제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $3^{2+\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

$3^{-\sqrt{3}}$

① 27　② 9　③ 3　④ 1　⑤ $\frac{1}{3}$

$=3^2=9$

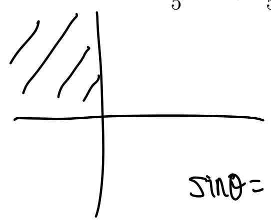
2. 함수 $f(x)=3x^3+2x+1$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 5　② 7　③ 9　④ 11　⑤ 13

$f'(1)=9+2$

3. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{5}$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① -1　② $-\frac{2}{5}$　③ $\frac{1}{5}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{7}{5}$



$\sin\theta=\frac{4}{5}$

$\cos\theta=-\frac{3}{5}$

4. 실수 a에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases}3x-a & (x\le 2)\\ -x+1 & (x>2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, a의 값은? [3점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

$6-a=-1$

$a=7$

5. 실수 a에 대하여 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = -4x^2 + x + a$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값은? [3점]

① -23　② -18　③ -13　④ -8　⑤ -3

$-4+1+a=0$　$a=3$

$f(x)=-8x+1$

6. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 + a_5 = a_4 = 4$$

를 만족시킨다. a_{10}의 값은? [3점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

$a_3=2$
$a_4=4$

$a_n=2n-4$
10
$20-4$

7. 실수 a에 대하여 함수

$$f(x) = x^3 - ax^2 - (a+2)x + 3$$

이 $x=a$에서 극솟값을 가질 때, $f(a+2)$의 값은? [3점]

① 7　② 10　③ 13　④ 16　⑤ 19

$f'(x)=3x^2-2ax-(a+2)$
$f'(a)=3a^2-2a^2-a-2$
$=a^2-a-2=0$
$a=2$

$3x^2-4x-4$

$f(x)=x^3-2x^2-4x+3$

4	1	-2	-4	3
		4	8	16
	1	2	4	

8. 세 실수 a, b, c에 대하여 $a=\log_2 9$, $b=\log_3 c$이다. $ab=\log_2(2c^2-5c-6)$일 때, c의 값은? [3점]

① -15 ② -8 ③ -1 ④ 6 ⑤ 13

$a= 2\log_2 3$ $b= \log_3 C$

$ab= \log_2 c^2$

$c^2-5c-6=0$

$C=6$

9. 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x+2)\}=0$$

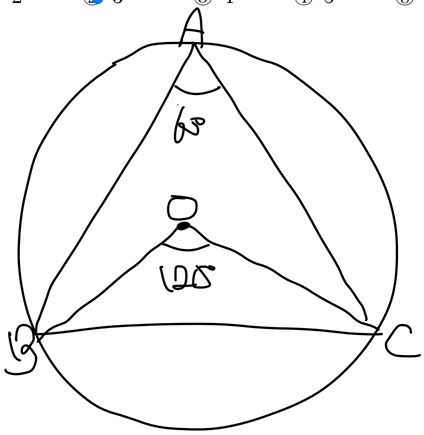
을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}|f(x)|$의 최솟값은? [4점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

$f(1)+f(1)=0$

10. 점 O를 중심으로 하는 원 C에 내접하는 삼각형 ABC에 대하여 부채꼴 BOC의 넓이가 $\frac{\pi}{3}$이고, 원 C의 반지름의 길이가 1일 때, $\overline{BC}^2$의 값은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6



$BOC= \frac{1}{2}\times 1\times 1\times \theta = \frac{\pi}{3}$

$\overline{BC}= \sqrt{3}$

11. 상수 k에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 + \frac{k}{2}t^2 - 18t$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$일 때 출발하여 시각 $t=2$에서 운동방향을 바꿀 때, 시각 $t=0$에서 $t=k$까지 점 P가 이동한 거리는? [4점]

① $\frac{41}{2}$ ② 23 ③ $\frac{51}{2}$ ④ 28 ⑤ $\frac{61}{2}$

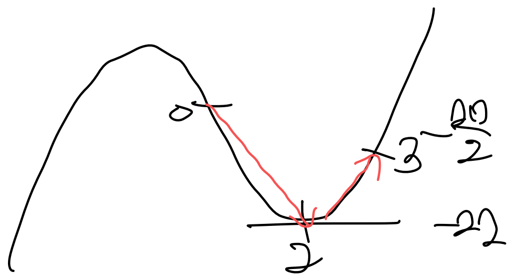
$v = 3t^2 + kt - 18$

2^2

$12 + 2k - 18 = 0$

$k = 3$

$x = t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 18t$



44
-27

거리는 $22 + \frac{17}{2}$

17
44
61

$x(0) = 0$

$x(2) = 8 + 6 - 36$

$= -22$

$x(3) = 27 + \frac{27}{2} - 54$

$= -\frac{27}{2}$

12. 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n = \begin{cases} 5n - 4 = 16 & (n \leq k) \\ a_k \times r^{n-k} & (n > k) \end{cases}$$

