

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $2^{-1} \times 8^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^2}{x^2+4x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 10, \quad a_7 - a_5 = 6$$

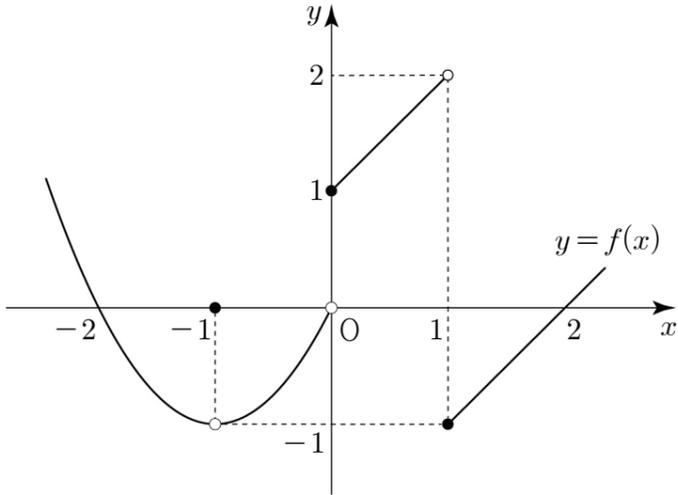
일 때,  $a_1$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin \theta = -3 \cos \theta$ 일 때,  $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$       ②  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$       ③  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$   
 ④  $\frac{\sqrt{10}}{10}$       ⑤  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

5. 함수  $y=f(x)$  의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

6.  $\log_2 5 \times \log_5 3 + \log_2 \frac{16}{3}$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{4}$  이고 넓이가  $18\pi$  인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

- ①  $2\pi$       ②  $3\pi$       ③  $4\pi$       ④  $5\pi$       ⑤  $6\pi$

8.  $0 < x \leq 2\pi$  일 때, 방정식

$$\cos^2 x - 1 = 2 \sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}\pi$     ②  $2\pi$     ③  $\frac{5}{2}\pi$     ④  $3\pi$     ⑤  $\frac{7}{2}\pi$

9. 집합  $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$ 에서 정의된 함수

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+m)$$

이 최댓값  $-2$ 를 가질 때, 상수  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 11    ② 12    ③ 13    ④ 14    ⑤ 15

10. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$a_2 = 2, \quad S_6 = 9S_3$$

일 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 6    ② 8    ③ 10    ④ 12    ⑤ 14

11.  $x$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} 4^x - 2^x - 2 < 0 \\ \log_a x + 1 > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 범위가  $\frac{1}{5} < x < b$ 일 때,  
두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? (단,  $a > 1$ ) [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

12. 함수  $f(x) = a \tan \frac{\pi}{4}x$ 에 대하여 함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점  $A(3, -2)$ 를  $x$ 축의 방향으로 6만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 점을  $A'$ 이라 하자. 점  $A'$ 이 함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

13. 첫째항이 음수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_5 = 8a_8, \quad a_1 + |a_2| + |2a_3| = 0$$

일 때,  $a_2$ 의 값은? [3점]

- ① -1
- ②  $-\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ 2

14.  $2 \leq n \leq 10$ 인 자연수  $n$ 에 대하여

$n^2 + 1$ 의  $n$  제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(n)$ ,

$n^2 - 8n + 12$ 의  $n$  제곱근 중 실수인 것의 개수를  $g(n)$

이라 하자.  $f(n) = 2g(n)$ 을 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

※제곱근의 값: 0/1/2.

→ 조건:  $f(n)=0, g(n)=0 \rightarrow \times$

$f(n)=1, g(n)=1 \rightarrow n^2 - 8n + 12 = 0.$

가수만.

③

15. 함수  $f(x) = 4^{x-a} - 8 \times 2^{x-a}$ 가  $x=5$ 에서 최솟값  $b$ 를 가질 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① -13    ② -11    ③ -9    ④ -7    ⑤ -5

$2^x = 2^5$   
 $\frac{1}{2^a}(2^{2x} - 8 \cdot 2^x)$   
 571도면 값이 다.  
 $a=3$   
 $\min: \frac{1}{2^3}(2^{10} - 2^6)$   
 $-17$      $-16 = b$   
 ①

16. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는? [4점]

(가)  $0 < \log b - \log a < 1$      $a < b < 10a$   
 (나)  $2a + \log b < 9$

가정! :  $1 \rightarrow 2 \sim 9$   
 ① 56    ② 58    ③ 60    ④ 62    ⑤ 64  
 $1 \rightarrow 3 \sim 9$   
 $3 \rightarrow 4 \sim 29$   
 $9 \rightarrow 5 \sim 9$  ...  $20 + \log b < 9$   
 $8$      $0.88$   
 $\rightarrow b < 10$   
 ①

17. 수열  $\{a_n\}$  이 다음 조건을 만족시킨다.

