2024년 도쿄대학 물리 (2과목 150분)

1. 그림 1-1과 같이 충분히 긴 벨트를 가진 컨베이어 벨트를 바닥과 이루는 각이 $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$가 되도록 수평면에 고정한다. 벨트가 이루는 빗면을 따라 x축을 빗면 위쪽이 양의 방향이 되도록 놓는다. x축은 항상 바닥에 대하여 고정되어 있다. 이 벨트 위 물체의 운동을 생각해보자. 물체 A의 질량은 m이고, 벨트와 물체 A 간의 정지마찰계수는 μ, 운동마찰계수는 μ'이다. 물체는 x축 방향으로만 운동하고, 회전은 하지 않는다. 특별히 다른 말이 없는 한, 물체의 좌표나 속도는 이 x축에 대하여 정의한다. 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기나 공기저항은 무시한다.

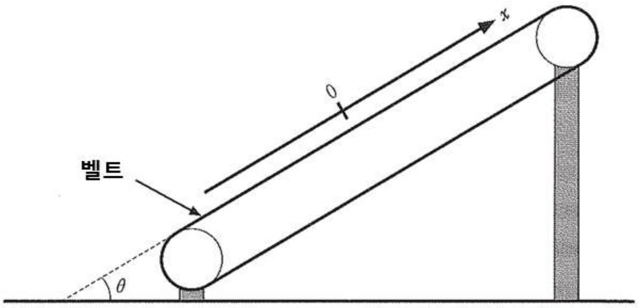

그림 1-1

Ⅰ 먼저 그림 1-2와 같이 $\theta=\theta_1$이고 벨트가 정지되어 있을 때 물체 A의 운동을 생각해보자. $x=0$에서 물체 A는 $v_0(v_0>0)$의 속도로 빗면을 따라 올라갔다가 다시 $x=0$으로 돌아왔다.

(1) 물체 A가 최고점에 도달했을 때의 x좌표를 구하시오.

(2) 물체 A가 $x=0$으로 돌아왔을 때의 속도를 μ', v_0, θ_1, m, g 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

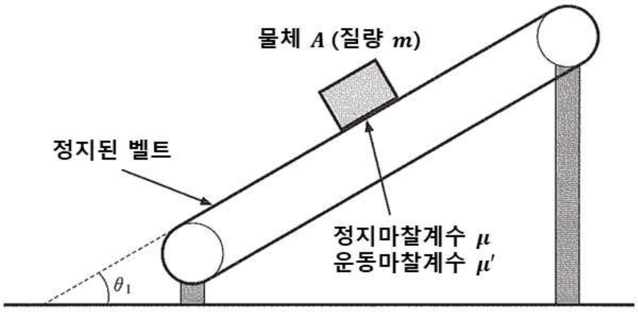

그림 1-2

Ⅱ 다음으로 그림 1-3과 같이 $\theta=\theta_2$이고 일정한 속도 $V(V>0)$로 벨트가 움직이고 있을 때 물체 A의 운동을 생각해보자.

(1) 시간 $t=0$일 때 물체 A를 처음 속도 0인 상태로 벨트에 두었더니 물체 A는 빗면 위쪽을 향해 이동하기 시작했다. 물체 A의 속도를 시간 $t(t>0)$의 함수로 나타내시오.

(2) $x=0$에서 물체 A는 $-v_0(0<v_0<V)$의 속도로 빗면을 따라 내려갔다가 다시 $x=0$으로 돌아왔다. 물체 A가 $x=0$으로 돌아왔을 때의 속도를 구하시오.

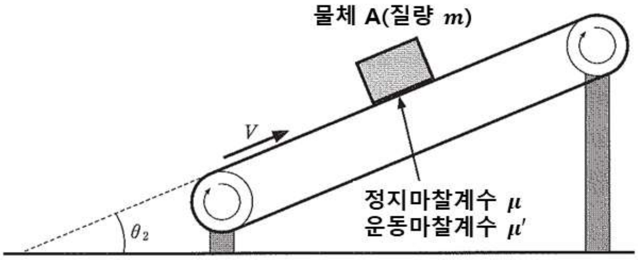

그림 1-3

Ⅲ 그림 1-4와 같이 $\theta=\theta_3$이고 용수철 상수가 k인 용수철로 연결된 물체 A와 물체 B를 벨트 위에 올려두었다. 물체 A는 물체 B보다 항상 높이 위치한다. 벨트는 일정한 속도 $V(V>0)$로 움직이고 있다. 물체 B의 질량은 m이고, 물체 B와 벨트 사이의 마찰은 없다. 용수철은 균질하고 용수철의 질량은 무시한다.
용수철을 원래 길이에서 길이 d_0만큼 늘린 상태에서 물체 A와 물체 B를 속도 0인 상태로 벨트에 두었더니 두 물체는 x축에 대하여 계속 정지한 상태로 있었다.

(1) d_0을 V, θ_3, m, g, k 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(2) μ'을 V, θ_3, m, g, k 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

다음으로 물체 B의 속도를 0에서 V로 순간적으로 변화시켰다. 이 시간을 $t=0$으로 한다. 물체 A는 시간 $t_1(t_1>0)$일 때 처음으로 벨트와 같은 속도가 되었다. 물체 A와 물체 B의 속도를 각각 v_{A}와 v_{B}라 한다.