를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$의 최댓값이 16이고, 최솟값이 -8일 때, $k + \sum_{n=1}^{8} a_n$의 값은? (단, k는 자연수이고, r은 실수이다.) [4점]

4 29

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

$a_4 = 16$ $k = 4$

1 6 11 16 $16 \times (r)^{5-4}$

$16r = -8$

$r = -\frac{1}{2}$

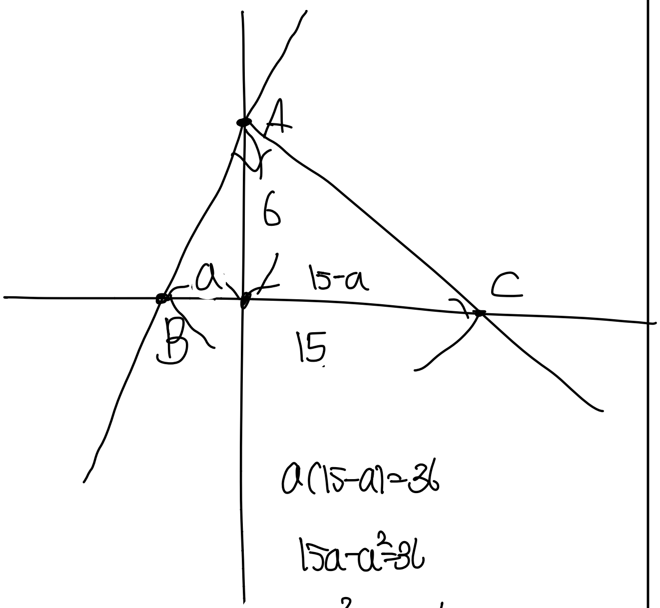
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	6	11	16	-8	4	-2	1

17
×2
34

-5

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$의 점 $A(0, f(0))$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B, 점 A를 지나고 점 A에서의 접선과 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는 45이고, $\overline{AO} : \overline{BC} = 2 : 5$이다. $f(3)$의 값은? (단, $f(0) > 0$, $f'(0) > 1$이다.) [4점]

① 9 ② 15 ③ 21 ④ 27 ⑤ 33



$a(15-a)=36$

$15a-a^2=36$

$a^2-15a+36=0$

3, 12

$S = 5x^2 = 45$

$x=3$

$a=3$

$f(x) = x^2+2x+6$

$f(3) = 17 = 21$

14. 원 $C: x^2+y^2=1$과 곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$의 제1사분면에서의 교점의 x좌표를 α라 할 때, $\sin\left(\frac{2\pi\alpha^2-\pi+\pi sin^2\frac{\pi}{2}\alpha}{2\alpha^2}\right)$의 값은? [4점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

$= \sin\left\{\pi+\left\{\frac{\pi\sin^2\frac{\pi}{2}\alpha-\pi}{2\alpha^2}\right\}\right\}$

$= -\sin\left\{\frac{(\pi\sin^2\frac{\pi}{2}\alpha-\pi)}{2\alpha^2}\right\}$

$= -\sin\left\{\frac{\pi(-\alpha^2)}{2\alpha^2}\right\}$

$= +\sin\frac{\pi}{2}$

교점 $(\alpha, \sin\frac{\pi}{2}\alpha)$

$\alpha^2+(\sin^2\frac{\pi}{2}\alpha)=1$

$1-\sin^2\frac{\pi}{2}\alpha=\alpha^2$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차 이하의 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a+} x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

을 만족시키도록 하는 서로 다른 정수 a의 개수가 2이고 그 합이 0이다. $f(2)=6$일 때, $f(3)$의 값은? (단, $-10 < a < 10$이다.) [4점]

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

$f(x)=$ 3차

$\lim_{x\to\alpha} f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x^3}+\frac{a}{x^2}+\frac{b}{x}+c\right)x^3$

$x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) = cx^3+bx^2+ax+1$

$= (x^2-1)(cx-1)$

$\frac{1}{8}f(2) = \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}c-1\right)$

$\frac{1}{2}c-1=-1$

$c=0$

$= -x^2+1 = bx^2+ax+1$

$b=-1$

$a=0$

$f(x)=x^3-x$

단답형

16. 부등식

$$\log_2(x-1) \le 5$$

32

를 만족시키는 모든 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

$1 < x \le 33$ 32

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x^3+4x$이고 $f(0)=3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점] 27

$f(x)=x^4+2x^2+3$

$f(2)=16+8+3$

$=27$

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{6}{(k+1)a_k} = \frac{n^2+n+4}{2}$$

1

$\frac{1+1+4}{2}$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값을 구하시오. [3점]

