

수학 영역

성명 이계진대

수험 번호 2 9 7 6 — 0 0 6 7

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 어케이 나 사랑니를 뺐어 사랑니를 뺐어 아팠어
- 어케이 나 사랑니를 뺐어 사랑니를 뺐어 아팠어
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- **공통과목** 1~8쪽
 - **선택과목**
- 미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\frac{5\sqrt{2}}{5}\right)^{\sqrt{2}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ③ 1 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

$9^{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 9^1$

2. 함수 $f(x) = (x^2 - 1)(x + 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$f'(x) = 2x(x+2) + x^2 - 1$
 $2 \times 3 + 0$

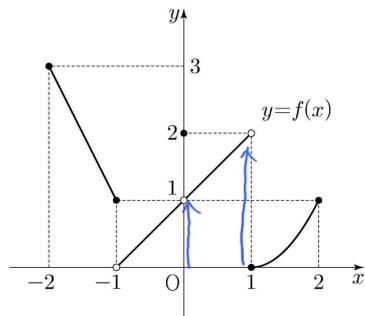
3. $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $5\sin\theta = 3\tan\theta$ 일 때,

$\tan\theta$ 의 값은? [3점]

$\cos\theta = \frac{3}{5} / \sin\theta = -\frac{4}{5} / \tan\theta = -\frac{4}{3}$

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 닫힌 구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$ 의
 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$f(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$

$f(-1) = -1 - 6 - 9 + 4 = -12$ ^{min}

$f(1) = 1 - 6 + 9 + 4 = 8$ ^{max} → -4

$f(2) = 8 - 24 + 18 + 4 = 6$

$3 \times 2 \times 4$

6. $\log_2 27 \times \log_3 25 \times \log_5 32$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$\int_2^x f(t) dt = x^3 + \frac{f(1)}{-3} x^2 + a$ $x=2$
 $0 = 8 - 12 + a$
 $\rightarrow a = 4$

를 만족시킬 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(x) = 3x^2 + 2f(1)x$
 $f(1) = -3$

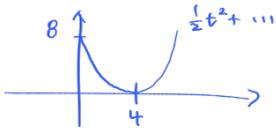
11. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(9)와 점 B(1)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$(v_1(t) = t^2 + 2t + 2), (v_2(t) = t^2 + t + k)$$

이다. 두 점 P, Q가 출발한 후 한 번만 만나도록 하는 실수 k 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$V_1(t) - V_2(t) \rightarrow V_3(t) = t + 2 - k$$



$$V_3(4) = 0 \rightarrow k = 6$$

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 > 0 \rightarrow$ 안됨 ($1 < r < r^2$)
 $a_1 < a_1 r^2 < a_1 r$ $a_1 < 0 \rightarrow r < r^2 < 1$ $-1 < r < 1$
 $a_1 < a_3 < a_2, a_1 \times a_3 = 16 \rightarrow a_2 > 0$
 $a_2 = 16 \rightarrow a_n = 4$

이고, 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이

$$b_n = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다. $b_p = q$ 를 만족시키는 두 실수 p, q 의 순서쌍 (p, q) 에 대하여 $p+q$ 의 최솟값은 -5 이다. b_3 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

$$p=2, q=-7 = a_3 - a_2 = 4(r-1) \rightarrow r = -\frac{3}{4}$$

$$b_3 = a_4 - a_3 = 4\left(\frac{9}{16} + \frac{3}{4}\right) = \frac{21}{4}$$

13. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & (x < a) \\ x - 3 & (x \geq a) \end{cases}$$

$a^2 + 4a = a - 3$
 $a^2 + 3a + 3$
 $D < 0$

가 $x = f(2a) - f(0)$ 에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

$a > 0$ $2a - 3 = a$
 $a = 3$

$a = 0$

$a < 0$ $4a^2 + 8a + 3 = a$
 $\rightarrow 4a^2 + 7a + 3 = 0$
 $(4a+3)(a+1) = 0$ $a = -1, -\frac{3}{4}$

$3 + 0 - 1 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

14. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = a^{x+1} + b, \quad g(x) = \log_a(x+1-b)$$

가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위에 있고 x 좌표가 1인 점을 A, 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점을 C라 하자.

