

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{-1} \times 8^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^2}{x^2+4x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 10, \quad a_7 - a_5 = 6$$

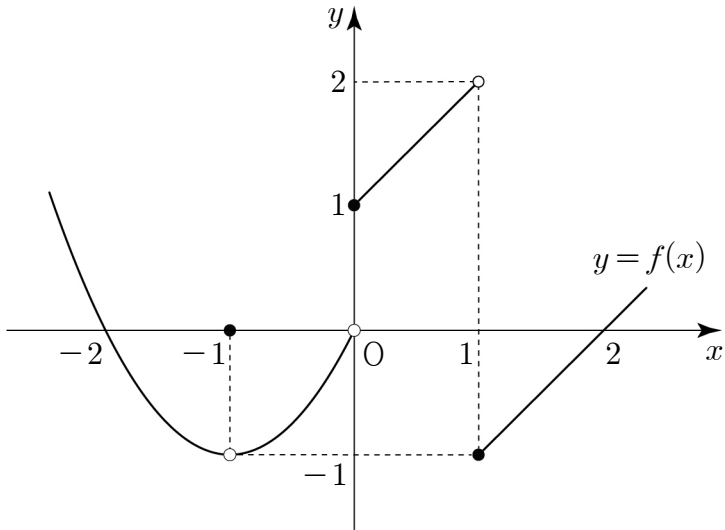
일 때, a_1 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = -3 \cos \theta$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{10}$
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. $\log_2 5 \times \log_5 3 + \log_2 \frac{16}{3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 이고 넓이가 18π 인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

- ① 2π ② 3π ③ 4π ④ 5π ⑤ 6π

8. $0 < x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\cos^2 x - 1 = 2 \sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

9. 집합 $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$ 에서 정의된 함수

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+m)$$

이 최댓값 -2 를 가질 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 2, \quad S_6 = 9S_3$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

11. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} 4^x - 2^x - 2 < 0 \\ \log_a x + 1 > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{5} < x < b$ 일 때,
두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 1$) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 함수 $f(x) = a \tan \frac{\pi}{4}x$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $A(3, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점을 A' 이라 하자. 점 A' 이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

13. 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_5 = 8a_8, \quad a_1 + |a_2| + |2a_3| = 0$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ 2

14. $2 \leq n \leq 10$ 인 자연수 n 에 대하여

$n^2 + 1$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$,

$n^2 - 8n + 12$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$

이라 하자. $f(n) = 2g(n)$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

※제곱근의 값: 0/1/2.

→ 조건: $f(n)=0, g(n)=0 \rightarrow \times$

$f(n)=1, g(n)=1 \rightarrow n^2 - 8n + 12 = 0.$

근의 공식.

③

15. 함수 $f(x) = 4^{x-a} - 8 \times 2^{x-a}$ 가 $x=5$ 에서 최솟값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -13 ② -11 ③ -9 ④ -7 ⑤ -5

$2^x = 2^5$
 $\frac{1}{2^a}(2^{2x} - 8 \cdot 2^x)$
 571도면 값이 다.
 $a=3$
 $\min: \frac{1}{2^3}(2^{10} - 2^6)$
 -17 $-16 = b$
 ①

16. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

(가) $0 < \log b - \log a < 1$ $a < b < 10a$
 (나) $2a + \log b < 9$

가정! : $1 \rightarrow 2 \sim 9$
 ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64
 $1 \rightarrow 3 \sim 9$
 $3 \rightarrow 4 \sim 29$
 $9 \rightarrow 5 \sim 9$... $20 + \log b < 9$
 8 0.99
 $\rightarrow b < 10$
 ①

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

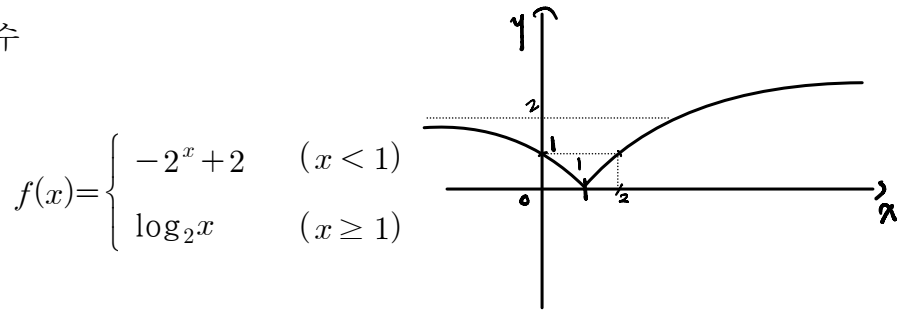
(가) $a_{12} - a_{10} = 5$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k} = \sum_{k=1}^n a_{2k-1} + n^2$$
 이다.