3

$n=1$ $\quad \frac{6\,3}{2a_1}$ $\quad \frac{3}{a_1}=3$

$a_1=1$

$\frac{6}{(n+1)a_n}=n \quad (n\ge2)$

$\sum_{n=2}^{5} a_n = \frac{6}{n(n+1)} \quad (n\ge2)$

$6\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) \quad 6\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)=3-1=2$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 x축과 한 점에서만 만날 때,

$$\lim_{x\to-1} \frac{f(x)}{x+1} = 12$$

이다. $f(3)$의 값을 구하시오. (단, $f'(-3) \neq 0$이다.) [3점]

16

$f(-1)=0 \quad f'(-1)=12$

$f'(x)=3(x-a)^2$

$f'(-1)=3(a+1)^2=\cancel{12}\ 4$

$a=-3$ or

$a=1$

$f'(x)=3(x-1)^2$

$f(x)=(x-1)^3+8$

$f(3)=8+8=16$

20. 실수 a에 대하여 함수

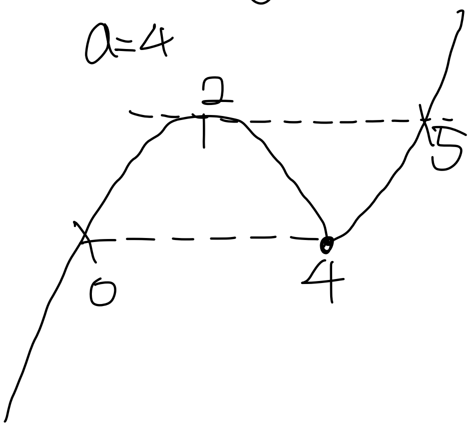
$$f(x)=\begin{cases} -x^2+4x+5 & (x<a) \\ 2^{x-2}+1 & (x \ge a) \end{cases}$$

가 $0 \le x \le 5$에서만 역함수를 갖지 않을 때, a의 값을 구하시오. [4점]

4

$2^{4-2}+1=5 \quad -4+(5)$ (9)

$a=4$



21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 구간 $[0, \infty)$에서

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & (0 \le x < 1) \\ 4-2x & (1 \le x < 3), \\ 2x-8 & (3 \le x < 4) \end{cases} \quad f'(x)=f'(x+4)$$

를 만족시킨다. $f(0)=n\{1+(-1)^n\}$일 때, 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 10이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. (단, m은 자연수이다.) [4점] 31

(가) $(-1)^n f(x)=f(-x)$ $n=1\ 3\ 5\ 7\ 9$

(나) $\int_{-2n}^{2n} f(x)dx=26n\{1+(-1)^n\}$ 6

$f(0)=\begin{cases} 0 & (n=\text{홀수}) \\ 2n & (n=\text{짝수}) \end{cases}$

(가) $\begin{cases} f(x)+f(-x)=0 & (n=\text{홀수}) \\ f(x)=f(-x) & (n=\text{짝수}) \end{cases}$

(나) $\begin{cases} \text{무조건 성립} & (n=\text{홀수}) \\ \int_0^{2n} f(x)dx=26n & (n=\text{짝수}) \end{cases}$

$f(x)=\begin{cases} x^2+2n & (0 \le x \le 1) \\ -x^2+4x+2n-2 & (1 \le x \le 3) \\ x^2-8x+2n+16 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$ 반복

$n=2 \Rightarrow$ 1주기
$n=4$ 2주기
$n=6$ 3주기

한 주기
$\frac{n}{2} \times \{8n+4\}=26n$
$4n+2=26$
$4n=24$
$n=6$

$\int_0^1 (x^2+2n)=\frac{x^3}{3}+2nx=2n+\frac{1}{3}$

$\int_1^3 (-x^2+4x+2n-2)=-\frac{x^3}{3}+2x^2+(2n-2)x]_1^3=-\frac{26}{3}+16+4n-4=4n+\frac{10}{3}$

$\int_3^4 (x^2-8x+2n+16)=\frac{x^3}{3}-4x^2+(2n+16)x]_3^4=-\frac{37}{3}-28+2n+16=\frac{1}{3}+2n$

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점] 100

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $(a_{n+1}-a_n-2)(a_{n+1}-a_n+6)=0$이다.

(나) 6이상의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+4}=a_n$이고 $\sum_{n=6}^{20} a_n=76$이다. 주기: 4

$a_{n+1}=a_n+2$ or $a_{n+1}=a_n-6$

$a_6=a$
$a_7=a+2$
$a_8=a-4$
$a_9=a-2$
$a_{10}=a$

한 주기
$3(4a-4)+3a-2=\sum_{n=6}^{20} a_n$
$15a-14=76$
$15a=90$
$a=6$

$a_6=6$: $a_5=4$, $a_5=12$
a_4: 2, 10, 10, 18
a_3: 8, 16, 24
a_2: 6, 14, 22, 30
a_1: 4, 12, 20, 28, 36

4 32 64 36

모의고사 문제지

수학 영역(미적분)

제 2 교시

5지선다형

23. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(6x+1)}{\ln(2x+1)}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

24. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n-3)=1$일 때,

$\lim\limits_{n \to \infty}\left\{(a_n)^2+\left(\dfrac{2}{a_n}\right)^n\right\}$의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

$\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 3$

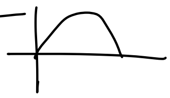
$9+0$

25. 함수 $f(x) = \int_{\sqrt{\pi}}^{x} 2\sin t^2 dt$에 대하여 $\int_{0}^{\sqrt{\pi}} f(x)dx$의 값은? [3점]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

$f'(x) = 2\sin(x^2)$

$\int_0^{\sqrt{\pi}} xf'(x) = \int_0^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2)(2x)$



$xf(x)\Big]_0^{\sqrt{\pi}} - \int_0^{\sqrt{\pi}} f(x) = 2$

26. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 방정식 $f(x) - g(x) = 0$의 실근은 $x = 3$뿐이다. $f'(3) > 0$일 때, $f'(3) + g'(3)$의 $\boxed{\text{최솟값}}$은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(3) = 1$

27. 함수 $f(x) = 3x\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{n^2-3x^2k^2}{n^3}\right)$에 대하여

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

$\frac{1}{n}\sum\left\{1-3x^2\left(\frac{k^2}{n^2}\right)\right\}$

$f(x) = 3x \times \int_0^1 (1-3x^2t^2)dt$

$= 3x \times \{1 - x^2\}$

$f(\cos x) = 3\cos x\{1-\cos^2 x)$

$= 3\cos x(\sin^2 x)$

$\int_0^1 3t^2$

28. 두 자연수 a, b에 대하여

$$a_n = b \times a^{n-1}, \ b_n = a \times b^{n-1}$$

인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $a+b$의 값의 합은? [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_nb_n} > \frac{1}{80}$

(나) $0 < \lim_{n\to\infty}\frac{8^n+2^na_n}{b_n} \le 4$

① 58 ② 54 ③ 50 ④ 46 ⑤ 42

$a_1 = b \quad b_1 = a$ 공비 $\frac{1}{ab} = t$

$\frac{t}{1-t} > \frac{1}{80}$ $\quad 1 < ab < 81$

$80t > 1-t$

$81t > 1$

$t > \frac{1}{81}$

(나) $\Rightarrow$ i) $b=8$

└ $a = \cancel{1}, 2, 3, \cancel{4}$

ii) $b > 8$

$b = 2a$ $\quad 2a_1$ $\quad 2a^2 < 81$

$a = 5 \quad 6$

$b = 10 \quad 12$

단답형

29. 함수

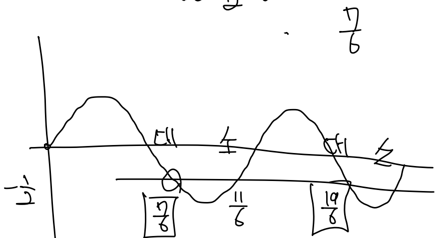
$$f(x) = -\frac{\cos \pi x}{\pi} + \frac{1}{2}x$$

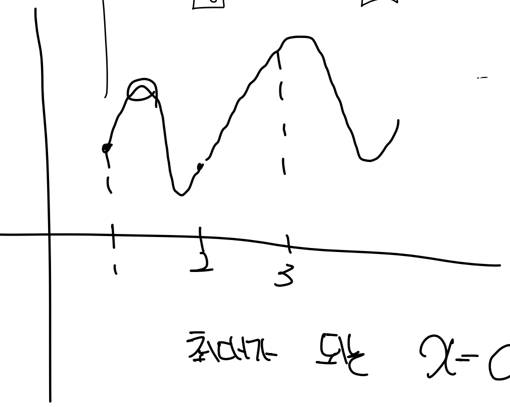
의 닫힌구간 $[1, t]$에서의 최댓값을 $g(t)$라 할 때, $\sum_{n=1}^{24}\{g(n)+g'(n)\} = a + \frac{b(2+\sqrt{3})}{\pi}$ 이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이고, $f(\frac{7}{6}) > f(2)$이다.) [4점]

157

$f'(x) = \sin \pi x + \frac{1}{2} = 0$

$\frac{7}{6}$





최대가 되는 $x = a_n$

$$a_n = \begin{cases} n & (n=\text{홀}) \\ \frac{7}{6} + 2(\frac{n}{2}-1) & (n=\text{짝}) \end{cases}$$

$$g(n)+g'(n) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2} & (n=\text{홀}) \\ \frac{\sqrt{3}}{2\pi} + \frac{1}{2}a_n & (n=\text{짝}) \end{cases}$$

78 73 7 66

$\frac{12}{\pi} + \frac{144}{2} + 6 + \frac{6\sqrt{3}}{\pi} + \frac{1}{2} \times \{14 + 132\}$