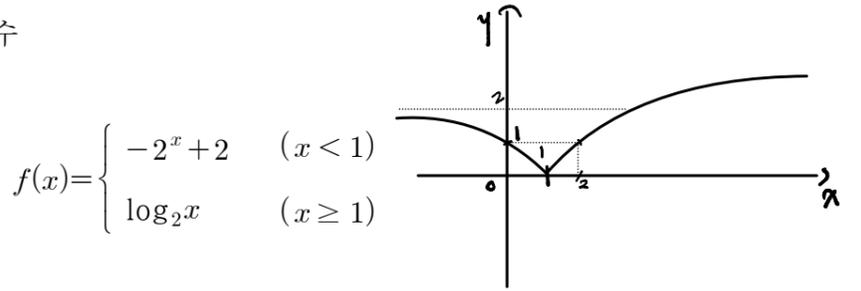
(가)  $a_{12} - a_{10} = 5$   
 (나) 모든 자연수  $n$  에 대하여  

$$\sum_{k=1}^n a_{2k} = \sum_{k=1}^n a_{2k-1} + n^2$$
 이다.

$n=0$  부터 시작...  
 $a_9 = 16$  일 때,  $a_{11}$  의 값은? [4점]  
 ① 17    ② 18    ③ 19    ④ 20    ⑤ 21

답:  $a_{2n} = a_{2n-1} + 2n - 1$   
 $\downarrow$   
 (가)  $a_{10} = a_9 + 9 = 25 \Rightarrow a_{11} = 30$   
 $a_{11} = 19$     ③

18. 함수



에 대하여  $a-1 \leq x \leq a+1$  에서 함수  $f(x)$  의 최댓값과 최솟값의 차가 1 이 되도록 하는 모든 실수  $a$  의 값의 합은? [4점]

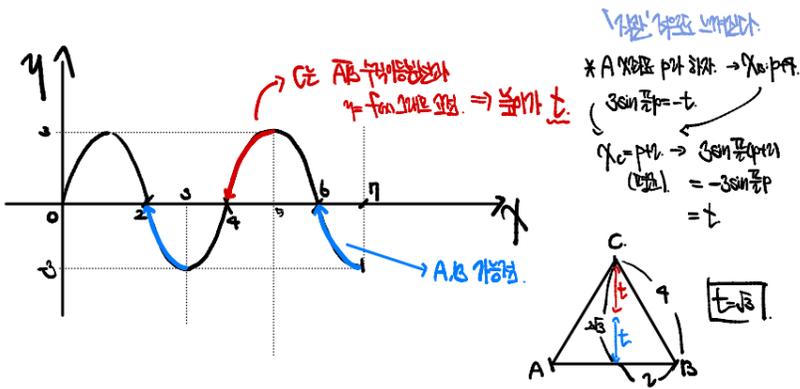
- ① 3    ②  $\log_2 \frac{32}{3}$     ③  $\log_2 \frac{40}{3}$   
 ④ 4    ⑤  $\log_2 \frac{56}{3}$

\* 그래프...  
 정제(가) 수열이 아님  
 $x=0-1, x=0+1$  이 해를 (a<0)     $-2^0 + 2^0 = 1$   
 (a>1)     $3 \cdot 2^0 = 1$   
 $2^a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \log_2 \frac{2}{3}$   
 $\frac{a+1}{a-1} = 1$   
 $a+1 = a-1$   
 $a = 3$   
 합:  $\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{32}{3}$     ②

19. 함수  $f(x) = 3\sin\frac{\pi}{2}x$  ( $0 \leq x \leq 7$ ) 과 실수  $t$  ( $0 < t < 3$ ) 에 대하여 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 의 세 꼭짓점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때,  $t$ 의 값은? [4점]

(가) 두 점 A, B는 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=-t$ 가 만나는 점이다.  
 (나) 점 C는 곡선  $y=f(x)$  위의 점이다.