$n=0$ 부터 시작...
 $a_9 = 16$ 일 때, a_{11} 의 값은? [4점]
 ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

답: $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$
 \downarrow
 (가) $a_{10} = a_9 + 9 = 25 \Rightarrow a_{11} = 30$
 $a_{11} = 19$ ③

18. 함수



에 대하여 $a-1 \leq x \leq a+1$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 1 이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

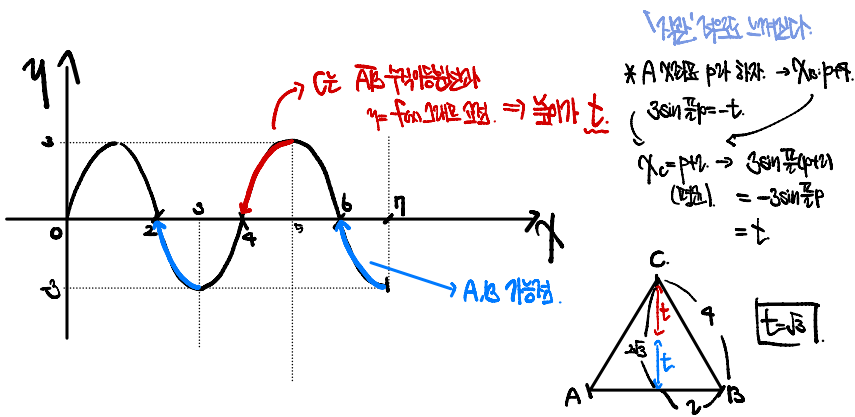
- ① 3 ② $\log_2 \frac{32}{3}$ ③ $\log_2 \frac{40}{3}$
 ④ 4 ⑤ $\log_2 \frac{56}{3}$

* 그래프...
 정제(가) 수열이 아님
 $x=0.1, x=0.11$ 이 해를 (a<0)
 (a>1)
 $-2^x + 2 = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x=0$
 $\log_2 x = 1 \Rightarrow x=2$
 $a=1$
 답: $\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{32}{3}$ ②

19. 함수 $f(x) = 3\sin\frac{\pi}{2}x$ ($0 \leq x \leq 7$) 과 실수 t ($0 < t < 3$) 에 대하여 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때, t 의 값은? [4점]

(가) 두 점 A, B는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-t$ 가 만나는 점이다.
 (나) 점 C는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이다.

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



③

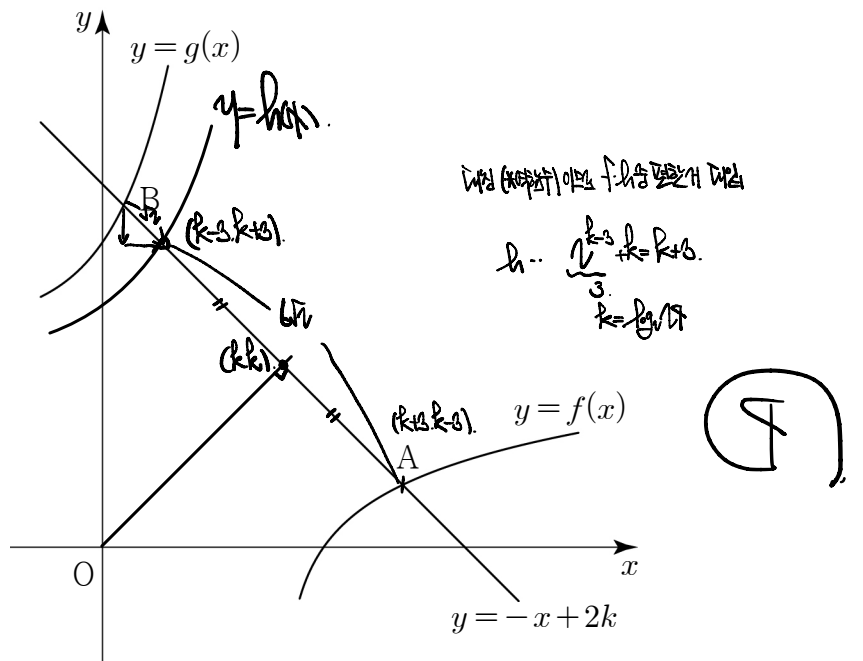
20. 상수 k ($k > 3$)에 대하여 직선 $y = -x + 2k$ 가 두 함수