(3) 시간 $t(0<t<t_1)$에 따른 물체 A와 물체 B의 무게중심 G의 속도 $v_{\mathrm{G}}=\dfrac{v_{\mathrm{A}}+v_{\mathrm{B}}}{2}$를 t, V, θ_3, m, g, k 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(4) 시간 $t(0<t<t_1)$에 따른 물체 A와 물체 B의 운동은 무게중심 G에서 볼 때 각각 단진동으로 볼 수 있다. 이를 이용해 $0<t<t_1$에 따른 v_{B}와 t_1을 각각 t, V, θ_3, m, g, k 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오. 이때 무게중심 G에서 물체 A와 물체 B까지의 거리가 동시에 d만큼 감소하면 물체 A가 용수철로부터 받는 힘은 $2kd$만큼 변화한다는 사실을 이용해도 좋다.

시간 t_1 이후 물체 A는 벨트에 대하여 계속 정지한 상태로 있었다.

(5) 시간 $t(t>t_1)$에 따른 v_{B}를 t, V, θ_3, m, g, k 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(6) 물체 A가 벨트에 대하여 계속 정지한 상태로 있기 위해 μ가 만족해야 할 조건을 V, θ_3, m, g, k 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

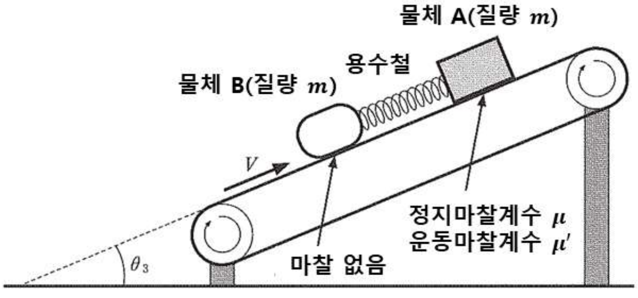

그림 1-4

2. 고체 중에 전하가 고정된 물체를 일렉트렛(electret)이라고 한다. 일렉트렛은 진동 에너지를 전기 에너지로서 뽑아내는 진동 발전 등의 분야에서 이용되고 있다. 아래에서는 전하를 띤 극판이 유전체 속에 고정된 물체를 일렉트렛의 모델로 삼는다.

그림 2-1과 같은 장치를 생각해보자. 수평면 위에 가로와 세로가 L이고 두께를 무시할 수 있는 정사각형 금속판(하전극)을 고정했다. 그 위에 가로와 세로가 L이고 두께가 $2d$인 직육면체의 모양의, 중앙에 금속판이 삽입된 유전체를 고정했다. 삽입된 금속판은 가로와 세로가 L이고 두께를 무시할 수 있으며 일정한 전하$-Q$를 띠고 있다. 유전체의 유전율은 ε이다. 상단을 고정한 용수철 상수가 k인 절연체 용수철을 이용하여 가로와 세로가 L이고 두께를 무시할 수 있는 질량 m의 금속판(상전극)을 유전체의 위쪽에 매달았다. 모든 금속판과 유전체는 위쪽에서 볼 때 겹쳐 있다. 상전극은 유전체와 평행을 유지하면서 위아래로 움직일 수 있다. 상전극과 하전극은 저항과 스위치를 통해 도선으로 연결되어 있다. 이 장치는 진공 속에 놓여 있다. 진공의 유전율은 ε_0이다. 중력 가속도는 g이다.

상전극의 위치를 나타내기 위해서 유전체 윗면으로부터 약간 위의 위치를 $z=0$이라 하고, 연직 위 방향으로 z축을 잡는다. 상전극의 위치가 $z=0$일 때, 상전극과 유전체 윗면의 거리는 무시할 수 있을 정도로 작다. 전하는 도선을 통해 상전극과 하전극 사이만 이동한다.

초기 조건에서 그림 2-1과 같이 스위치는 열려 있고, 하전극은 전하 $+Q$를 띠고 있었다. 상전극은 전하를 띠지 않고, 평형을 이루는 위치 $z=h_0$에 정지해 있었다.

이들 금속판으로 만들어진 축전기를 포함한 회로에 대해서 아래 물음에 답하시오. 단, 금속판의 넓이는 충분히 크고 가장자리 효과는 무시할 수 있다. 상전극에 연결된 도선은 상전극의 운동에는 영향을 주지 않는다. 전하의 이동이나 금속판의 진동에 수반하는 전자파의 발생은 무시할 수 있다.

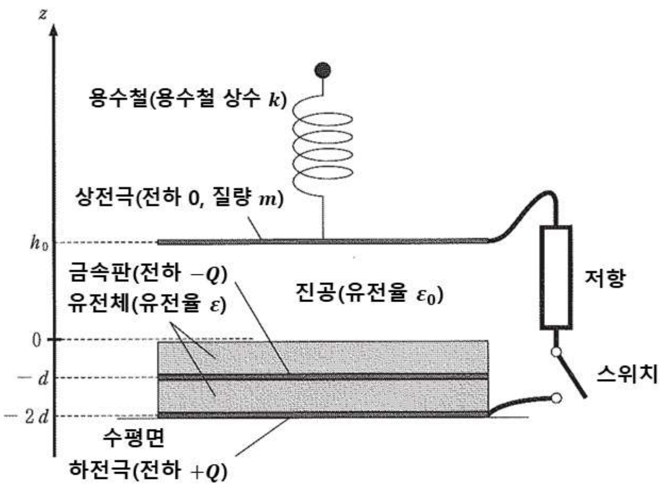

그림 2-1

Ⅰ 먼저 그림 2-1에서 보이는 바와 같이 하전극은 $+Q$의 전하를 띠고 있고, 스위치는 열려 있다. 상전극은 평형을 이루는 위치 $z=h_0$에 있고, 전하를 띠고 있지 않다.