$= 151 + \frac{6(2+\sqrt{3})}{\pi}$

30. $a > 1$인 실수 a에 대하여 구간 $[0, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x) = e^{-x}\sin ax$$

이다. $f(0) = -\frac{2}{5}$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$일 때, 함수 $f(x)$의 극값을 모두 더한 값을 S라 하면 $S = \frac{q}{p(e^{\frac{\pi}{2}}+1)}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

7

$\sin ax = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}, \frac{3\pi}{a}$

(극값 x)

공비 $. \ -e^{-\frac{\pi}{a}} = e^{-\frac{\pi}{2}}$

$a = 2$

$f(x) = e^{-x}(a\sin 2x + b\cos 2x)$

$f'(x) = e^{-x}\{-a\sin 2x - b\cos 2x + 2a\cos 2x - 2b\sin 2x\}$

$2a = b$

$-2b - a = -5a = 1$

$a = -\frac{1}{5} \quad b = -\frac{2}{5}$

$f(x) = e^{-x}\{-\frac{2}{5}\cos 2x - \frac{1}{5}\sin 2x\}$

$f(\frac{\pi}{2}) = e^{-\frac{\pi}{2}} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times e^{-\frac{\pi}{2}}$

공비 : $-e^{-\frac{\pi}{2}}$ $\quad a_1$: $\frac{2}{5} \times e^{-\frac{\pi}{2}}$ $\quad S = \frac{\frac{2}{5} \times e^{-\frac{\pi}{2}}}{1 + e^{-\frac{\pi}{2}}}$

$= \frac{2}{5(e^{\frac{\pi}{2}}+1)}$

답안

1. ②
2. ④
3. ③
4. ⑤
5. ①
6. ③
7. ⑤
8. ④
9. ①
10. ②
11. ⑤
12. ④
13. ③
14. ⑤
15. ②
16. 32
17. 27
18. 3
19. 16
20. 4
21. 31
22. 100
23. ⑤
24. ③
25. ④
26. ②
27. ⑤
28. ②
29. 157
30. 7

수학 영역

제 2 교시

홀수형

5지선다형

1. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^2}{3}=1$$

을 만족시킨다. $f(1)$의 값을 구하시오.

4

$f(x)=x^2+3$

2. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 실수 a의 개수가 무수히 많을 때, $f(1)=3$, $f'(x) \le 0$이다. $f(4)$의 최댓값을 구하시오.

3

상수함수

3. 자연수 n에 대하여 $3n^2$의 n제곱근 중 양수인 것의 정수부분을 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{n=2}^{20} f(n)$의 값을 구하시오. 27

$(3n^2)^{\frac{1}{n}}$

1) $n=2$ 정수 : $(12)^{\frac{1}{2}}$ → 3

$n=3$ 정수 : $(27)^{\frac{1}{3}}$ $= 3$

$n=4$ 정수 : $(48)^{\frac{1}{4}}$ $= 2$

$n=5$ 정수 : $(75)^{\frac{1}{5}}$ 2

$(3n^2)^{\frac{1}{n}} < 2$

$3n^2 < 2^n$

풀 L $n \geq 8$

$n=7$ 2

$n=8$ 1

$n=9$ 1

⋮

$S = 3\times2 + 2\times4 + 1\times13 = 27$

4. 첫째항이 모두 자연수이고 공차와 공비가 각각 2인 등차수열 $\{a_n\}$과 등비수열 $\{b_n\}$이

$$\sum_{n=1}^{6}(a_n - b_n) = 0$$

을 만족시킬 때, $a_1 \times b_1$의 최솟값을 구하시오. 32

$a_n = a + 2(n-1)$

$b_n = b \times 2^{n-1}$

$S_6 = \frac{6\times(2a+10)}{2} = 6a+30$

$T_6 = b(2^6-1) = 63b$

$6a+30 = 63b$

$2a+10 = 21b$ ÷2

$b=2$ $a=16$

$\frac{2}{4}$

16 2

5. 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\frac{d}{dx}\left[\int \{f'(x)+g'(x)\}dx\right]=6x^2-4x+9,$$

$$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=24x^3-36x^2+48x-36$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 곡선 $y=g(x)$ 모두 $x=1$에서만 x축과 만날 때, $|f(2)-g(2)|$의 값을 구하시오.

