

[1~4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

보간법은 주어진 점들이 특정한 함수로부터 얻어진 것이라 가정하고 그 함수를 지나는 임의의 한 점을 근사적으로 구할 수 있는 수학적 방법이다. 그 중 선형 보간법은 보간 함수를 두 점을 지나는 직선으로 설정하여 데이터를 추정한다. 임의의 구간에서 주어진 점들을 지나는 함수가 연속적이라면 오차는 주어진 함수의 실제 값과 보간법을 통해 계산된 값의 차이로 나타난다. 함수가 대칭적인 곡선일 경우 선형 보간법의 오차는 설정된 구간의 중점에서 최대가 된다. 선형 보간법에서 오차의 크기는 언제나 근사되어지는 함수의 곡률에 비례한다.

다항함수를 이용하여 세 개 이상의 점들을 보간할 수도 있다. 라그랑주 보간법은 주어진 $n+1$ 개의 데이터에 대해 이를 정확히 통과하는 하나의 n 차 다항식을 구하는 방법이다. 이 다항식은 각 데이터에 기초한 가중치를 조합하여 만들어진다. 또 다른 방법으로 뉴턴 보간법은 분할 차분을 통해 다항식을 점진적으로 구성하는 방식이다. 뉴턴 보간법은 라그랑주 보간법과 달리 새로운 점이 추가되어도 기존 계산을 재사용할 수 있어 수정이 수월하다. 특히 천문학에서 천문의 위치를 계산할 때는 뉴턴 보간법이 더 편리하다. 다항함수를 이용한 보간법에서 중요한 점은 다항함수가 갖는 차수를 높인다고 더 정확한 결과를 보장하지 않는다는 것이다. 차수를 과도하게 높이면 데이터 점들 사이에서 곡선이 불필요하게 요동치는 러눅스 현상이 발생할 수 있다. 한편 데이터 점들이 가까이 위치해 있다면 함수의 변화가 비교적 단순할 가능성이 크므로 낮은 차수의 다항식으로도 충분히 신뢰할 수 있는 보간 결과를 얻을 수 있다. 따라서 좌표값 범위가 넓어질수록 적절한 차수 선택을 통해 실용상 큰 문제가 생기지 않도록 하는 것이 중요해진다.

㉠ 중국의 전통 역법에서는 천체의 위치를 계산하기 위해 보간법을 사용하여 시간에 따른 위치를 파악했다. 역법에서 정삭은 달이 태양과 같은 방향에 위치하여 완전히 어두워지는 순간을 가리키는 날짜이다. 정삭은 단순히 일정한 시간 간격으로 반복되지 않고 달과 태양의 불규칙한 움직임을 고려해야 한다. 달과 태양은 지구에 가까운 곳과 먼 곳에서 속도가 서로 다른데 이는 공전의 궤도가 완전한 원이 아니기 때문이다. 따라서 정삭은 달의 삭망월 주기의 평균값에 해당하는 정삭에 보정값을 빼거나 더하여 결정된다. 삭망월의 길이와 같은 천문 상수가 정확하다는 전제하에 정삭은 이미 결정된 값이므로 역법의 정확성은 달과 태양의 운동을 얼마나 정확하게 관측하고 계산할 수 있는지에 달려 있다.

중수대명력은 명나라 초기의 대명력을 개정하여 계산법과 예측 정확도를 향상시킨 중국의 역법이다. 이는 중국의 다른 역법과 마찬가지로 태양 운행의 기준점을 동지점으로 설정한다. 태양은 동지점을 지날 때 가장 빠르고 하지점을 지날 때 가장 느리다. 이에 따라 태양의 움직임은 동지와 하지를 기준으로 대칭형으로 나타난다.

중수대명력에서 영축입성표는 1년을 24절기로 균등하게 나눈 시간 순서에 따라 태양의 위치 변화와 그 변화율을 계산하고 이를 차분의 방식으로 분석한 결과를 보여준다. 적일(積日)은 24절기를 반영하여 동지(冬至)로부터 경과한 날짜를 누적한 값이다. 각 구간에는 영축과 손익이 표기되어 있는데 그 중 손익은 인접한 구간 간 영축의 변화량으로 정의된다. 따라서 각 구간의 영축은 시간에 따라 직전 구간의 손익을 누적한 값과 같다. 또한 영축과 손익을 알면 중율과 합차도 구할 수 있게 된다. 중율은 손익을 한 절기에 해당하는 시간으로 나눈 값으로 영축의 변화율을 의미하며, 합차는 손익과 동일한 방식이 적용되며, 인접한 구간 간 중율의 차이로 구해진다.

1. 밑글의 내용과 일치하는 것은?

- ① 선형 보간법에서는 주어진 직선을 지나는 두 점 사이의 오차의 크기를 근사적으로 판단할 수 있다.
- ② 라그랑주 보간법은 새로운 데이터가 추가될 때마다 계산을 처음부터 다시 시작할 필요가 없다.
- ③ 좌표값 범위가 매우 좁다면 정확도가 높은 결과를 얻기 위해 차수가 충분히 높은 n 차 다항식을 이용해야 한다.
- ④ 특정한 구간에서 임의의 곡선에 대해 뉴턴 보간법을 적용하면 선형 보간법을 취할 때와 달리 오차가 발생하지 않는다.
- ⑤ 명나라 초기 대명력에서는 태양 운행의 기준점을 동지점으로 보았다.

2. ㉠에 대한 설명으로 적절하지 않은 것은?

- ① 정삭은 삭망월의 길이를 통해 구할 수 있다.
- ② 정삭과 보정값을 알면 정삭을 결정할 수 있다.
- ③ 보정값은 태양과 달의 움직임에 따라 달라진다.
- ④ 천체 운행의 불규칙함이 커질수록 정삭을 보정할 필요성은 줄어든다.
- ⑤ 모든 천체의 공전 궤도가 완전한 원이라면 천문 상수만으로 정삭을 예측할 수 있다.

3. 윗글을 바탕으로 할 때 <보기1>를 이해한 것으로 적절한 것을 <보기2>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기1>

<그림>의 곡선 L은 점 A, B, C를 지나면서 점 B에 대해 대칭인 특정한 함수이다. 그래프의 수평선에는 동지(冬至)로부터 1, 2, 3번째에 해당하는 절기인 경칩, 춘분, 청명이 표시되어 있다. 경칩과 춘분은 각각 점 A와 B에 대응되며, 영축은 각각 2.1과 2.4이다. C는 춘분-청명 구간에 속하면서 곡선 L을 지나는 한 점이다. 곡선 L을 직선 AB와 AC를 기준으로 선형 보간법을 적용하여 오차를 파악했더니 직선 AB를 기준으로 오차가 최대가 되는 곡선 L 위의 점이 갖는 영축은 2.3이었고, 직선 AC를 기준으로 곡률이 최대가 되는 곡선 L 위의 점은 B가 아니었다. <표>는 한 절기를 15일이라 가정했을 때 동지-곡우에 관한 영축입성표이다.

<그림>

절기	적일	영축	손익
동지	0	0	2.1
경칩	15	2.1	?
춘분	30	2.4	X
청명	45	?	-4.1
곡우	60	-2.0	0.7

<표>

<보 기2>

ㄱ. X는 0보다 크다.
 ㄴ. 경칩과 춘분은 중률의 크기가 서로 같다.
 ㄷ. 청명의 합차는 0.7/60에 -4.1/45를 뺀 값이다.
 ㄹ. 점 C가 갖는 영축은 2.3이다.

- ① ㄱ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