(1) 유전체에 포함된 금속판의 전위를 구하시오. 하전극을 전위의 기준(전위 0)으로 한다.

다음으로 그림 2-2 (가)와 같이 상전극을 $z=0$의 위치에 고정하고 스위치를 닫는다. 충분히 긴 시간이 지난 뒤 상전극의 전하는 일정해졌다.

(2) 상전극의 전하를 구하시오.

계속해서 그림 2-2 (나)와 같이 스위치를 연 후 상전극에 외력을 가해 어떤 위치까지 천천히 이동시킨다. 이 위치에서 상전극을 자유롭게 움직이게 했더니 그림 2-2 (다)와 같이 정지된 상태로 있었다.

(3) 상전극의 z좌표를 구하시오.

(4) 상전극의 전위를 구하시오. 하전극을 전위의 기준(전위 0)으로 한다.

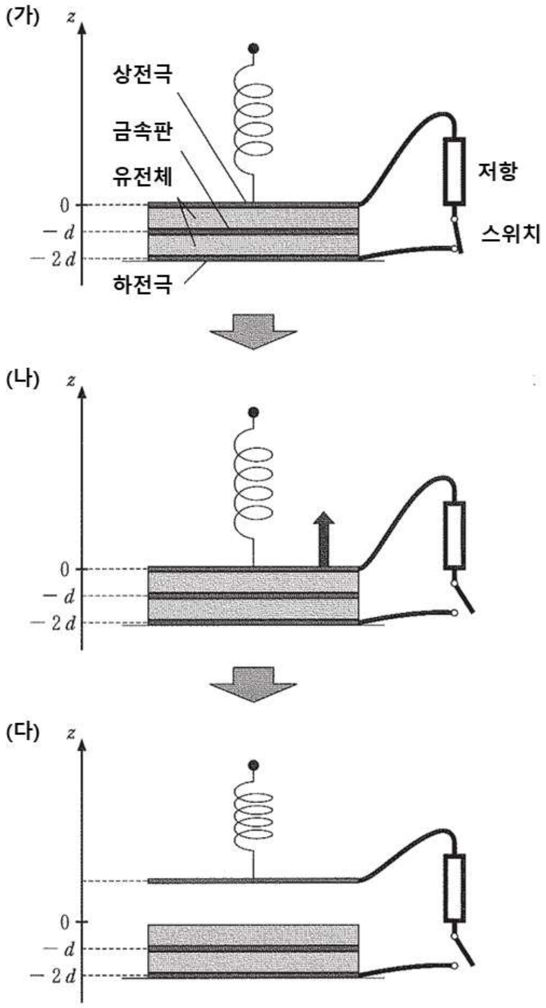

그림 2-2

Ⅱ 다음으로 그림 2-3 (가)→(나)→(다)→⋯→(바)→(사)에서 보이는 순서로 상전극을 움직이며 스위치를 여닫을 때 전하의 이동과 저항의 발열을 알아보자.

그림 2-3 (가)와 같이 상전극을 $z=0$으로 이동시키고 스위치를 닫았다. 충분한 시간이 지난 뒤 상전극의 전하는 일정해졌다. 다음으로 그림 2-3 (나)와 같이 스위치를 열고 상전극을 자유롭게 움직이게 했더니 위쪽 방향으로 가속도운동을 시작했다. 상전극은 그림 2-3 (다)와 같이 $z=h_1$까지 상승하여 속도가 0이 되었다. 이 위치에서 상전극이 더 이상 움직이지 않고 고정되었다.

(1) h_1을 구하시오.

그림 2-3 (라)와 같이 스위치를 닫았더니 저항에 전류가 흐르며 열이 발생했다. 충분히 긴 시간이 흐른 뒤 발열은 멈추고 상전극의 전하량이 일정한 값 $\dfrac{Q}{10}$가 되었다.

(2) 스위치를 닫은 사이 저항의 발열량 합계를 h_0, k를 이용해 h_1을 포함한 식으로 답하시오.

그림 2-3 (마)와 같이 상전극에 추를 달고 스위치를 연 뒤 상전극을 자유롭게 움직이게 했더니 상전극은 하강하기 시작했고 유전체에 충돌하는 일 없이 속도가 0이 되었다. 그림 2-3 (바)와 같이 최저점은 $z=0$이었다. 이 위치에서 상전극은 더 이상 움직이지 않고 고정되었다.

(3) 추의 질량을 구하시오.

그림 2-3 (바)와 같이 추를 제거하고 스위치를 닫았더니 저항에 전류가 흐르며 열이 발생했다. 충분히 긴 시간이 흐른 뒤 발열은 멈추고 그림 2-3 (가)에서 보이는 바와 같이 처음 상태로 되돌아갔다.

