

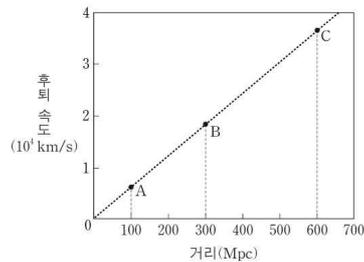
허블-르메트르 법칙 - 지구과학2 15수능 14번 문제는 오류다?

오텡ㅇ |

前 ORION 지구과학1 출제진
colombia2@naver.com

안녕하세요. 지구과학에 대해 항상 이상한 빨글을 쓰고 있는데, 이번에도 이상한 주제를 하나 가져와봤습니다. 아래는 허블 법칙에 대한 15수능 지구과학2 14번 문제인데요, 한번 ㄷ선지를 풀어보세요.

14. 그림은 절대 등급이 같은 외부 은하 A, B, C의 거리에 따른 후퇴 속도를 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

— <보기> —

- ㄱ. 겉보기 밝기는 B보다 A가 약 3배 밝다.
 ㄴ. B에서 관찰하면 A와 C는 모두 후퇴한다.
 ㄷ. 20억 년 전 우리 은하에서 본 C의 후퇴 속도는 현재와 동일하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

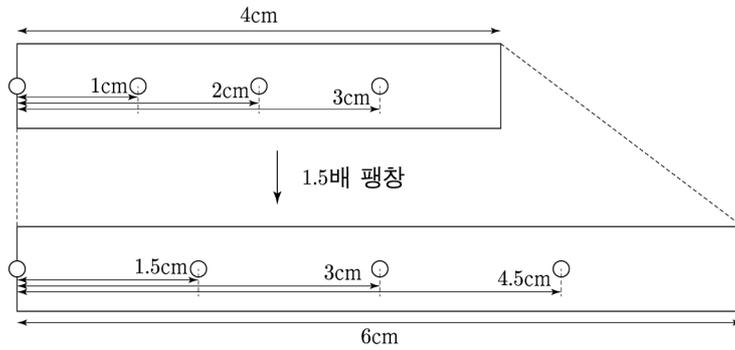
답이 나오셨나요? 혹시 2번이 나오셨나요? 답은 2번이 맞습니다만 ㄷ선지를 어떻게 풀이하셨나요? C가 20억 년 전에는 더 가까우니까 $v = H \times r$ 해서 더 작다! 라고 푸셨나요? 만약 그렇게 푸셨다면... 이 글을 꼭 읽으시길 바랍니다.

먼저 우리 우주의 팽창이 어떤 식으로 이루어지는지, 은하의 후퇴가 어떤 식으로 이루어지는지에 대한 정확한 이해가 필요합니다.

개념 강의나 여러 개념서, 혹은 교과서에서 이런 예시를 많이 봤을 겁니다: 풍선에 스티커를 붙여놓고, 불면 스티커 사이 거리가 멀어진다.

네, 이 예시가 말하는 건 은하의 후퇴는 은하 자체가 움직이는 게 아니라, 우주의 팽창에 의해 공간에 박혀 있는 은하가 멀어지는 것처럼 보이는 것이라는 거죠.

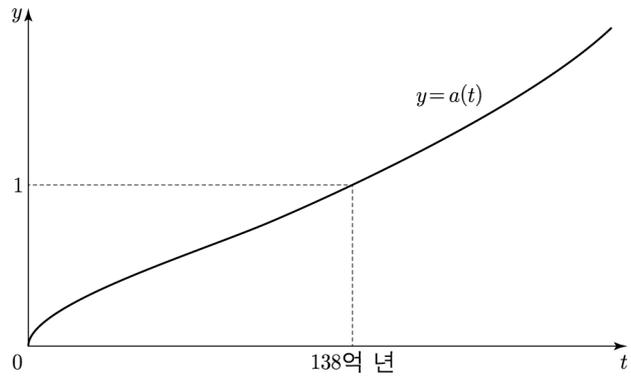
이번엔 제가 그린 그림을 통해서도 이해해 봅시다.



