2025 대학수학능력시험 수학영역 대비

–

FINAL 마지막 정리

Step 0. 확신

 고등학교 수학 교과 과정에서는 수학 내용의 극히 일부를 다룬다. 문제를 어렵게 내는 것에 한계가 있기 때문에, 문제의 난도를 일정 수준(쉬운4점)까지 올린 후 포장을 열심히 해서 14번/22번/28번/30번에 출제하고 있다. 겉보기에 어려운 이 문제들의 포장을 풀고 나면 쉬운4점 혹은 어려운3점 정도의 난도로 충분히 풀 수 있는 문제가 될 가능성이 크다. 다만, 이런 특성 때문에 호흡이 길어지게 되는데 문제 푸는 시간이 길어진다고 해서 중간에 포기해서는 안된다. 어려워서 오래걸리는 것이 아니라, 포장을 벗기는 것에 많은 시간이 들기 때문이다.
 따라서, 지금까지 열심히 해온 학생들은 적어도 2025학년도 수능 시험 문제에서 풀지 못하는 문제가 없을 것이다. 문제를 풀기 전에 겁부터 먹으면 안된다. 경향상 어떤 번호에 어떤 난도의 문제가 나올 것인지 알 수 없기 때문에 문제가 달고 있는 번호에 속아서 겁부터 먹게 된다면 충분히 풀 수 있는 문항임에도 막히게 될 수 있다. 풀 수 있다는 확신을 가지고 자신감 있게 풀이에 들어가야 고득점을 얻을 수 있다.

Step 1. 풀이 전 감상

 문제를 풀기 전에 문제를 읽는 것 부터 해야한다. 문제를 처음부터 끝까지 꼼꼼히 읽으며 곱씹는 ‘감상’이 필요하다. 이 과정에 시간을 많이 쏟아야 문제 풀이 전체의 시간이 줄어들게 된다. 밑바탕을 잘 깔고 ‘내가 해야하는 것이 무엇인지’, ‘내가 할 수 있는 것이 무엇인지’에 대해 고민한 뒤 푸는 사람을 무의미한 식을 적고 계산부터 하는 사람이 따라갈 수 없을 것이다.

Step 1-1. 풀이 방향성에 대한 감상

 수능 수학 문제풀이는 가장 큰 범주에서 두가지로 나뉜다.

A. 연역적 풀이
 문제풀이 방향이 명확하고 해야하는 행동이 분명한 풀이 ex) 250609 250614

#250609
함수의 연속성을 따지는 문제이다. 불연속 의심지점 ‘x=0’을 좌극한 우극한에 대입하고 극한값이 같다를 풀면 된다.

#250614
복잡한 로그식의 값이 양수가 되도록하는 n의 개수가 12개이다. 일단 복잡한 로그식을 정리(밑 통일)한 뒤 ‘진수부분이 1보다 크다’를 만족하면 식의 값이 양수가 될 것이다.

B. 귀납적 풀이
 문제풀이 방향이 명확하지 않은 대신 할 수 있는 행동은 명확한 풀이 ex) 250620 250629

#250620
y=asinx+b의 그래프가 직선들과 만나는 점의 집합의 원소의 개수를 3개로 맞추어야 한다. 이 함수의 그래프가 어떻게 생겼는지 어떻게 3개가 될 것인지는 명확하지 않지만 구간 내에서 함수를 그려 놓고 3개가 되도록 직선들을 움직여가며 관찰해야한다.

#250629
함수 f(x)에 대한 함수 g(x)가 미분가능하다. 3개의 미지수 때문에 어떻게 문제가 풀릴지 감은 안오지만, 할 수 있는 행동은 f(x)를 미분하는 것 뿐으로 명확하다.

대부분 연역적 풀이의 문제보다 귀납적 풀이의 문제가 오답률이 높다. 250629문항의 경우 f(x)를 미분하게 되면 관찰 지점이 명확해지지만, 미분하기 전에 막혀 무엇을 해야할지 모르고 미분조차 하지 않는다면 풀기 어려운 문항이다.
 물론 한 문항에서 연역적 풀이와 귀납적 풀이가 동시에 가능한 경우도, 연역적 귀납적 풀이가 모두 필요한 경우도 있지만. 범주를 구분 함에 있어서 가장 중요한 것은, 문제풀이 방향이 명확하지 않고 잘 모르겠다면 이 문제는 귀납적으로 풀어야 함을 인지하고 할 수 있는 행동부터 하는 것이다.