점 C는 직선 $y = 2x$ 위의 점이고, 삼각형 ABC의 넓이는 4이다. $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
 ④ 4 ⑤ $2 + \sqrt{5}$



$A(1, a^2+b)$

$B(a^2+b-1, 2)$ $a > 1, b > 1$

$C(a^2+b-1, 2a^2+2b-2)$ $2a^2+2b-2 = a^{a^2+b} + b$

$$\frac{1}{2} \times \frac{(2a^2+2b-4)(a^2+b-2)}{(a^2+b-1)^2} = 4$$

$a^2+b=4$

$6 = a^4 + b = a^4 + 4 - a^2$
 $\rightarrow a^4 - a^2 - 2 = 0$
 $\rightarrow (a^2-2)(a^2+1) = 0$
 $a = \sqrt{2}, b = 2$

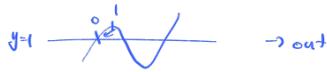
15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$f(x)f'(x+1) = f'(x+1) \rightarrow f(x+1) = 0 \text{ or } f(x) = 1$$

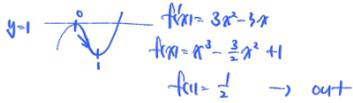
의 서로 다른 실근의 개수는 3이다. $f(0) = 1, f(1) < 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $2 - 3\sqrt{6}$ ② $2 - \frac{5}{2}\sqrt{6}$ ③ $2 - 2\sqrt{6}$
- ④ $2 - \frac{3}{2}\sqrt{6}$ ⑤ $2 - \sqrt{6}$

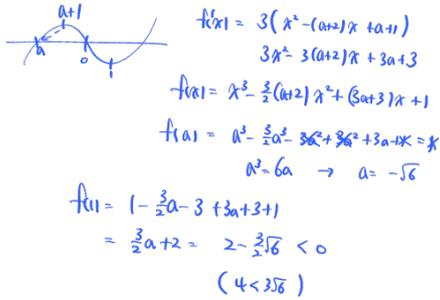
(i) $f'(0) > 0$



(ii) $f'(0) = 0$



(iii) $f'(0) < 0$



단답형

16. 방정식 $3^x = \left(\frac{1}{9}\right)^{x-9}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$3^{18-2x}$$

6

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$$

$$f(2) = 16 + 4 + 1$$

21

18. $a_2 = -1$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\begin{aligned} -d &= a_2 \\ a_6 &= a_7 + a_2 \end{aligned} \quad d=1 \quad \times 4 - 1 = 3$$

일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

3

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선

$y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y=2x+1$ 이다. $f(0)=1, f(3)=7$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x+1 + a(x-1)^2(x-3) \\ f(0) &= 9 + 4 \times a = 45 \end{aligned}$$

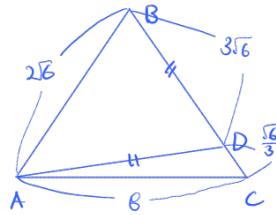
45

20. $\overline{BC} > \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가

$$\begin{aligned} \sin \angle C &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \overline{AC} &= 8, \cos(\angle ACB) = \frac{\sqrt{6}}{3} \\ \frac{8}{6\sqrt{2}} &= \sin \angle B = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned} \quad \overline{AB} = 2\sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{6}$$

이다. 선분 BC 위에 점 D를 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는 18π 이다. 삼각형 ACD의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$$\overline{BD} = \frac{2\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{\cos \angle B} = 3\sqrt{6}$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} \times \cos \angle B + \overline{AC} \times \cos \angle C$$

$$2\sqrt{6} \times \frac{1}{3} + 8 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$\overline{CD} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\overline{CD} \times \overline{AC} \times \sin(\angle ACB)$$

$$ACD = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$p+q = 7$$

7

$$\overline{BC} = \frac{10\sqrt{6}}{3} > \overline{B} = \overline{AC}$$

$$9\sqrt{6} > 12$$

$$190 > 144 \quad \text{참}$$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $\int_3^x f(t) dt = \int_0^x |f(t)| dt$ 를 만족시키는 실수 x 의 값의 범위는 $0 \leq x \leq 1$ 이다.