(4) 그림 2-3에서 보이는 한 사이클이 지나는 동안 저항의 발열량 합계를 h_0, k를 이용해 h_1을 포함한 식으로 답하시오.

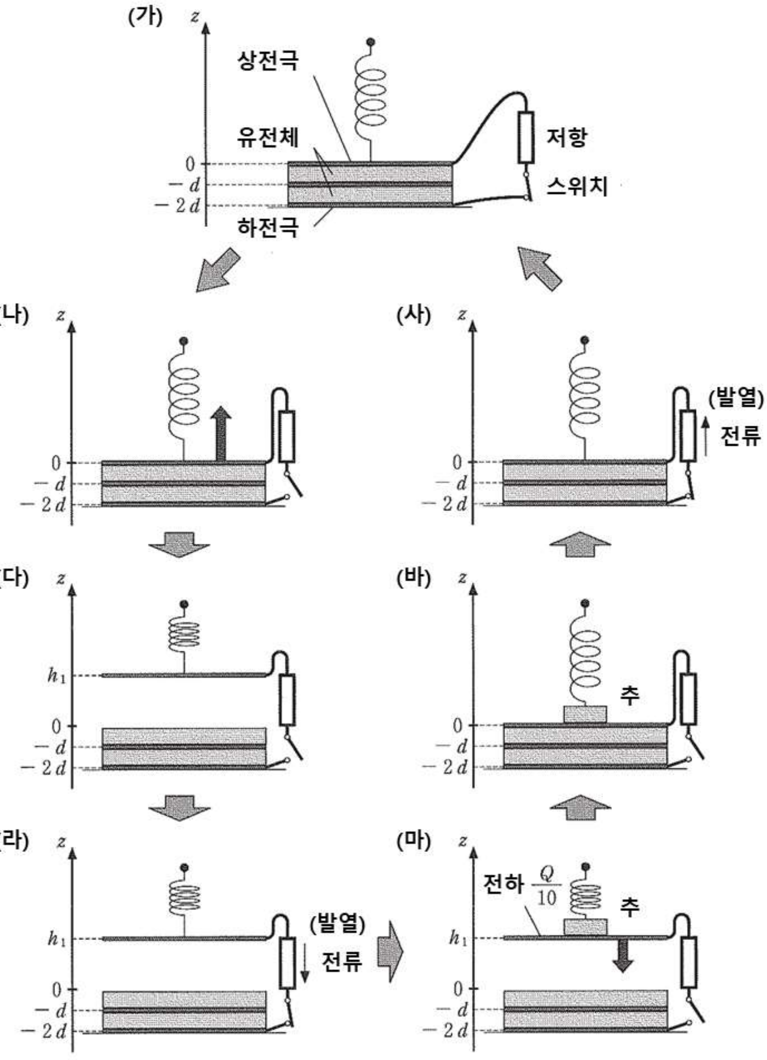

그림 2-3

3. 음파에 관한 아래 물음에 답하시오. 공기 중의 음속은 V이고, 바람의 영향은 무시한다.

Ⅰ x축 양과 음의 방향으로 음파를 발생시키는 음원이 일정한 속력 $v_s (v_s < V)$로 x축 위를 양의 방향으로 운동하고 있다. 음원의 진동수는 f_0로 일정하다. 시간 $t=0$에 음원은 $x=0$인 원점 O를 통과한다. 음원의 크기는 무시할 수 있다.

그림 3-1과 같이 $x=L$인 점 P가 있다. 단 $L>0$이다. 시간 $t=0$에 음원에서 발생한 음파가 점 P에 도달한 시간은 t_1이다.

(1) 시간 t_1에 음원에서 발생한 음파가 점 P에 도달한 시간을 f_0, v_s, V, L 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(2) 점 P에서 음파의 위상이 2π만큼 변화하기 위해 필요한 시간을 f_0, v_s, V, L 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

계속해서 그림 3-2와 같이 반사판을 점 P에 둔다. 음원에서 직접 도달한 음파와 반사판에 반사된 상태로 도달한 음원의 간섭에 의해 맥놀이가 생겼다.

(3) 관측자가 음원과 같이 운동하는 경우를 생각해보자. 관측자와 음원의 거리는 가까워 관측자는 음원과 같은 위치에 있다고 생각해도 좋다. 음원이 반사판에 도달하기까지 사이에 관측된 맥놀이의 진동수(맥놀이 주기의 역수)를 f_0, v_s, V, L 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(4) 관측자가 $x=\dfrac{L}{2}$인 점 Q에 정지해 있는 경우를 생각해보자. 어느 시각에 맥놀이가 관측되기 시작했다. 맥놀이가 관측되기 시작한 시간과 관측된 맥놀이의 진동수를 각각 f_0, v_s, V, L 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오. 단, 음원이 원점 O를 통과할 때, 반사판에 반사된 음파는 원점 O에 도달한 것으로 한다. 또한 음원의 운동은 관측자에 영향을 받지 않고, 음파는 음원이나 관측자에게 가려지지 않는다.

