0^{f(2)} \{g(x)\}^2 dx$ 의 값은? [4점]

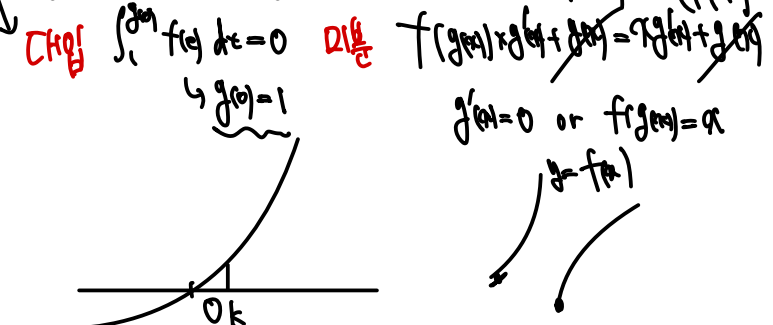
(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^{g(x)} f(t) dt + \int_0^x g(t) dt = xg(x) \text{ 이다.}$$

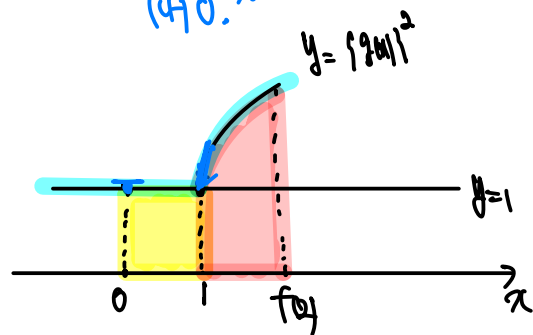
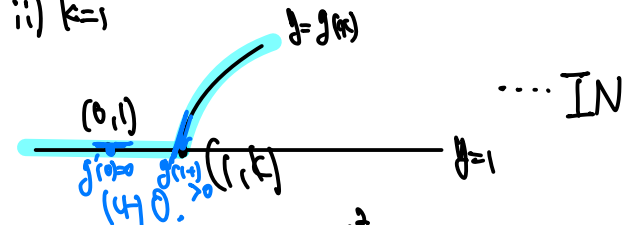
(나) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} > g'(x)$ 오류 수정!

- ① $\frac{1}{3}(e^8 - e - 1)$ ② $\frac{1}{3}(e^8 - e - 2)$ ③ $\frac{1}{3}(e^8 - e - 3)$

- ④ $\frac{1}{3}(e^8 - e - 4)$ ⑤ $\frac{1}{3}(e^8 - e - 5)$



ii) $k = 1$



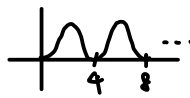
$$\int_0^1 1^2 dx + \int_1^{f(2)} (g(x))^2 dx = 1 + \frac{1}{2}(e^8 - e - 1) = \frac{1}{2}(e^8 - e - 1)$$

$$\int_1^{f(2)} (g(x))^2 dx = \int_1^{f(2)} t^2 dt = \left[\frac{1}{3}t^3 \right]_1^{f(2)} = \frac{1}{3}(e^8 - 1) - \frac{1}{3}(1) = \frac{1}{3}(e^8 - e - 1)$$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \sin^2 \frac{n\pi}{4} = \frac{18}{5}$$

을 만족시키고, $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = S_n$ 이라고 하자.
 $\sin^2 \frac{n\pi}{4}$ 의 주기는
4

 $\sum_{n=1}^{\infty} |S_n - \frac{9}{2}| = S$ 로 수렴할 때, $80 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

45

$$\begin{array}{cccc} n=1 & n=2 & n=3 & n=4 \\ (-1)^{1+1} a_1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 & (-1)^{2+1} a_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 & (-1)^{3+1} a_3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 & 0 \\ = \frac{1}{2} a_1 & = -a_2 & = \frac{1}{2} a_3 & = 0 \\ \frac{1}{2} a_5 & -a_6 & \frac{1}{2} a_7 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} (a_1 + a_3 + a_5 + \dots) - (a_2 + a_6 + \dots) = \frac{18}{5} \end{array}$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{2} \times \frac{a}{1-r^2} - \frac{ar}{1-r^4} = \frac{18}{5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n - \frac{9}{2} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{9}{2}$$