Step 1-2. 문제가 가지고 있는 특이점/결정적 조건에 대한 감상

수능 수학 문제는 각 문항마다 명확히 1개의 답만이 존재한다. 수2를 예로 들어, 3차함수만 해도 셀 수 없이 많은 개형들이 있을 텐데 이 중에 하나를 결정하기 위해서는 문항이 주는 결정적인 조건이 존재할 것이다. 이러한 특이점으로 가능한 case를 확 줄이고 나머지 조건들이 디테일한 계수들을 조정할 것이다.

#250610
cosB=cosC 조건은 각 B와 각 C가 같다는 조건으로 치환된다. 이 핵심 조건이 삼각형을 이등변 삼각형으로 만든다.

#250622
($\sqrt{n}$이 자연수이고, an이 >0 인 경우)의 수열 case분류는 수열 an에 있어서 특이항이 4항 (5항) 9항 (10항) 임을 알 수 있다. 정추적, 역추적 모두 가능한 수열 문제이지만 특이항이 존재함을 인지하고 푸는 사람과 그렇지 않은 사람의 나열 속도는 다를 수 밖에 없다.

#250914
기울기가 3이고 길이에 $\sqrt{10}$이 곱해진다. 기울기에 대한 조건은 직각삼각형으로 치환되며 $\sqrt{10}$과 엮여 결정적 조건이 된다.

이처럼 대부분의 문항에는 특이점/결정적 조건들이 있다. 이 특이점 들을 위주로 관찰하는 것이 문제풀이를 짧게 하는 방법이 된다. 예전 수능시험 만큼 특수(접하는 직선 등)한 상황만을 물어 보고 있지는 않지만, 그냥 나열식 수열 문제가 출제 되도 수열의 특이항이 존재하는 것 처럼 결정적 조건은 존재할 수 밖에 없다. 문제 풀이 전에 이런 결정적 조건들을 파악하는 것이 좋고 풀이 중에도 문제가 풀리지 않는다면 내가 어떤 결정적인 조건을 놓치고 있었는지 되돌아가야한다.

Step 1-3. 구하는 값에 대한 감상

도형문제를 포함하여 대다수의 문제가 구하는 값이 문제풀이의 중요한 조건 중 하나가 될 수 있다. 특히 합이나 차, 곱으로 표현되는 식의 값을 구하는 문제들에서 미지수를 각각 구해야하는지 아니면 합이나 차, 곱으로 한번에 구할 수 있는지가 중요해진다. 250914문항의 경우 x1+x2+x3의 값을 구해야 했는데 대칭성을 활용하면 각각은 구할 수 없지만 합은 구할 수 있었다. 문제를 읽다보면 문제 마지막을 대충읽게되는 경우가 있는데 절대 그래서는 안된다. 문제를 읽을 때 마지막 물음표까지 꼼꼼히 읽는 것이 중요하다.

Step 2. 선택

문제 풀이 전이나 후에 우리는 무수히 많은 선택들을 하게 될 것이다. 최고의 선택은 아니더라도 문제를 풀기 위한 최선의 선택은 해야 하기 때문에 선택을 하기 전 잠깐 멈춰 생각해보는 것이 중요하다. 내가 이 풀이를 선택했을 때 앞으로 내가 무엇을 하게 될 것인지 예측하고 문제 풀이가 짧고 간결해지는 풀이를 선택하는 것이 잠깐 멈춰 사용한 시간보다 훨씬 많은 시간을 단축해 줄 것이다.

#250911
두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치를 주고 위치가 같아지는 순간 두 점 P,Q의 가속도를 p,q라 정의하고 p-q의 값을 물어보고 있다. 우리는 이 문제를 풀기 전 두가지의 선택지가 있다.
1. x1, x2를 따로 따로 계산할 것인가 / 2. x1-x2로 묶어서 계산할 것인가.
구하는 값을 보면 2번이 유리할 것이다. 위치가 같아지는 순간은 x1-x2=0이 되는 순간임으로 이 때의 t값을 구하고 두번 미분한 식에 t값을 대입하면 바로 정답이 나오게 된다.