11

$f'(x)+g'(x)=6x^2-4x+9$

$f(x)+g(x)=2x^3-2x^2+9x-9=2x^2(x-1)+9(x-1)$

$f(x)g(x)=6x^4-12x^3+24x^2-36x+18$

$f(2)+g(2)=8+9=17$

$f(2)g(2)=6\{x^4-2x^3+4x^2-6x+3\}$

2	1	-2	4	-6	3
		2	0	8	4
	1	0	4	2	7

$=42$

$|f(2)-g(2)|=\sqrt{17^2-42\times4}$

289
-168
121

$=\sqrt{121}$

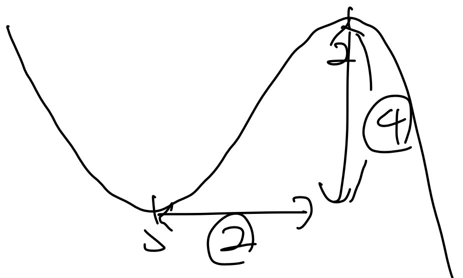
$=11$

6. 극댓값 2, 극솟값 -2를 갖는 삼차함수 $f(x)$가

$$\{x\,|\,f'(x)>0\}=\{x\,|\,0<x<2\}$$

를 만족시킬 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

52



(차)$=2$

$\cancel{3}a\times\frac{8}{\cancel{6}\,2}=4a=4$

$a=1$

$f(x)=-x^2(x-3)-2$

$f(-3)=54-2$

$=52$

7. 세 실수 a, b, c에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases}(x-a)(x-b)+cx & (a \le x \le b)\\ 2x-5 & (x<a,\ x>b)\end{cases}$$

가 $\lim_{x\to a+}\{f(x)+4x\}=\lim_{x\to b}\{f(x)\}=5$를 만족시킬 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.

7

$ac+4a=bc=2b-5=5$

$b=5$

$c=1$

$a=1$

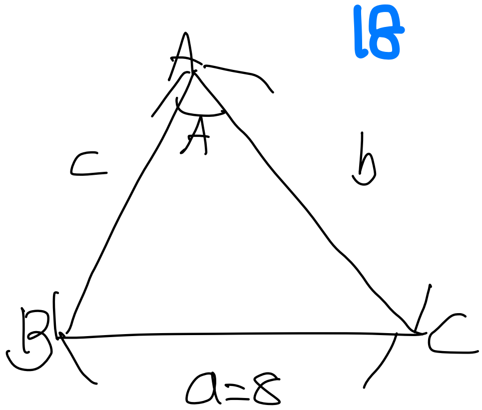
8. $\angle A<\frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC에 대하여 그 넓이를 S_1, 외접원의 넓이를 S_2라 할 때,

$$\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3},\quad S_1=\frac{9\sqrt{2}}{2},\quad S_2=18\pi$$

$R=3\sqrt{2}$

이다. 삼각형 ABC의 둘레의 길이를 구하시오.

18



$a=\frac{2\sqrt{2}}{\cancel{3}}\times2\times\cancel{3}\sqrt{2}$

$=8$

$S_1=\frac{1}{\cancel{2}}\times bc\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{9\sqrt{2}}{2}$

$bc=\frac{27}{2}$

$BC^2=b^2+c^2-2\times\frac{27}{2}\times\frac{1}{3}$

$=b^2+c^2-9=64$

$b^2+c^2=73$

$(b+c)^2=73+27$

$=100$

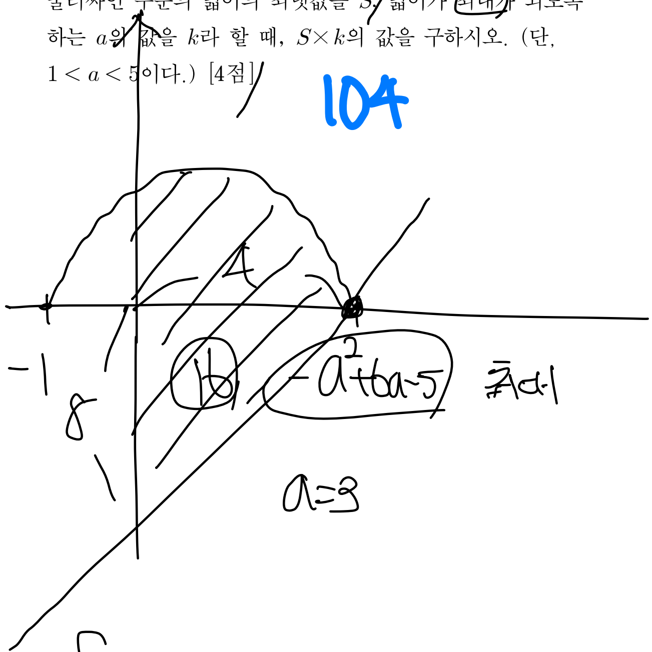
$b+c=10$

9. 실수 a에 대하여 최고차항의 계수가 각각 $-1, 2$인 이차함수 $f(x)$와 일차함수 $g(x)$가

$$f(-1)=f(-a^2+6a-5)=g(-a^2+6a-5)=0$$

을 만족시킨다. 이때, y축과 곡선 $y=f(x)$ 및 곡선 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이의 최댓값을 S, 넓이가 최대가 되도록 하는 a의 값을 k라 할 때, $S\times k$의 값을 구하시오. (단, $1<a<5$이다.) [4점]

104



$f(x) = -(x+1)(x-4)$

$g(x) = 2(x-a)$

$\int_0^4 -x^2+3x+4$

$-\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2+4x \Big]_0^4$

$= -\frac{64}{3}+24+16$

$= 40-\frac{64}{3}$

16

$3\left(\frac{56}{3}-\frac{64}{3}\right)=S$

168
-64

104

10. 두 정수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=x^3-\frac{3}{2}ax^2-6a^2x+b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수가 3이다.