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     ②  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$     ③  $\sqrt{3}$     ④  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$     ⑤  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



③

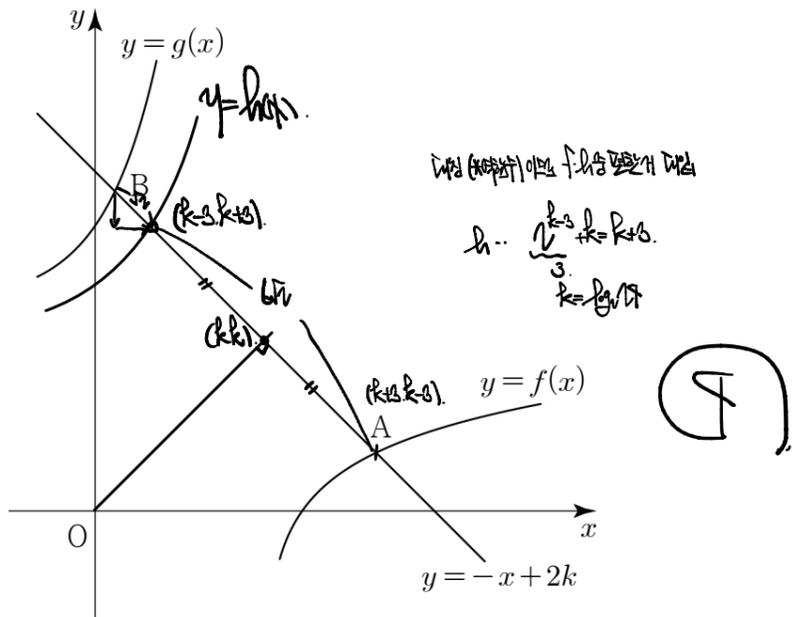
20. 상수  $k$  ( $k > 3$ )에 대하여 직선  $y = -x + 2k$ 가 두 함수

$f(x) = \log_2(x-k)$ ,  $g(x) = 2^{x+1} + k + 1$   
 $\rightarrow k$      $k+1 \rightarrow k$      $\Rightarrow f(x) = \log_2(x-k)$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$\overline{AB} = 7\sqrt{2}$  일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\log_2 21$     ②  $\log_2 22$     ③  $\log_2 23$   
 ④  $\log_2 24$     ⑤  $\log_2 25$



21. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} & (x \leq 0) \\ (x+b)^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

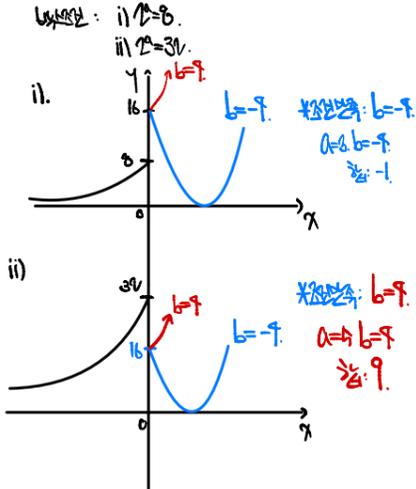
$\lim_{t \rightarrow k-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k+} g(t)$ 와  $\lim_{t \rightarrow 2k-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow 2k+} g(t)$ 를 모두 만족시키는 양수  $k$ 가 존재한다.

\*  $\lim_{t \rightarrow 16-} g(t) \times \lim_{t \rightarrow 16+} g(t) = 2$ 가 되도록 하는 두 실수  $a, b$ 의

순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $a+b$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -11    ② -10    ③ -9    ④ -8    ⑤ -7

1. 16이든 32이든  $\Rightarrow a=9$  or  $b=16$   
 $b=8-3a$   
 (6이 구하면 24가 나오게)  
 구함.  
 같아지면 두 개 X. 가능한 경우: 같아.  
 $\rightarrow 0, 8$     ② -16. 달에 X. 원하면 X.



2. -9  
 ③

단답형

22. 방정식  $3^{2x-1} = 27$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 + a_5 + a_7 = 18$ 일 때,  $a_4 + a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n^2 - 1 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ n^2 + 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25.  $0 < x \leq 10$ 일 때, 부등식

$$\cos \frac{\pi}{5}x < \sin \frac{\pi}{5}x$$

를 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26.  $10 < a < 100$ 인 실수  $a$ 에 대하여 수직선 위의 서로 다른 네 점  $P(p), Q(q), R(r), S(s)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