$f(x) = \log_2(x-k)$, $g(x) = 2^{x+1} + k + 1$
 $\rightarrow k$ $k+1 \rightarrow k$ $\Rightarrow f(x) = \log_2(x-k)$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$\overline{AB} = 7\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\log_2 21$ ② $\log_2 22$ ③ $\log_2 23$
 ④ $\log_2 24$ ⑤ $\log_2 25$



21. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} & (x \leq 0) \\ (x+b)^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

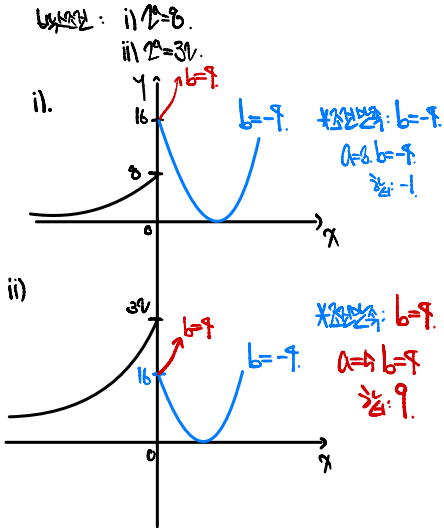
$\lim_{t \rightarrow k-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k+} g(t)$ 와 $\lim_{t \rightarrow 2k-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow 2k+} g(t)$ 를 모두 만족시키는 양수 k 가 존재한다.

* $\lim_{t \rightarrow 16-} g(t) \times \lim_{t \rightarrow 16+} g(t) = 2$ 가 되도록 하는 두 실수 a, b 의

순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

이때 $b = 8 - 3a$ (이 때 a 는 임의의 실수)
 이 때 a 에 관한 방정식: $3a^2 - 16a + 8 = 0$
 $\rightarrow a = 0$ 또는 $a = 16/3$ 에 의해 $b = 8$ 또는 $b = -8$



답: -9
 (3)

단답형

22. 방정식 $3^{2x-1} = 27$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 + a_7 = 18$ 일 때, $a_4 + a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n^2 - 1 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ n^2 + 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $0 < x \leq 10$ 일 때, 부등식

$$\cos \frac{\pi}{5}x < \sin \frac{\pi}{5}x$$

를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. $10 < a < 100$ 인 실수 a 에 대하여 수직선 위의 서로 다른 네 점 $P(p), Q(q), R(r), S(s)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$\log a = 1.XX$

(가) $p < q < r < s$
 (나) 두 집합
 $A = \{p, q, r, s\}$,
 $B = \left\{ \log_{10} 10a, \log_{\frac{10}{a}} 10, \log_a 10a, \log_{\frac{a}{10}} a \right\}$
 에 대하여 $A = B$ 이다.