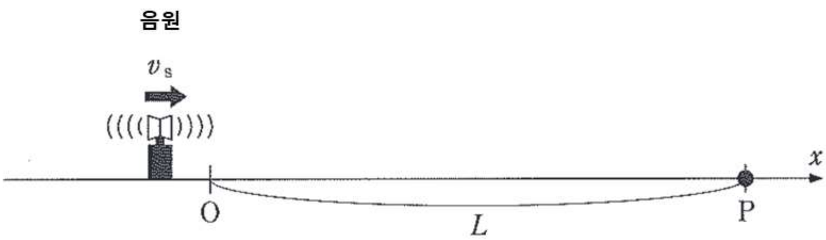

그림 3-1

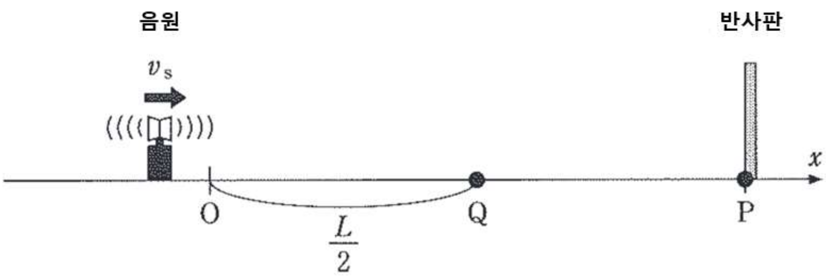

그림 3-2

Ⅱ 음원에서 나온 음파의 진동수가 시간 t에 따라 변화하는 경우를 생각해보자. 음원은 원점 O에 정지해 있다. 반사판은 x축 위를 운동할 수 있다. 음원의 크기는 무시할 수 있다.

음원에서 $0 < t < T$ 사이 동안 진동수가 그림 3-3 (A) 및 3-3 (B)와 같이 시간에 따라 변화하는 음파를 발생시킨다. 시간 $t\,(0 < t < T)$에 대해 각각의 진동수는, f_1을 양의 상수라 할 때 $\left(2-\dfrac{t}{T}\right)f_1$과 $\left(1+\dfrac{t}{T}\right)f_1$으로 주어진다. 단, T는 $\dfrac{1}{f_1}$에 비해 충분히 크다.

음원에서 직접 닿는 음파와 반사되어 닿는 음파의 간섭에 의한 맥놀이를 음파의 바로 가까이에서 관측한다. 관측하는 위치와 음원의 거리는 충분히 가까워 무시할 수 있다. 이 맥놀이의 관측을 이용해 반사판의 위치나 속도를 계측하는 것을 생각해볼 수 있다. 또한 음원에서 발생한 음파는 반사판에 반사된 뒤 음파의 주기보다 충분히 긴 T보다도 충분히 짧은 시간에 음원의 위치에 도달하게 된다.

(1) 진동수가 그림 3-3 (A)과 같이 시간에 따라 변화하는 음파를 음원에서 발생시킨다. 그림 3-4과 같이 반사판은 위치 $x = L_0$에 정지해 있다. 단, $L_0 > 0$이다. 이때 맥놀이의 진동수는 f_{h}이다. L_0를 f_{h}, f_1, T, V 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

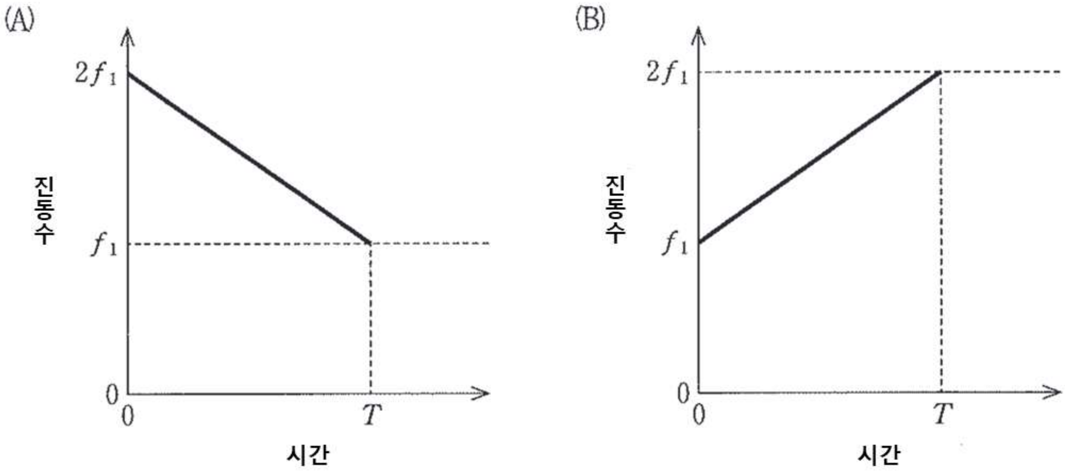

그림 3-3

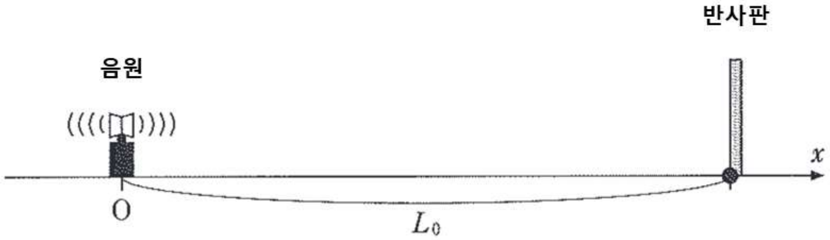

그림 3-4

다음으로 그림 3-5와 같이 반사판이 음원을 향해 일정한 속도 v_r로 가까이 다가오는 경우를 생각해보자. 단, 시간 $t=0$에서 반사판의 위치는 $x=L_0$이고, $v_r<\frac{L_0}{4T}$이다.