4cm 짜리 고무 밴드가 있고, 이 밴드에 1cm 간격으로 점을 찍었다고 합시다.
 그리고 이 고무 밴드를 우주로, 찍은 점은 은하라고 생각해 보세요.
 만약 4cm 짜리 고무 밴드를 1.5배 늘리면 우주의 크기는 6cm로 1.5배 팽창합니다.
 그런데 가장 왼쪽 은하와 각 은하 사이의 거리도? 1cm는 1.5cm로, 2cm는 3cm로, 3cm는 4.5cm로
 모두 각각 1.5배씩 늘어납니다.

당연한 결과입니다. 점은 움직이지 않고 밴드에 박혀 있으니 밴드의 팽창을 따라가는 것이죠.
 은하도 마찬가지입니다. 은하는 움직이지 않고 우주에 박혀 있기 때문에, 우주가 어떻게 팽창하느냐에
 따라 은하의 후퇴 움직임도 따라갑니다.
 그러니까, 어느 시점에 우리은하로부터 특정 은하까지의 거리는 그 시점의 우주의 크기와 비례한다는
 것이죠.

그렇다면 우리 수학적으로 생각해봅시다.
 시간 t 에 따른 우주의 크기를 $a(t)$ 라고 함수식을 잡아봅시다. 그리고 $t=0$ 일 때는 빅뱅의 그 때이므로
 $a(0)=0$ 일 것이고, $t=$ 현재 \approx 약 138억 년일 때의 우주의 크기를 1이라고 해봅시다. (올해 9평 17번의
 그 우주의 척도 맞습니다^^)
 그러면 우리 우주는 지금 가속 팽창 중이니까 $y=a(t)$ 는 대충 이렇게 그려지겠죠?



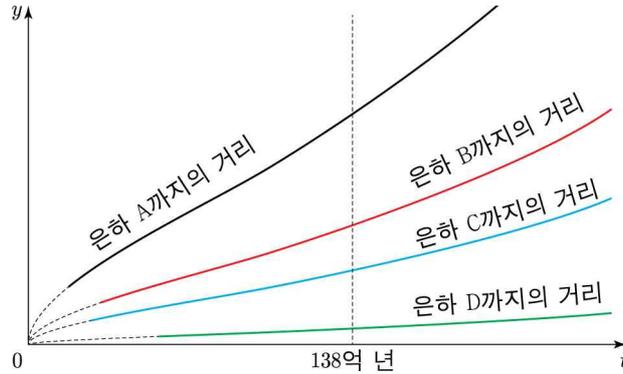
자 우주의 크기는 $a(t)$ 입니다. 이번엔 시간 t 에 따른 우리은하로부터 어떤 은하 P까지의 거리를
 $r_p(t)$ 라고 해봅시다.

위에서 우리은하로부터 특정 은하까지의 거리는 그 시점의 우주의 크기와 비례한다고 했지요? 그러면
 $a(t)$ 에 어떤 적당한 상수를 곱하면 $r_p(t)$ 가 구해지겠군요?

$$r_p(t) = k \times a(t)$$

라고 표현할 수 있겠네요. 여기서 k 는 은하별로 당연히 다 다른 값이겠지요. 이를 다른 은하들에도 모두

적용할 수 있습니다. 그러면 시간에 따른 은하들까지의 거리는 아래 그림처럼 표현되겠네요.



자 이제 은하의 후퇴 속도가 무엇인지 다시 생각해 봅시다.

은하의 후퇴 속도란 무엇일까요? 일단 움직이고 있는 물체의 특정 시각의 속도란 것은 당연히 순간 속도를 말하는 것이겠죠.

이는 시간에 따른 위치의 특정 시점의 접선의 기울기입니다.

즉, 위에서 말한 은하 P로 다시 예를 들면 어느 시점 t 에 P의 후퇴 속도는 결국

$$\frac{d}{dt}r_p(t) = r_p'(t) \text{입니다.}$$

그런데 $r_p(t) = k \times a(t)$ 라고 했으므로

$$r_p'(t) = k \times a'(t) \text{입니다.}$$

$a'(t)$ 는 과연 뭘까요? 바로 우주의 팽창 속도입니다.

야하! 어떤 시점에 은하의 후퇴 속도는 그 시점의 우주의 팽창 속도와 비례한다는 사실을 알았습니다. 다시 돌아와서 위 기출문제의 ㄷ선지를 봅시다.

ㄷ. 20억 년 전 우리 은하에서 본 C의 후퇴 속도는 현재와 동일하다.