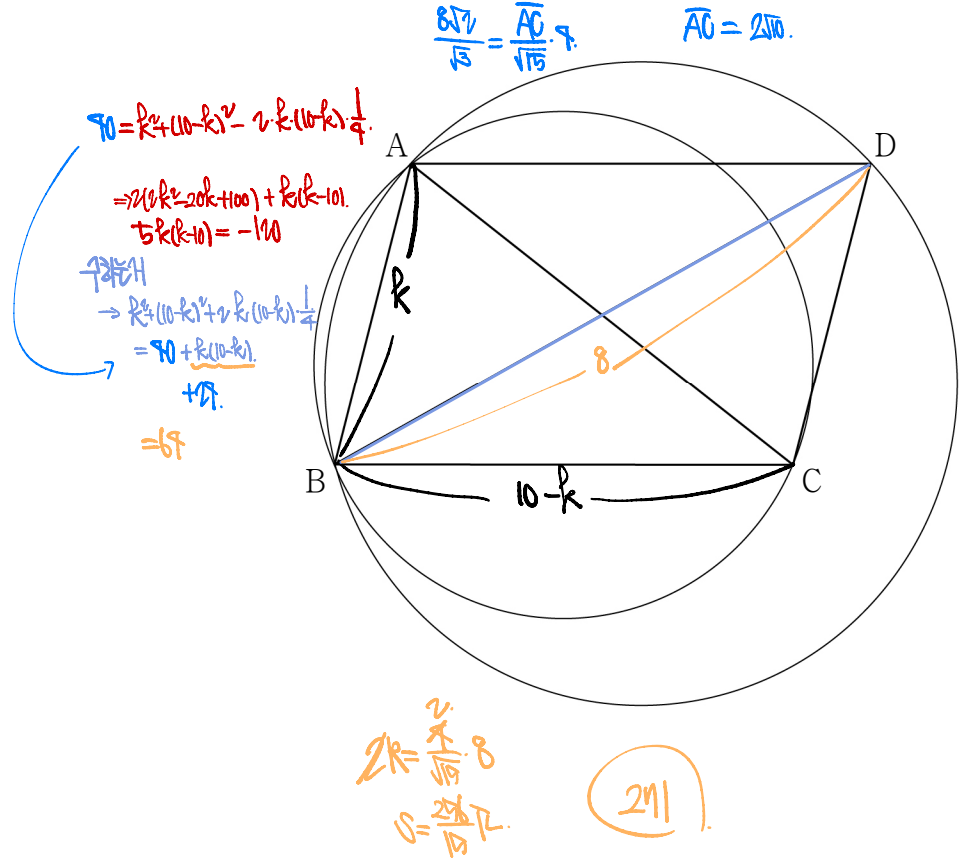
Handwritten notes for problem 26:

$\log a = 1.XX$
 $\log_{10} 10a = 1 + \log_{10} a = 1.XX$
 $\log_{\frac{10}{a}} 10 = \frac{1}{1 - \log_{10} a} = \frac{1}{1 - 0.XX} = \frac{1}{0.XX}$
 $\log_a 10a = \frac{1 + \log_a 10}{1} = 1 + \frac{1}{\log_{10} a} = 1 + \frac{1}{0.XX}$
 $\log_{\frac{a}{10}} a = \frac{1}{\log_{10} \frac{a}{10}} = \frac{1}{\log_{10} a - 1} = \frac{1}{0.XX - 1} = \frac{1}{-0.XX}$

PS = 10/3 일 때, 30 x QR의 값을 구하시오. [4점]

Handwritten solution for PS = 10/3:
 $\frac{10}{3} = \frac{1}{0.XX} \implies 0.XX = \frac{3}{10} = 0.3$
 $\log_{10} a = 1.3$
 $10a = 10^{1.3} = 10 \times 10^{0.3} = 10 \times 2 = 20$
 $A = \{20, 20, 20, 20\}$
 $B = \{1.3, \frac{1}{0.3}, 1 + \frac{1}{0.3}, \frac{1}{-0.3}\}$
 $B = \{1.3, \frac{10}{3}, \frac{13}{3}, -\frac{10}{3}\}$
 $A = B \implies 20 = \frac{10}{3} \implies 60 = 10 \implies 30 = 10 \implies 30 = 10$
 (36)

27. 그림과 같이 둘레의 길이가 20 이고 $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{4}$ 인
 평행사변형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가
 $\frac{32}{3}\pi$ 일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, $\overline{AB} < \overline{AD}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2 - f(x)}}{x + f(x)} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 - f(x)}}{x + f(x)} = -2$
 (나) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}}$ 의 값이 존재하지 않는
 실수 a 의 개수는 1이다.

$f(24)$ 의 값을 구하시오. [4점]

Handwritten solution for problem 28:

(가) $f(a) = 0$. ($f(a) \neq 0$ 이면 비로 1.)
 $aR^2 + bRx + c$ 라 하면.
 $\frac{1-b}{1+b} \cdot \frac{-1+b}{1+b}$
 $1-b = 2/b$
 $3b = -1$
 $b = -1/3$
 $f(x) = 9x^2 - 8$

(나) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}}$
 $x=3 \rightarrow f(-1)=0$ or $f(1)=0$
 $x=-3 \rightarrow f(-7)=0$ or $f(-1)=0$
 분자 상항 $\rightarrow \frac{9x^2 + 6x}{x^2 - 3}$
 $16a - \frac{7}{3} = 0$
 $a = 1/12$