$f(6)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

$$\int_0^a f(t) dt + \int_3^0 f(t) dt = \int_0^a |f(t)| dt$$

$$0 \leq x \leq 1 \rightarrow \int_3^x f(t) dt = \int_0^x |f(t)| - f(t) dt = 0$$



$$f(x) = (x^2 - x)(a - x) = x^2x^2 - a(x^2 - x)$$

$$\int_0^3 f(x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - a \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \right]_0^3 = \frac{27}{3} - \frac{9}{2} - a \left(\frac{27}{3} - \frac{9}{2} \right) = \frac{45}{2} - \frac{9}{2}a$$

$$f(6) = 30(6 - a) = 30 \left(\frac{7}{2} \right) = 105$$

105

22. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 모든 항이 자연수이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad n^2 \leq S_n \leq n^2 + n$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_5 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하십시오. [4점]

$$n \geq 2 \quad n^2 - 2n + 1 \leq S_{n-1} \leq n^2 - n$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$n^2 \leq S_n \leq n^2 + 1$$

S_{n-1} 존재할 때 S_n 이 무조건 존재하는 a_n 의 범위 ($n \geq 2$)

$2n-1 \leq a_n \leq 2n \rightarrow$ 이때, $2n-1 \leq a_n \leq 2n$ 이므로, 귀납적으로 S_{n-1} 이 존재하도록 하는 a_n 이 존재.

	①	②	③	④	⑤	⑥	
	2	6	12	20	30	42	
4	1	4	9	16	25	36	($S_4 \geq 25$ 에서, $a_5 \geq 9$ 일 때 34567)
a	2	4	5	6	8	8	
		2					$\rightarrow \frac{11}{a_6}$ ok

$\rightarrow \min a_5 = 8$

	④	⑤	⑥	⑦	
	20	30	42	56	
4	16	25	36	49	($S_4 + a_5 + a_6 = S_6$)
		12	13	14	
2	3	5	6		$\rightarrow \max a_5 = 12$

20

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하십시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 8x}{1 - \cos 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$$\frac{(1 + \cos 2x) \times \sin 8x}{\sin^2 2x} = \frac{2 \times 8}{2 \times 2} = 4$$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = 2t + \cos t, \quad y = \sin^2 \frac{t}{2} \quad \frac{dx}{dt} = 2 - \sin t$$

에서 $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점] $\frac{dy}{dt} = 2 \times \frac{1}{2} \times \sin \frac{t}{2} \times \cos \frac{t}{2}$

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

25. 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x \frac{t \cdot f(t)}{g'(f(t))} dt = (x-1)e^x + f(1)$$

$f(1) = 1$

일 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① $-1-e$ ② $-e$ ③ $1-e$ ④ $2-e$ ⑤ $3-e$

$x \cdot f(x) = x e^x$ $f(x) = e^x$
 $f(x) = e^x - e + 1$
 $f(0) = 2 - e$

26. $x=0$ 에서 $x=4$ 까지의 곡선

$$y = \frac{1}{8}x^2 + x - \ln(x+4)$$

의 길이는? [3점] $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4}(x+4) - \frac{1}{x+4}$

- ① $\frac{9}{2} + \ln 2$ ② $5 + \ln 2$ ③ $\frac{11}{2} + \ln 2$
 ④ $6 + \ln 2$ ⑤ $\frac{13}{2} + \ln 2$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^4 \sqrt{\left(\frac{1}{4}(x+4) - \frac{1}{x+4}\right)^2 + 1} dx \\
 &= \int_0^4 \sqrt{\frac{1}{16}(x+4)^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{(x+4)^2}} dx \\
 &= \int_0^4 \left[\frac{1}{4}(x+4) + \frac{1}{x+4} \right] dx \\
 &= \left[\frac{1}{8}(x+4)^2 + \ln(x+4) \right]_0^4 \\
 &= 8 - 2 + \ln 8 - \ln 4 = 6 + \ln 2
 \end{aligned}$$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 - 3f(x) = 2\cos x + \frac{9}{4}$$

이다. $f(\pi) = 2$ 일 때, $f'(\frac{\pi}{2})$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{7}{12}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{12}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

$$(f(x) - \frac{3}{2})^2 = 2\cos x + \frac{9}{4} > 0$$

$$f(x) = \frac{3}{2} - \sqrt{2\cos x + \frac{9}{4}} \quad \text{or} \quad \frac{3}{2} + \sqrt{2\cos x + \frac{9}{4}}$$

$$f(\pi) = 2 \rightarrow \frac{3}{2} + \sqrt{2\cos \pi + \frac{9}{4}}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sin x}{2\sqrt{2\cos x + \frac{9}{4}}}$$

$$f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{2}{3}$$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값은? [4점]

(가) $x \leq 0$ 일 때, $f(x) = \int_2^x \sqrt{4f'(t) - 4} dt$ 이다.