그러니까, 이 말은 결국

20억 년 전 우주의 팽창 속도는 현재와 동일하다.

와 동치인 문장입니다. 혹시 풀 수 있으신가요?

우리 우주는 감속하다가 다시 가속하는 우주 모형입니다.

즉, 과거에 감속 팽창하던 어떤 시점에는 우주의 팽창 속도와 현재와 같은 시점이 있었다는 얘기입니다! 심지어는 더 빨랐던 적도 있어요!

그 시점이 정확히 20억 년 전이 아니라는 보장이 있나요? 혹시 우리 우주가 언제부터 가속 팽창을 시작했는지 암기하고 계신가요? 당시 지구과학2 교과서가 없어서 그 내용이 있을진 모르지만 있더라도 엄청난 지엽적이고요, 일단 현재 지1 교과서에는 언제 가속 팽창을 시작했는지에 대한 내용이 없습니다.

물론! 실제 우리 우주는 가속 팽창은 약 50억 년 전부터 시작했습니다만 저 자료의 우주가 우리 우주와 같다는 보장이 어디에도 없습니다. 억지 같으신가요? 저 그래프에서 허블 상수를 계산해보세요. 60 정도밖에 안됩니다. 우리 우주 허블상수는 약 70이죠.

따라서 사실 저 문제의 c선지는 해결불능입니다. 이의제기를 당시에는 안 했던 모양입니다. EBS에서 제공하는 해설을 한 번 봐볼까요?

c. 우리 은하에서 볼 때 C는 20억 년 전에는 지금보다 더 가까웠으므로 후퇴 속도가 더 느렸다.

실망스럽죠?

Q. 저는 $v = H \times r$ 해서 답은 구했는데, 그럼 이 방법이 왜 틀린 거죠???

A. 그 이유는요, 놀랍게도 허블 상수 H 가 시간에 따른 함수이기 때문입니다. 그리고 더 놀라운 사실은 허블 상수는 감소하는 함수입니다.

허블 법칙에 대해 알아보시다. 아까 우주의 크기를 $a(t)$ 라고 했죠? 그리고 은하 P의 거리를 $r_p(t)$ 라고 했고요.

$$r_p(t) = k \times a(t) \text{ 이고}$$

$$r_p'(t) = k \times a'(t) \text{ 입니다.}$$

그러면

$$\frac{r_p'(t)}{a'(t)} = \frac{r_p(t)}{a(t)} = k$$

가 성립합니다.

$a'(t)$ 를 양변에 곱해주면?

$$r_p'(t) = \frac{a'(t)}{a(t)} \times r_p(t)$$

가 성립합니다. 근데 $r_p'(t)$ 는 후퇴 속도이고, $r_p(t)$ 는 은하까지의 거리니까, $\frac{a'(t)}{a(t)}$ 를 슬며시 $H(t)$ 라는 함수로 고쳐주면...

$$r_p'(t) = H(t) \times r_p(t)$$

허블 법칙이 튀어나옵니다! 이때 $\frac{a'(t)}{a(t)}$ 는 어떤 은하를 고르든 상관 없이 t 만 같으면 항상 일정한 값이죠?

그래서 허블 상수인 겁니다. 시간에 대한 상수가 아니라 공간에 대한 상수입니다.

$\frac{a'(t)}{a(t)}$ 가 감소하는 이유는, 그냥 계산해보니까 그렇더라 라고 생각하시면 됩니다. 참고로 물질 밀도가

높을 때에 $a(t)$ 는 $t^{\frac{2}{3}}$ 과 거의 비례하고, 암흑 에너지 밀도가 높을 때에는 e^t 과 거의 비례한다고 알려져 있습니다. 직접 $\frac{a'(t)}{a(t)}$ 를 계산하면 $H(t)$ 가 처음에는 감소하고, 나중에는 어느 값으로 수렴한다는 것을

알 수 있습니다. 실제로 허블 상수의 무한 수렴값은 55km/s/Mpc 정도라고 하네요^^

그니까 허블 상수는 시간에 따라 감소하기 때문에, $v = H \times r$ 에서 20억 년 전 H 는 더 크고, r 은 더 작기 때문에 v 를 비교할 수 없습니다! 허블 법칙에 대한 잘못된 이해를 바탕으로 풀어서 운 좋게 맞힌 거예요...