$$\textcircled{2} \frac{a}{1-r^2} = \frac{9}{2} \rightarrow \frac{a}{1-r} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{9}{1-r^2} - \frac{9}{2} \times \frac{r}{1-r^4} = \frac{18}{5}$$

$$\frac{9}{4} \left(1 - \frac{2r}{1+r^2}\right) = \frac{18}{5}$$

$$1 - \frac{2r}{1+r^2} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{2r}{1+r^2} = -\frac{3}{5} \quad 3r^2 + 10r + 3 = 0$$

$$\frac{3r+1}{r+3}$$

$$r = -\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} |S_n - \frac{9}{2}| &= \left| \frac{9(1-r^{2n})}{4(1-r^2)} - \frac{9}{2} \right| \\ &= \left| \frac{9}{4} \left(\frac{1-r^{2n}}{1-r^2} - 2 \right) \right| \\ &= \left| \frac{9}{4} \left(\frac{1-r^{2n}-2(1-r^2)}{1-r^2} \right) \right| \\ &= \left| \frac{9}{4} \left(\frac{1-r^{2n}-2+2r^2}{1-r^2} \right) \right| \\ &= \left| \frac{9}{4} \left(\frac{-1-r^{2n}+2r^2}{1-r^2} \right) \right| \end{aligned}$$

16 20

30. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = (2x^2 + ax + b)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시키고 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 각각
 M, m 이라고 하자. $M \times m = pe^{-\frac{r}{q}}$ 일 때, pqr 의 값을 구하시오. (단, p 는 유리수이고, q, r 은 서로소인 두 자연수이다.) [4점]

70

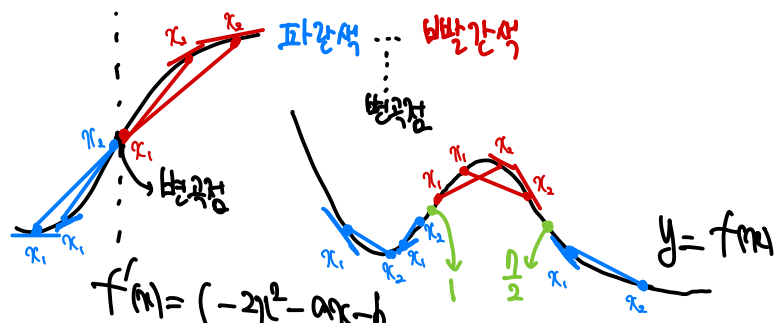
임의의 두 실수 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)에 대하여
 $x_2 < 1$ 또는 $x_1 > \frac{7}{2}$ 이면, $f(x_1) + (x_2 - x_1)f'(x_1) < f(x_2)$
 $1 < x_1 < x_2 < \frac{7}{2}$ 이면, $f(x_1) + (x_2 - x_1)f'(x_2) < f(x_2)$ 이다.

$$f'(x_1) < \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

파란색 부분

$$f'(x_2) < \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

빨간색 부분



$$f'(x) = (-2x^2 - ax - b)e^{-x} = (-2x^2 - (a-4)x + 4)e^{-x}$$

$$f''(x) = (2x^2 + (a-4)x + b - a - 4x - a + 4)e^{-x} = (2x^2 + (a-8)x - 2a + b + 4)e^{-x}$$

$$(2x-1)(x-1) = 2x^2 - 4x + 1$$

$$a = -1 \quad b + b = 7 \quad b = 1 \quad pqr = 70$$

$$f'(x) = (-2x^2 + 5x - 2)e^{-x} = -(2x-1)(x-2)e^{-x}$$

$$f(x) = (2x^2 - x + 1)e^{-x} \quad m = f\left(\frac{1}{2}\right) \quad M = f(2)$$

$$m = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1\right)e^{-\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}} \quad M = f(2) = 1e^{-2} \quad M \times m = 1e^{-\frac{5}{2}}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

24. [3점]

- ① $6\sqrt{2}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

25. [3점]

- ① 6π ② 4π ③ 2π ④ π ⑤ $\frac{\pi}{2}$

26. [3점]

- ① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$

27. [3점]

① $3\sqrt{3}$

② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

28. [4점]

① $\frac{12}{5}$

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{13}{5}$

④ $\frac{27}{10}$

⑤ $\frac{14}{5}$

단답형

29. [4점]

30. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하십시오.

20 / 20

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.