2025 수리논술

홍익대학교

FINAL

목차

Theme

필수

OO 대학교 Final

1

필수 Theme

직관 vs 수학

1. 직관에 반기를 든 수학

| 출제유형

A와 B 중 옳은 것 하나를 고르면 이기는 게임이 있다. A 또는 B를 골라 이길 확률이 각각 $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$이고, 상금은 각각 $500,000$원과 100원이다. 게임을 이기려면 A와 B 중 무엇을 골라야 하는가?

KICK

앞의 소문제에 낚이지 말고, 문제에서 판단해야하는 상황이 정확히 무엇인지 확인하자!

예제 3 ★★★☆☆ 2018 홍익대 수시

제시문

홍익대학교 와우 공학관에는 1층부터 5층까지 운행하는 승강기[엘리베이터] 두 대가 나란히 설치되어 있다. A 승강기(고속)는 각 층마다 정차할 수 있고, B 승강기(저속)는 짝수 층에는 정차하지 않고 홀수 층에만 정차할 수 있다. A 와 B 승강기는 중간층에 대기하는 이용자가 없을 경우 그 층에는 정차하지 않는다. 3층에서 승차하려는 이용자는 A와 B 승강기 중 먼저 도착하는 승강기에 탑승하고, 이때 뒤따르는 승강기는 3층에 정차하지 않는다.

A 승강기는 한 층을 이동하는데 시간이 1초가 걸리고 B 승강기는 두 층을 이동하는 데 3초가 소요된다. A 와 B 승강기가 한 층에 도착하여 문이 열린 후 닫히고 다시 출발할 때까지 12초가 소요되며, 이 시간을 이용자가 임의로 연장하거나 단축시킬 수 없고 이 시간 내에 모든 이용자가 승하차한다. 예를 들어, B 승강기가 1층을 출발하여 중간에 한 번 정차하고 5층에 도착하는 순간까지의 소요 시간은 $3+12+3=18$초이다.

두 승강기가 1층을 출발할 때, 2층에서 5층으로 이동하려는 이용자가 2층에서 대기하고 있을 확률은 $\frac{1}{3}$이고 3층에서 5층으로 이동하려는 이용자가 3층에서 대기하고 있을 확률은 $\frac{1}{4}$이다. 이 두 사건은 서로 독립이며, 그 이외의 사건은 발생하지 않는다.

(1) A 와 B 승강기가 1층에서 5층으로 동시에 출발할 때, A 승강기가 3층에 먼저 도착할 확률을 구하여라.

(2) A 와 B 승강기가 1층에서 5층으로 동시에 출발할 때, A 승강기가 5층에 먼저 도착할 확률을 구하여라.

(3) A 와 B 승강기가 1층에서 5층으로 동시에 출발할 때, 각 승강기가 1층에서 출발하는 순간부터 5층에 도착하는 순간까지의 소요 시간의 기댓값을 각각 구하여라.

(4) 두 명이 각각 다른 승강기를 타고 1층에서 동시에 출발하여 5층에 먼저 도착하는 시합을 할 때, A 와 B 승강기 중 어느 승강기를 선택한 사람이 유리한지 설명하여라.

연습지

예제 3 ★★★☆☆ 2024 홍익대 수시

제시문

홍익이는 아빠, 엄마와 함께 다음의 방식으로 주사위 놀이를 한다. 주사위는 정육면체이며, 주사위를 던졌을 때 각 면이 나올 확률은 모두 같다. 세 사람은 각자의 주사위를 가지고 있으며, 주사위의 각 면에는 서로 다른 자연수가 쓰여 있다. 주사위 놀이에서는 두 사람이 자신의 주사위를 동시에 한 번 던져 더 큰 수가 나온 사람이 승리한다. 홍익이, 아빠, 엄마의 주사위에 있는 총 18개의 면에는 모두 다른 자연수가 쓰여 있어 이 놀이에서 무승부가 나오지 않는다. 홍익이와 아빠의 주사위에 쓰인 숫자는 각각 다음과 같다.

홍익이의 주사위 : $2,\ 4,\ 23,\ 25,\ 29,\ 31$
아빠의 주사위 : $5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 35,\ 37$

(1) 홍익이의 주사위를 한 번 던져 나오는 수를 확률변수 X, 아빠의 주사위를 한 번 던져 나오는 수를 확률변수 Y라 하자. X와 Y의 기댓값 $\mathrm{E}(X)$와 $\mathrm{E}(Y)$를 구하시오.

(2) 홍익이와 아빠가 주사위 놀이를 한다면 둘 중 누가 더 유리한지 설명하시오.

(3) 홍익이와 아빠는 매일 한 번씩 총 405일간 주사위 놀이를 하였다. 홍익이가 승리한 날이 총 200일 이상이 될 확률을 아래의 표준정규분포표를 사용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

(4) 엄마의 주사위는 각 면의 자연수를 엄마가 임의로 선택하여 만들 수 있다. 단, 제시문의 설명과 같이, 홍익이, 아빠, 엄마의 주사위에 있는 총 18개의 면에는 모두 다른 자연수가 쓰여야 한다. 엄마는 이 주사위를 홍익이와 주사위 놀이를 할 때 사용하고, 같은 주사위를 아빠와 주사위 놀이를 할 때도 사용한다. 엄마가 홍익이와 주사위 놀이를 하여 엄마가 승리할 확률을 p_1이라 하고, 엄마가 아빠와 주사위 놀이를 하여 엄마가 승리할 확률을 p_2라 하자. 엄마가 $p_1 - p_2$가 최대가 되도록 주사위 각 면의 자연수를 선택한다고 할 때, $p_1 - p_2$의 최댓값은 무엇인지 설명하시오.