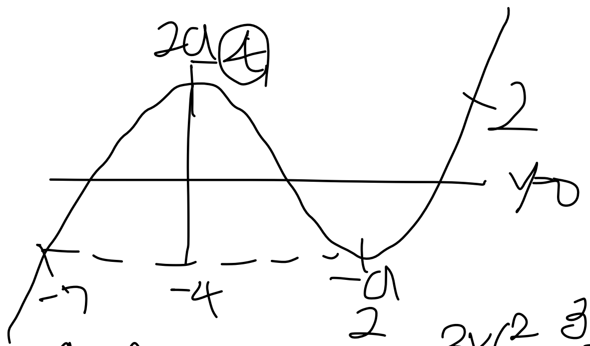
$f'(2)\geq 0$일 때, 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

4

$f'(x)=3x^2-3ax-6a^2$

$3(x-2a)(x+a)$

i) $a<0$



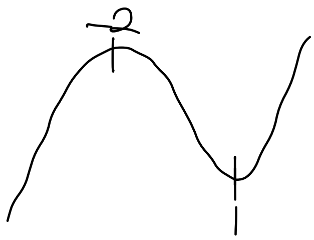
$a=-2$

3×6^2 $\frac{36}{3}$

$-4+7$

m $f = (x-2)^2(x+7)-107$

m $f(4) = 44-107 = -63$



M $f(x) = (x-1)^2\left(x+\frac{5}{2}\right)-\frac{1}{2}$

M $f(4) = 9\times\frac{13}{2}-\frac{1}{2} = 67$

11. $a_1 = 1$인 수열 $\{a_n\}$이

$$a_n = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \leq n) \\ \log_2 a_n & (a_n > n) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $\log_2 a_{2025} + a_{2026}$의 값을 구하시오.

32

$a_1 = 1$
$a_2 = 2$
$a_3 = 4$
$a_4 = 2$
$a_5 = 4$
$a_6 = 16$
$a_7 = 4$
$a_8 = 16$
$\vdots$
$a_{16} = 16$
$a_{17} = 2^{16}$
$a_{18} = 16$
$\vdots$

$a_{2025} = 2^{16}$
$a_{2026} = 16$

단답형

12. 실수 a에 대하여 함수

$$f(x) = \log_2(x - a)$$

의 점근선이 직선 $x = 4$일 때, $f(5a)$의 값을 구하시오.

4

$a = 4$
$f(5a) = \log_2(4a)$
$= \log_2 16$

13. 점 $(0,3)$에서 곡선 $y=-x^3+3x^2+4\ (x>0)$에 그은 접선의 기울기를 구하시오.

3

$(0,3)\quad (t,\ -t^3+3t^2+4)$

$\frac{-t^3+3t^2+1}{t} = -3t^2+6t$

$-t^3+3t^2+1 = -3t^3+6t^2$

$2t^3-3t^2+1=0$

$t=1$

14. 함수

$$f(x)=2\sin(ax+b\pi)+2$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 자연수 a와 실수 b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값을 구하시오. (단, $0<b<1$이다.)

8

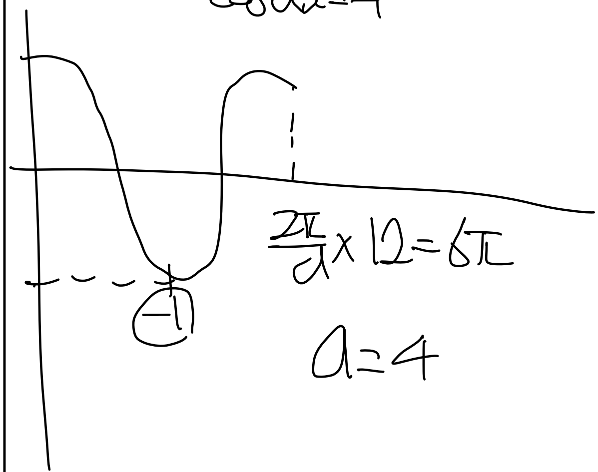
우함수

(가) $f(x)=f(-x)$
(나) 열린구간 $(0, 6\pi)$에서 방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수가 12이다.

$b=\frac{1}{2}$

$f(x)=2\cos ax+2=0$

$\cos ax=-1$



$\frac{2\pi}{a}\times 12=6\pi$

$a=4$

15. $\boxed{t < a}$를 만족시키는 두 실수 a, t에 대하여 함수

$a>t$ $a>0$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x & (x \le a) \\ 4x^2 - 15x & (x > a) \end{cases}$$

$(0, 3)$

가 열린구간 $(t, t+3)$에서 연속이 되도록 하는 a의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 이때, 실수 k에 대하여 $g(t)$가 $t = k$에서 불연속이 되도록 하는 모든 k의 값의 합을 구하시오.