(2) 진동수가 그림 3-3 (A)와 같이 시간에 따라 변화하는 음파를 음원에서 발생시킨다. 시간 $t=0$에 음원에서 발생한 음파는 어느 위치 $x=L_\mathrm{A}$에서 반사판에 의해 반사되어 시간 $t=t_{\mathrm{A}0}$에 원점 O에 도달했다. 시간 $t=t_{\mathrm{A}0}$에 관측된 맥놀이의 진동수를 f_1, T, v_r, V, L_A 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(3) 진동수가 그림 3-3 (B)와 같이 시간에 따라 변화하는 음파를 음원에서 발생시킨다. 시간 $t=t_\mathrm{s}$에 음원에서 발생한 음파는 어느 위치 $x=L_\mathrm{B}$에서 반사판에 의해 반사되어 시간 $t=t_\mathrm{B}$에 원점 O에 도달했다. 단, $0<t_\mathrm{s}<\frac{\mathrm{T}}{2}$이다. 시간 $t=t_\mathrm{B}$에 관측된 맥놀이의 진동수를 f_1, t_s, T, v_r, V, L_B 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(4) 진동수가 3-3 (A)와 그림 3-3 (B)와 같이 시간에 따라 변화하는 음파를 음원에서 동시에 발생시킨다. 진동수가 그림 3-3 (A)와 같이 시간에 따라 변화하는 음파와 이 음파가 반사판에 의해 생긴 맥놀이의 진동수를 f_h^A, 진동수가 그림 3-3 (B)와 같이 시간에 따라 변화하는 음파와 이 음파가 반사판에 의해 생긴 맥놀이의 진동수를 f_h^B라 하자. 맥놀이 진동수의 차 $\Delta f_\mathrm{h}=|f_\mathrm{h}^\mathrm{A}-f_\mathrm{h}^\mathrm{B}|$를 f_1, T, v_r, V 가운데 필요한 것을 이용해 나타내시오.

(5) 물음 Ⅱ (4)에서 구한 Δf_h를 측정하여 v_r을 구할 수 있다. $\Delta f_\mathrm{h}=5.0\times10^2\,\mathrm{Hz}$, $f_1=3.0\times10^4\mathrm{Hz}$, $T=0.60\mathrm{s}$, $V=3.4\times10^2\mathrm{m/s}$일 때 v_r을 유효숫자 2자리로 구하시오.

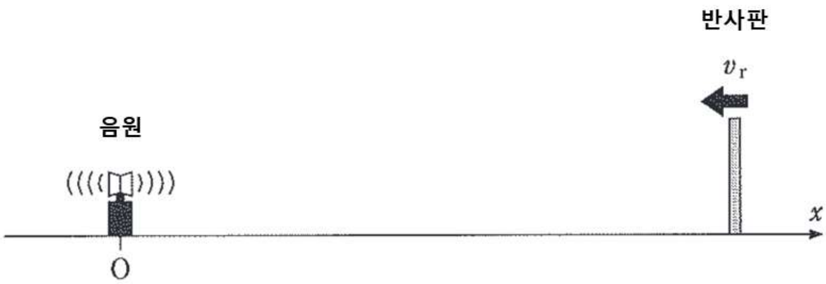

그림 3-5

1. Ⅰ (1) 최고점의 x좌표를 x_1이라 하자. 에너지 보존 법칙에 의해

$$mgx_1\sin\theta_1 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = -\mu' mg\,x_1\cos\theta_1 \quad \therefore x_1 = \underline{\frac{{v_0}^2}{2g(\sin\theta_1 + \mu' cos\theta_1)}}$$

(2) 돌아왔을 때의 속도를 v_1이라 하자. 에너지 보존 법칙에 의해

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = -2\mu' mgx_1\cos\theta_1 \quad \therefore v_1 = \underline{-v_0\sqrt{\frac{\sin\theta_1 - \mu' cos\theta_1}{\sin\theta_1 + \mu' cos\theta_1}}}$$

Ⅱ (1) 물체 A의 가속도를 a_2라 하면 운동방정식은

$$ma_2 = \mu' mg\cos\theta_2 - mg\sin\theta_2 \quad \therefore a_2 = g(\mu' cos\theta_2 - \sin\theta_2)$$

물체 A의 속도가 벨트와 같아지는 시각은 $\dfrac{V}{g(\mu' cos\theta_2 - \sin\theta_2)}$이고, 이 시각 이후는 등속도운동을 한다.