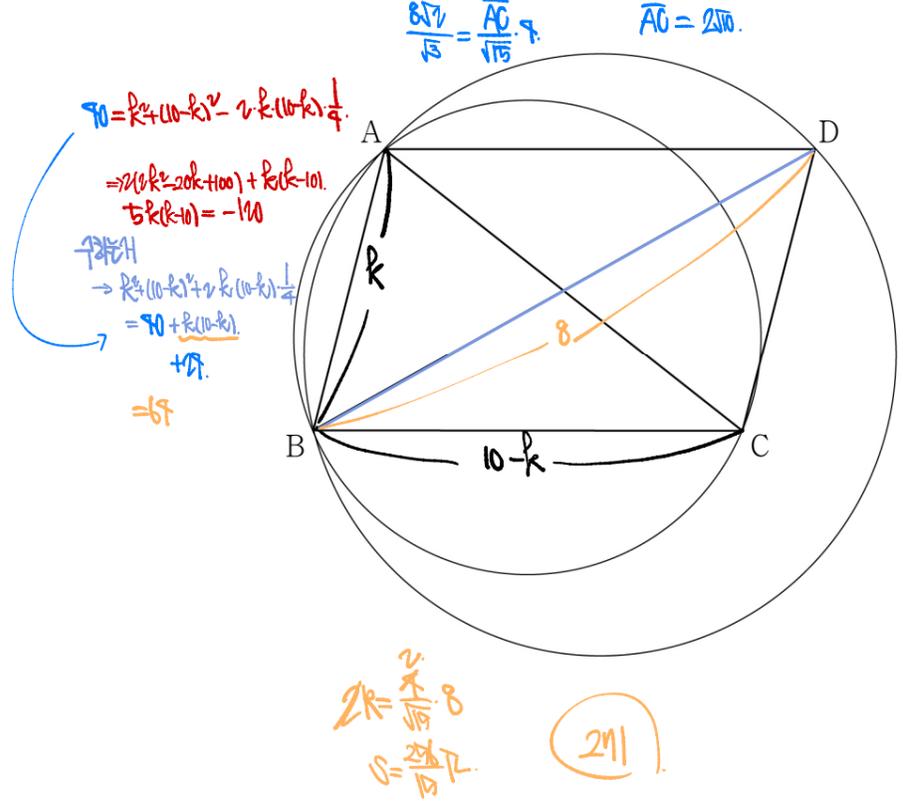
$\log a = 1.XX$

(가)  $p < q < r < s$   
 (나) 두 집합  
 $A = \{p, q, r, s\}$ ,  
 $B = \left\{ \log_{10} 10a, \log_{\frac{10}{a}} 10, \log_a 10a, \log_{\frac{a}{10}} a \right\}$   
 에 대하여  $A = B$ 이다.

Handwritten notes for problem 26:

- Below the boxed text, there are handwritten labels:  $U$  under  $\log_{10} 10a$ ,  $P$  under  $\log_{\frac{10}{a}} 10$ ,  $Y$  under  $\log_a 10a$ , and  $Z$  under  $\log_{\frac{a}{10}} a$ .
- Below the boxed text, there are handwritten calculations:  $\overline{PS} = \frac{10}{3}$  일 때,  $30 \times \overline{QR}$ 의 값을 구하시오. [4점]
- Handwritten arrows point to the boxed text with the note:  $\frac{2}{\log a} = \frac{6}{5}$ .
- A circled answer  $(36)$  is written below the calculations.

27. 그림과 같이 둘레의 길이가 20 이고  $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{4}$  인  
 평행사변형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가  
 $\frac{32}{3}\pi$  일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  
 $p+q$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $\overline{AB} < \overline{AD}$  이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2 - f(x)}}{x + f(x)} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 - f(x)}}{x + f(x)} = -2$   
 (나)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}}$ 의 값이 존재하지 않는  
 실수  $a$ 의 개수는 1이다.

$f(24)$ 의 값을 구하시오. [4점]

Handwritten solution for problem 28:

(가)  $f(a) = 0$ . ( $f(a) \neq 0$ 이면 비로 2개 1.)  
 $aR^2 + bRx + c$ 라 하면.  
 $\frac{1-b}{1+b} \cdot \frac{-1+b}{1+b}$   
 $1-b = 2/b$   
 $3b = -1$   
 $b = -1/3$   
 $f(x) = 9x^2 - 8$

(나)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}}$   
 $x=3 \rightarrow f(-1)=0$  or  $f(1)=0$   
 $x=-3 \rightarrow f(-7)=0$  or  $f(-1)=0$   
 분자 0이 되므로  $\frac{0}{0}$  꼴이 되므로 미분법을 사용한다.  
 $\frac{18x - 8}{2x} \cdot \frac{2x+1}{2x-3}$   
 $\frac{18a-8}{2a} \cdot \frac{2a+1}{2a-3} = 0$   
 $a = 1/2$