(나) $x \geq 0$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $f(x) = ae^x + x + b$ 이다.

- ① $-4e$ ② $1-4e$ ③ $2-4e$ ④ $3-4e$ ⑤ $5-4e$

$$x \leq 0 \rightarrow f'(x) = \sqrt{4f(x) - 4}$$

$$(f(x))^2 - 4f(x) + 4 = 0$$

$$(f(x) - 2)^2 = 0 \rightarrow f(x) = 2$$

$$x \geq 0 \rightarrow f'(x) = ae^{x+1}$$

$$f'(0) = 2 \rightarrow a = 1$$

$$f(0) = \int_2^0 \sqrt{4(e^{t+1}) - 4} dt$$

$$= \int_2^0 2e^{\frac{t}{2}} dt$$

$$= [4e^{\frac{t}{2}}]_2^0 = 4 - 4e$$

$$\therefore x < 0, \quad f(x) = 2x + 4 - 4e$$

$$f(-1) = 2 - 4e$$

단답형

29. 첫째항이 자연수인 두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+1} + 4^n}{a_{n+1} - 4^n} = b_2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6b_{n+1} + 3^n}{2b_{n+1} - 2^n} = a_1$$

을 만족시킬 때, $a_2 \times b_2$ 의 값을 구하시오. [4점]

(i) $r_b = 3$ $\frac{6b_1 + 1}{2b_1} = 3 + \frac{1}{2b_1} = a_1$ 자연수 아닌

(ii) $r_b = -3$ $\frac{6b_1 + 1}{2b_1} = \frac{+6b_1 + 1}{-2b_1}$ (±) $\rightarrow 2=0$ (제거)

(iii) $|r_b| > 3, a_1 = 3 \rightarrow ok$

(iv) $r_a = 4$ $\frac{3a_1 + 1}{a_1 - 1} = 9 = b_2$

$b_1 = 1$ $r_b = 9$ $a_1 = 3$ $r_a = 4$
--

(v) $r_a = -4$ $\frac{3a_1 + 1}{a_1 - 1} = \frac{-3a_1 + 1}{-a_1 - 1}$

$$-3a_1^2 - 4a_1 - 1 = -3a_1^2 + 4a_1 - 1$$

$$a_1 = 0 \rightarrow out$$

(vi) $|r_a| > 4$ $b_2 = 3$, but $|r_b| > 3 \rightarrow out$

$\therefore a_2 \times b_2 = 12 \times 9 =$ 60

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수

$f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\pi \cos \pi x|$$

$f(1) = 2$
 $f(-1) = -2$ (영 $f(0) = 0$)

이고, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(f(x)) = \sin x + |x|$$

를 만족시킨다. $f(0) = 0$ 일 때, $\int_{-2}^2 g(x) dx$ 의 값을 구하시오.

[4점]

$$\int_{-2}^2 g(x) dx = \int_{-1}^1 f'(x) g(f(x)) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \frac{|\pi \cos \pi x|}{\cancel{\pi}} \left(\frac{\cancel{\pi} x + 1}{\cancel{\pi}} \right) dx$$

$$= 2 \times \int_0^1 |\pi \cos \pi x| dx$$

$$= 2 \times \left\{ \int_0^{\frac{1}{2}} \pi \cos \pi x dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \pi \cos \pi x dx \right\}$$

$$= 2 \times \left[\pi \sin \pi x + \frac{1}{\pi} \cos \pi x \right]_{0,1}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$$

$$= 2 \times \left(1 - \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \right) = 2$$

2

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되지 않으니, 시간이 남았다면 앞선 문제의 풀이를 다시 점검하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.