따라서 시간 t에 따른 속도는 $\begin{cases} \underline{(\mu' cos\theta_2 - \sin\theta_2)gt} & \left(0 < t \le \dfrac{V}{g(\mu' cos\theta_2 - \sin\theta_2)}\right) \\ \underline{V} & \left(t > \dfrac{V}{g(\mu' cos\theta_2 - \sin\theta_2)}\right) \end{cases}$

(2) 물체 A가 원점으로 돌아왔을 때의 속도는 $\underline{v_0}$

Ⅲ (1) 물체 B의 힘의 평형은

$$kd_0 - mg\sin\theta_3 = 0 \quad \therefore d_0 = \underline{\frac{mg\sin\theta_3}{k}}$$

(2) 물체 A의 힘의 평형은

$\mu' mg\cos\theta_3 - kd_0 - mg\sin\theta_3 = 0$ (1)을 이용하면 $\mu' = \underline{2\tan\theta_3}$

(3) 물체 A와 물체 B의 무게중심의 가속도 a_0는 $a_0 = \dfrac{\mu' cos\theta_3 - 2\sin\theta_3}{2}g = 0$

따라서 $v_{\mathrm{G}} = \dfrac{V}{2}$

(4) 무게중심 G에 대한 물체 B의 상대속도는 $v_{\mathrm{GB}} = \dfrac{V}{2}\cos\sqrt{\dfrac{2k}{m}}t$

물체 B의 속도 v_{B}는 $v_{\mathrm{B}} = v_{\mathrm{GB}} + v_{\mathrm{G}}$ 따라서 $v_{\mathrm{B}} = \underline{\dfrac{V}{2} + \dfrac{V}{2}\cos\sqrt{\dfrac{2k}{m}}t}$

물체 A의 속도 v_{A}는 $v_{\mathrm{A}} = \dfrac{V}{2}\left(1 - \cos\sqrt{\dfrac{2k}{m}}t\right)$

$t = t_1$일 때 $v_{\mathrm{A}} = V$이므로 $t_1 = \underline{\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}}$

(5) 물체 A에 대한 물체 B의 속도 v_{AB}는 $v_{\mathrm{AB}} = -V\cos\sqrt{\dfrac{k}{m}}(t - t_1)$

물체 B의 속도 v_{B}는 $v_{\mathrm{B}} = v_{\mathrm{AB}} + V = \underline{V\left\{1 - \cos\sqrt{\dfrac{k}{m}}(t - t_1)\right\}}$

(6) 물체 A에 대한 물체 B의 단진동의 진폭은 $V\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

용수철의 최대 길이는 $d_0 + V\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, 이때 물체 A에 작용하는 정지마찰력은 $k\left(d_0 + V\sqrt{\dfrac{m}{k}}\right) + mg\sin\theta_3$

물체 A가 벨트에 대해 정지할 조건은 $k\left(d_0 + V\sqrt{\dfrac{m}{k}}\right) + mg\sin\theta_3 \le \mu mg\cos\theta_3$

(1)의 답을 이용하면 $\underline{\mu \ge 2\tan\theta_3 + \dfrac{V}{g\cos\theta_3}\sqrt{\dfrac{k}{m}}}$

2. Ⅰ (1) 하전극과 금속판이 만드는 축전기의 전기용량을 C라 하면 $C=\dfrac{\varepsilon L^2}{d}$이므로 하전극과 금속판의

전위차는 $\dfrac{Q}{C}=\dfrac{d}{\varepsilon L^2}Q$이고 구하는 전위는 $\underline{-\dfrac{d}{\varepsilon L^2}Q}$

(2) 같은 전기용량을 가진 축전기를 병렬연결한 것으로 볼 수 있으므로 $\underline{\dfrac{Q}{2}}$

(3) 상전극과 유전체 사이의 전기장을 E_0라 하면 $E_0=\dfrac{Q}{2\varepsilon_0 L^2}$

구하려는 좌표를 z_0라 하면 힘의 평형으로부터 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{Q}{2}\times E_0=k(h_0-z_0)$ $\therefore z_0=\underline{h_0-\dfrac{Q^2}{8k\varepsilon_0 L^2}}$

(4) 유전체 내의 전기장이 금속판의 위아래로 같은 크기에 방향이 반대이므로 $z=0$의 전위도 0이 된다.

따라서 구하려는 전위는 $E_0 z_0=\underline{\dfrac{Q}{2\varepsilon_0 L^2}\left(h_0-\dfrac{Q^2}{8k\varepsilon_0 L^2}\right)}$

Ⅱ (1) 단진동의 중심좌표가 z_0이고 $z=h_1$은 최고점이므로 $h_1=2z_0=\underline{2\left(h_0-\dfrac{Q^2}{8k\varepsilon_0 L^2}\right)}$

(2) 상전극과 유전체가 만드는 축전기의 전기용량을 C_1이라 하면,

스위치를 닫기 전 저장된 에너지는 $U_1=\dfrac{1}{2C_1}\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2+2\times\dfrac{1}{2C}\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2$

스위치를 닫고 충분히 긴 시간이 흐른 뒤 $U_2=\dfrac{1}{2C_1}\left(\dfrac{Q}{10}\right)^2+\dfrac{1}{2C}\left(\dfrac{Q}{10}\right)^2+\dfrac{1}{2C}\left(\dfrac{9Q}{10}\right)^2$

구하려는 발열량을 W_1이라 하면 $W_1=U_1-U_2$, $C_1=\dfrac{\varepsilon_0 L^2}{h_1}$, $C=\dfrac{\varepsilon L^2}{d}$이므로 $W_1=\underline{\dfrac{Q^2}{25L^2}\left(\dfrac{3h_1}{\varepsilon_0}-\dfrac{4d}{\varepsilon}\right)}$

(3) 최저점이 $z=0$이므로 추를 단 뒤 단진동의 중심좌표는 Ⅰ (3)과 같이 z_0여야 한다. 추의 질량을 M이라 하자. 전하가 감소한 뒤 상전극과 유전체 사이의 전기장을 E_1이라 하면 $E_1=\dfrac{Q}{10\varepsilon_0 L^2}$

전하가 이동하면서 상전극에 걸리는 연직 아래 방향의 힘은 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{Q}{2}\times E_0-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{Q}{10}\times E_1$만큼 감소한다.