정답:  $(70)$

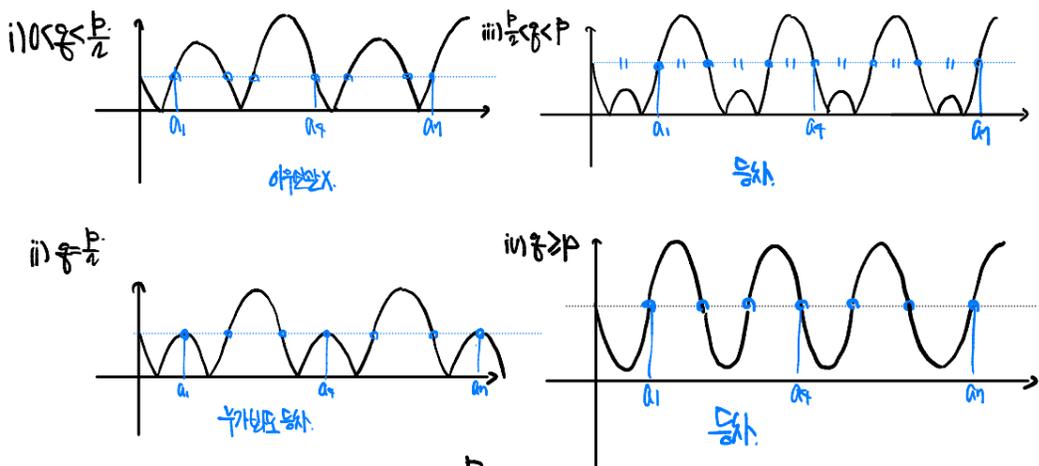
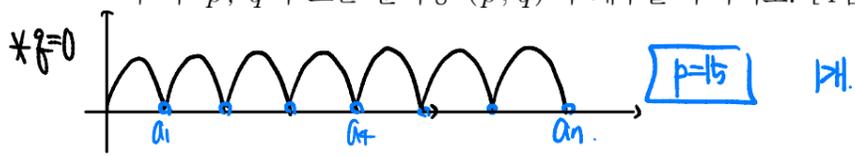
29. 자연수  $p$ 와 실수  $q$  ( $q \geq 0$ )에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = |p \sin x - q|$$

이다.  $f(a) = q$ 인 서로 다른 모든 양수  $a$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자. 수열  $\{a_n\}$ 과 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 세 항  $a_1, a_4, a_7$ 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
- (나) 함수  $f(x)$ 의 최댓값은 15이다.

두 수  $p, q$ 의 모든 순서쌍  $(p, q)$ 의 개수를 구하시오. [4점]



결론:  $q > \frac{p}{2} \dots p \leq 15$   
 1번  $\rightarrow p+q=15$   
 1 14  
 2 13  
 ...  
 10 5  
 } 10개  
 (11)

30. 첫째항이 정수인 수열  $\{a_n\}$ 이 두 정수  $d, r$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

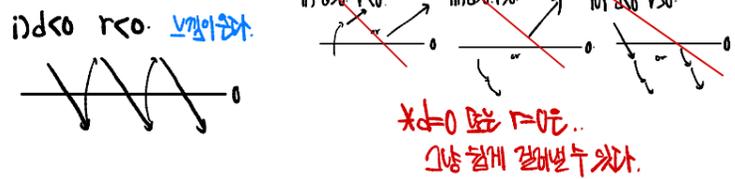
(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + d & (a_n \geq 0) \\ r a_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

(나)  $a_k = a_{k+12} = 0$ 인 자연수  $k$ 가 존재한다.

$a_2 + a_3 = 0, a_5 = 16$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]



1차 12번...  $a_k \rightarrow a_{k+1} \rightarrow \dots$   
 $a_{k+1} \rightarrow a_{k+2} \rightarrow \dots$   
 { 정수열 끝나는 '무기' }  
 1/16/19/3/2.

i) 1번! ? 0가 될 수 X

ii) 2번!  $0 \rightarrow d \rightarrow -d \rightarrow 0 \rightarrow d$   
 $\rightarrow a_2 + a_3 = 0, a_5 = 16$   
 $d - d \quad d$  부호 X

iii) 3번!  $0 \rightarrow d \rightarrow -2d \rightarrow -d \rightarrow 0$   
 순환 중  $a_2 + a_3 = 0$  존재 X.  
 순환 시작해서... 존재할까  $a_5 = 0$  X.

iv) 4번!  $d = -16, r = -9, a_2 = 8 \rightarrow a_1 = -2^*$   
 $a_5 = -d \rightarrow a_1 = 8^*$

v) 5번!  $d = -9, r = -10, a_2 = 2 \rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$   
 $a_5 = -9d \rightarrow a_1 = 6^*$

합  $\rightarrow 28$

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.