#250913 두 함수의 근을 구해야하는가 vs 구하지 않아도 되는가
#250915 구간 통일 후 적분할 것인가 vs 미분할 것인가 (적분vs미분)
#250922 정추적 할 것인가 vs 역추적 할 것인가 vs 정추적과 역추적 둘다 할 것인가
#250614 밑을 4로 통일 할 것인가 vs 2로 통일 할 것인가
#241130 두번미분할 것인가 vs 도함수의 극대 극소를 볼 것인가

선택들을 둘 다 해보는 것도 좋은 공부 방법이다. 대부분의 경우 둘 중 하나가 유리할 것이다. 선택의 순간에서 잠깐 멈춰 어떤 선택이 최선이 될 것인가를 천천히 생각해봐야한다.

Step 3. 되돌아가기 (재선택)

 항상 최선의 선택을 했다고 단정할 수 없다. 이미 그 방향으로 문제를 풀고 있었지만 그게 답이 아닌 경우가 많다. 만약 내가 문제를 풀다가 1. 과하게 어려운 계산이거나 2. 정답이 나올 수 없는 상황이거나 3. 문제가 무리한 요구를 하고 있다고 느끼면 다시 되돌아가 다른 선택을 해야한다.

#250921
이 문항은 문제 풀이 전에 이 식을 보는 관점에 두가지 선택지가 있다.

1. 식을 기울기로 볼 것인가 2. 식 그자체로 볼 것인가 (기하vs대수)

대부분의 학생들이 문제를 처음 풀 당시 1번을 선택했다. 식이 너무나도 매력적으로 기울기 형태로 쓰여져 있기 때문이다. 하지만 기울기(기하)의 관점으로 식을 해석하는 것이 무리한 요구를 하고 있다고 느껴진다. 따라서 우리는 1번을 버리고 다시 되돌아가 2번으로 봐야만 하는 것이다.
*이 문항은 부등호의 양쪽이 같은 "특이점"을 먼저 봐야 풀 수 있다.

평가원은 우리에게 지나친 계산력이나 기하적 관찰을 요구하지 못한다. 따라서 이게 아니다 싶으면 다시 되돌아가서 다른 선택지를 선택하는 과정이 필수적이다. '이만큼 풀었으니까 아까워서'는 없다. 그 방법이 오답일 수 있기 때문에 과감하게 다른 방법을 택해야 한다. 물론 계산이 과해지고 있는 것은 사실이나 할 수 있는 계산과 할 수 없는 계산은 다르다. 재선택을 해야되는 순간은 후자로 그동안의 문제풀이 경험을 바탕으로 이렇게 푸는 것이 적합한지에 대한 의심을 항상 해야한다.

추가로 개형 추론에서 최고차를 양수로 가정하고 문제를 풀었을 때 정답인 개형이 나오지 않아 당황하는 경우가 종종 있다. 문제에서 최고차 계수의 부호에 대한 조건이 없으면 당연히 양수인 경우를 버리고 음수인 경우를 재선택 해야한다.

Step 4 관찰하기

귀납적 풀이, 개형추론, 함수추론, 수열추론 문항에서는 관찰력을 요구한다.
관찰에서 절대적으로 중요한 관점은 "전구간이 아니라 특이한 부분을 먼저 관찰할 것"이다. 특히 관찰관련 문제에서 "이걸 어떻게 해요?"라는 질문을 많이 받았는데 내가 해줄 수 있는 답은 특이한 구간 먼저 보라는 것 뿐이다. 보통은 거기서 정답이 나온다. 나머지 구간은 애초에 신경 쓸 필요가 없었던 것이다.

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k\,(k \geq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} 2x-k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $\int_0^x g(t)\left\{|t(t-1)|+t(t-1)\right\}dt \geq 0$이고
> $\int_3^x g(t)\left\{|(t-1)(t+2)|-(t-1)(t+2)\right\}dt \geq 0$이다.

$g(k+1)$의 최솟값은? [4점]

① $4-\sqrt{6}$ ② $5-\sqrt{6}$ ③ $6-\sqrt{6}$
④ $7-\sqrt{6}$ ⑤ $8-\sqrt{6}$

14. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+a}+b & (x \le -8) \\ -3^{x-3}+8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \le k\}$의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $3 \le k < 4$이다.

① 11　② 13　③ 15　④ 17　⑤ 19