70

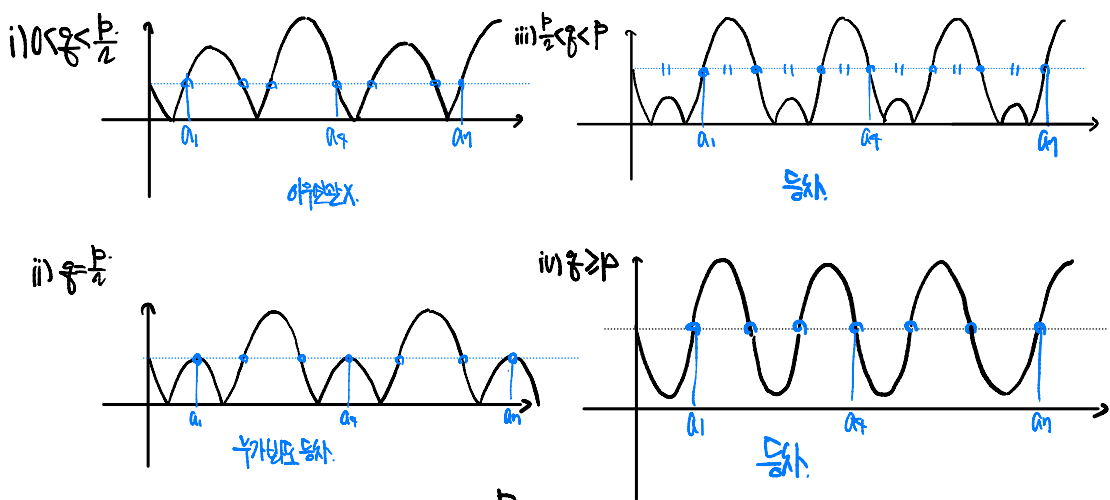
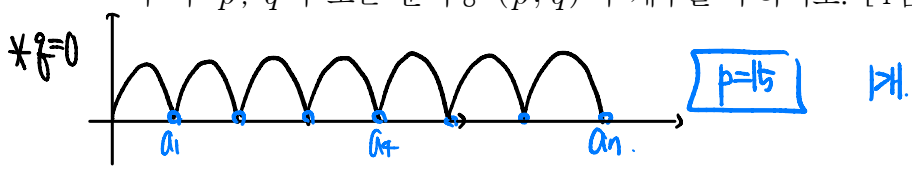
29. 자연수 p 와 실수 q ($q \geq 0$)에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = |p \sin x - q|$$

이다. $f(a) = q$ 인 서로 다른 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 과 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 세 항 a_1, a_4, a_7 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
- (나) 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 15이다.

두 수 p, q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]



결론: $q > \frac{p}{2} \dots p \leq 15$
 1번 $\rightarrow p+q=15$
 1 14
 2 13
 ...
 10 5
 10개
 11

30. 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 두 정수 d, r 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

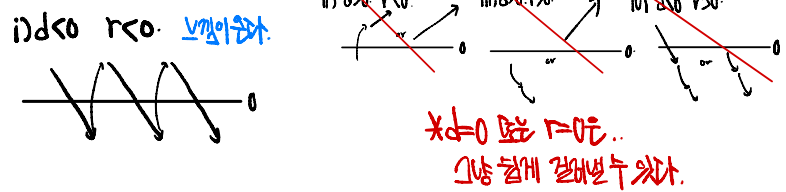
(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + d & (a_n \geq 0) \\ r a_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_k = a_{k+12} = 0$ 인 자연수 k 가 존재한다.

$a_2 + a_3 = 0, a_5 = 16$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]



1차 12번... $a_k \rightarrow a_{k+1} \rightarrow \dots$
 $a_{k+1} \rightarrow a_{k+2} \rightarrow \dots$
 {정행필사 부기} 1/16/19/3/2.

i) 1번! ? 0가 될 수 X

ii) 2번! $0 \rightarrow d \rightarrow -d \rightarrow 0 \rightarrow d$
 $\rightarrow a_2 + a_3 = 0, a_5 = 16$
 $d - d \quad d$ 부기 X

iii) 3번! $0 \rightarrow d \rightarrow -2d \rightarrow -d \rightarrow 0$
 순환 중 $a_2 + a_3 = 0$ 존재 X.
 순환 시작해서... 존재할까 $a_5 = 0$ X.

iv) 4번! $d = -16, r = -9, a_2 = 8 \rightarrow a_1 = -2^*$
 $a_5 = -d \rightarrow a_1 = 8^*$

v) 5번! $d = -9, r = -10, a_2 = 2 \rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$
 $a_5 = -9d \rightarrow a_1 = 6^*$

합 $\rightarrow 28$

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.