10

$x^3 - 6x^2 + 9x = 4x^2 - 15x$

$x^3 - 10x^2 + 24x = 0$

$x(x^2 - 10x + 24) = 0$

$x(x-4)(x-6)$

$k = 0\ \ 4\ \ 6$

16. 실수 a에 대하여 시각 $t = 0$일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \ge 0)$에서의 속도를 각각 v_1, v_2라 할 때,

$$v_1 = 2t^2 + (4 - 4a)t + 4a - 6$$

$$v_2 = v_1 \times (t - a^2 + 3a - 3)$$

이다. 점 P는 운동 방향을 2번, 점 Q는 운동 방향을 한 번만 바꿀 때, a의 값을 구하시오.

3

$2\{t^2 + (2-2a)t + 2a-3\}$

$2a-3$

1

$t = 2a-3$ or $t = 1$

$a^2 - 3a + 3 = 2a - 3$

$a = 3$

17. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n}\left\{\pi\sin^3\left(\frac{\pi k}{3n}\right)+\pi\sin\left(\frac{\pi k}{3n}\right)\cos^2\left(\frac{\pi k}{3n}\right)\right\}\right]$의 값을 구하시오.

3

$\pi\sin\frac{\pi}{3}x\{s^2+c^2\}$

$= 2\int_0^1 \pi\sin\frac{\pi}{3}x$

$= 6\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x$

$= 6\times\left\{\left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}\right\}$

$= 3$

18. 양수 k에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(g(x))=\frac{x^2+1}{x^2+2x+3}$$

을 만족시킨다. $f(g(k))=f'(g(k))=\frac{1}{3}$일 때, $k+3g'(k)$의 값을 구하시오.

2

$f(g(1))=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$k=1$

$(x^2+2x+3)f(g(x))=x^2+1$

$(2x+2)f(g(x))+f'(g(x))g'(x)(x^2+2x+3)=2x$

$x=1$

$4\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times g'(1)\times 6=2$

$2g'(1)=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

$g'(1)=\frac{1}{3}$

$1+1=2$

19. 실수 a에 대하여 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$x=at,\ y=4e^{t}+e^{-t}$의 $t=\ln 3$에서의 접선의 기울기가 $\frac{35}{12}$일

때, $x=0$에서 $x=12$까지의 곡선의 길이는?

① $\frac{e^{3}}{4}+9-\frac{1}{e^{3}}$ ② $\frac{e^{3}}{2}+6-\frac{1}{e^{3}}$ ③ $e^{3}+3-\frac{1}{e^{3}}$

④ $2e^{3}-\frac{1}{e^{3}}$ ⑤ $4e^{3}-3-\frac{1}{e^{3}}$

$f(at)=4e^{t}+e^{-t}$

$af'(at)=4e^{t}-e^{-t}$

$af'(\ln 3 \times a)=12-\frac{1}{3}=\frac{35}{3}$

$a=4$

$f(x)=4e^{\frac{x}{4}}+e^{-\frac{x}{4}}$

$f'(x)=(e^{\frac{x}{4}}-\frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}})^{2}$

$f'(x)^{2}=e^{\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}+\frac{1}{16}e^{-\frac{x}{2}}$

$\int_{0}^{12}\sqrt{1+f'(x)^{2}}\,dx$

$=\left[4e^{\frac{x}{4}}-e^{-\frac{x}{4}}\right]_{0}^{12}$

$=4e^{3}-e^{-3}-3$

20. 두 실수 a, b에 대하여 직선 $y=3x$와 점 $(0,0)$에서 접하는 함수

$$f(x)=e^{2x}+ae^{x}+b$$

에 대하여 그 역함수를 $g(x)$라 하자. 점 $P(p, f(p))$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 함수 $f(x)$ 위의 점 P에서의 접선의 기울기와 함수 $g(x)$ 위의 점 Q에서의 접선의 기울기가 같다. $f(-p)$의 값을 구하시오.

4

$Q(f(p), p)$

$\perp$ $f'(p)=1$

$f'(0)=2+a=3$ $a=1$

$f(0)=b+2=0$ $b=-2$

$f'(x)=2e^{2x}+e^{x}=1$

$e^{x}=t$ $t=\frac{1}{2}$

$2t^{2}+t-1=0$

$p=-\ln 2$ $-p=\ln 2$

$f(-p)=4+2-2=4$

홀수형

답안

1. 4
2. 3
3. 27
4. 32
5. 11
6. 52
7. 7
8. 18
9. 104
10. 4
11. 32
12. 4
13. 3
14. 8
15. 10
16. 3
17. 3
18. 2
19. ⑤
20. 4