이것이 Mg와 같으므로, $M=\underline{\dfrac{3Q^2}{25g\varepsilon_0 L^2}}$

(4) 다시 스위치를 닫고 충분히 긴 시간이 흐른 뒤 발열량을 W_2라 하면

$W_2=\dfrac{1}{2C}\left(\dfrac{Q}{10}\right)^2+\dfrac{1}{2C}\left(\dfrac{9Q}{10}\right)^2-2\times\dfrac{1}{2C}\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2$이므로 $W_1+W_2=\dfrac{1}{2C_1}\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2C_1}\left(\dfrac{Q}{10}\right)^2=\underline{\dfrac{3Q^2}{25\varepsilon_0 L^2}h_1}$

(별해) 발열량의 합은 추의 위치에너지의 감소분과 같으므로 $Mgh_1=\underline{\dfrac{3Q^2}{25\varepsilon_0 L^2}h_1}$

3. Ⅰ (1) $t_1 = \dfrac{L}{V}$이고, 구하는 시간은 $t_1 + \dfrac{L - v_s t_1}{V} = \underline{\left(2 - \dfrac{v_s}{V}\right)\dfrac{L}{V}}$

(2) 관측된 음파의 진동수는 $\dfrac{V}{V - v_s} f_0$이고, 이것의 1주기이므로 $\underline{\dfrac{V - v_s}{V f_0}}$

(3) $\dfrac{V + v_s}{V - v_s} f_0 - f_0 = \underline{\dfrac{2 v_s}{V - v_s} f_0}$

(4) 맥놀이가 관측되기 시작하는 것은 음원이 점 Q를 통과한 직후이므로 그 시간은 $\underline{\dfrac{L}{2 v_s}}$

맥놀이의 진동수는 $\left|\dfrac{V}{V - v_s} - \dfrac{V}{V + v_s}\right| f_0 = \underline{\dfrac{2 v_s V}{V^2 - {v_s}^2} f_0}$

Ⅱ (1) 맥놀이의 진동수는 $f_h = \left|\left(2 - \dfrac{2L_0}{TV}\right) - 2\right| f_1 = \dfrac{2L_0}{TV} f_1$이므로 $L_0 = \underline{\dfrac{f_h}{2 f_1} TV}$

(2) $f_A(t) = \left(2 - \dfrac{t}{T}\right) f_1$라 하자. $t_{A0} = \dfrac{2L_A}{V}$이고, 관측된 진동수는

$$\text{직접음: } f_A(t_{A0}) = \left(2 - \dfrac{t_{A0}}{T}\right) f_1,\ \text{반사음: } \dfrac{V + v_r}{V - v_r} \cdot f_A(0) = \dfrac{V + v_r}{V - v_r} \cdot 2 f_1$$

(A)에서는 반사음의 진동수가 더 크므로, 맥놀이의 진동수는

$$\dfrac{V + v_r}{V - v_r} \cdot 2 f_1 - \left(2 - \dfrac{t_{A0}}{T}\right) f_1 = \underline{2\left(\dfrac{2 v_r}{V - v_r} + \dfrac{L_A}{VT}\right) f_1}$$

(3) $f_B(t) = \left(1 + \dfrac{t}{T}\right) f_1$라 하자. $t_B = t_s + \dfrac{2L_B}{V}$이고, 관측된 진동수는

$$\text{직접음: } f_B(t_B) = \left(1 + \dfrac{t_B}{T}\right) f_1,\ \text{반사음: } \dfrac{V + v_r}{V - v_r} \cdot f_B(t_s) = \dfrac{V + v_r}{V - v_r} \cdot \left(1 + \dfrac{t_s}{T}\right) f_1$$

(B)에서는 직접음의 진동수가 더 크므로, 맥놀이의 진동수는

$$\left(1 + \dfrac{t_B}{T}\right) f_1 - \dfrac{V + v_r}{V - v_r} \cdot \left(1 + \dfrac{t_s}{T}\right) f_1 = \underline{2\left\{\dfrac{L_B}{VT} - \dfrac{v_r}{V - v_r} \cdot \left(1 + \dfrac{t_s}{T}\right)\right\} f_1}$$

(4) 음파가 반사될 때 반사판의 위치를 L이라 하면

$$f_h^A = 2\left(\dfrac{2 v_r}{V - v_r} + \dfrac{L}{TV}\right) f_1,\ f_h^B = 2\left(\dfrac{L}{VT} - \dfrac{v_r}{V - v_r}\right) f_1$$

이므로, $\Delta f_h = |f_h^A - f_h^B| = \underline{\dfrac{6 v_r}{V - v_r} f_1}$

(5) (4)의 결과로부터 $v_r = \dfrac{\Delta f_h}{6 f_1 + \Delta f_h} V = \dfrac{5.0 \times 10^2}{6 \times 3.0 \times 10^4 + 5.0 \times 10^2} \times 3.4 \times 10^2 \fallingdotseq \underline{0.94 \mathrm{m/s}}$