연습지

대학별 수리논술 Final
2

필수 Theme
최적화 전략

1. 최고의 선택이 되기 위한 방법

| 출제유형

수학이 실생활에 필요한 근본적인 이유에 대하여 묻는 문제들이다. 함수의 최대최소를 미분으로 구하는 방법을 배운 이유도 여기에 있다. 실생활의 상황을 수학적인 함수로 나타낼 수 있다면, 미분을 통해 내 이득이 최대가 되는 상황이나 내 손실이 최소가 되는 상황을 계산해낼 수 있기 때문이다.

이러한 출제경향 때문에, '이 문제는 이렇게, 저 문제는 저렇게 풀면 돼. 그냥 외워!' 라는 식으로 수학을 Skill과 암기 기반으로 학습한 학생들에게 불리한 문제들이 자주 나오곤 한다.

KICK

제시문의 상황을 온전히 이해하려고 노력하고, 소문항간의 유기성을 최대한 활용하여 문제를 풀어낸다.

예제 3 ★★★☆☆ 2023 홍익대 오전

제시문

디지털 통신에서 송신기가 1 비트(bit) 0 또는 1을 전송하는 상황을 생각하자. 송신기가 1을 보내었어도 다른 신호에 의한 간섭 때문에 수신기는 0을 받을 수도 있다. 또는, 송신기가 0을 보내었어도 수신기는 1을 받을 수 있다.

이러한 간섭의 효과를 줄이기 위해 현대 통신에서 송신기는 하나의 비트를 한 번 보내는 대신 동일한 비트를 연속으로 n번 (이때 n은 홀수인 자연수) 반복하여 보낸다. 이러한 반복을 통해 간섭에 의한 최종 오류를 줄일 수 있는데, 이를 $n-$ 반복 코드 ($n-$repetition code)라고 한다. 수신기에서 받은 n개의 비트들을 기준으로 송신기가 보낸 비트가 무엇인지를 결정하게 되며, 이때 수신기는 더 많이 받은 비트를 송신기가 보내었다고 결정한다.

예시 : $n=5$인 $5-$ 반복 코드의 경우, 1을 보내는 대신, 송신기는 1을 5개 붙여서 11111을 송신한다. 이때, 간섭에 의해 각각의 비트는 변화할 수 있다. 수신기가 10011을 받았다면 0이 두 개이고 1이 세 개이므로 수신기는 송신기가 보낸 비트는 1이라고 최종결정한다. 혹은, 수신기가 10000을 받았다면 수신기는 송신기가 보낸 비트가 0이라고 최종결정하게 된다. 이처럼 수신기가 최종결정한 비트가 송신기가 보낸 비트와 서로 다른 경우 '최종결정오류'가 발생했다고 하자.

아래와 같은 가정을 하자. $n-$ 반복 코드 내에서 각각의 비트는 독립적으로 간섭에 노출되어 바뀌고 그 확률은 p이다. 즉,

- 0을 보낼 때, 간섭에 의해 수신기가 1을 받을 확률은 p이다.
- 1을 보낼 때, 간섭에 의해 수신기가 0을 받을 확률은 p이다.
- 간섭에 의한 영향을 받지 않아 0 또는 1이 바뀌지 않고 수신기가 그대로 받을 확률은 $1-p$이다.

예제 3 ★★★☆☆ 2023 홍익대 오전

[문제 2-1] 보통의 경우, 각각의 비트가 간섭에 의해 바뀔 확률 p를 0.1이라 하자. 이때, $3-$ 반복 코드 수신기의 최종결정 비트와 송신기가 보낸 비트가 서로 달라 최종 결정 오류가 발생할 확률을 구하시오.

[문제 2-2] 갑작스런 태양의 활동으로 각각의 비트가 바뀔 확률 p가 0.1에서 0.2로 늘어났다고 하자. 이때, 동일하게 구성된 $3-$ 반복 코드 수신기의 최종 결정 오류 확률을 구하시오. 그리고, 이 값이 문항 (1)에서 구한 확률의 몇 배인지 소수점 둘째 자리에서 반올림하여 구하시오.

[문제 2-3] 문항 (2)와 같이 태양 활동이 활발한 경우 $(p=0.2)$, 수신기의 최종 결정 오류를 줄이기 위해 송신기의 비트를 m번 반복하는 $m-$ 반복 코드를 설계하려고 한다. 단, $m-$ 반복 코드 수신기의 최종 결정 오류 확률값이, 문항 (1)에서 구한 $p=0.1$일 때의 $3-$ 반복 코드의 최종 결정 오류 확률값보다 더 작도록 설계하고 싶다. 필요한 m의 최솟값을 아래의 표를 참고하여 구하시오.

$2^{10}=1024$	$2^{11}=2048$	$2^{12}=4096$	$2^{13}=8192$	$2^{14}=16384$
$2^{15}=32768$	$2^{16}=65536$	$2^{17}=131072$	$2^{18}=262144$	$2^{19}=524288$
$63\times 2^{18}=16515072$	$21\times 2^{17}=2752512$	$9\times 2^{17}=1179648$	$9\times 2^{15}=294912$	$35\times 2^{13}=286720$

연습지