

제 2 교시

## 수학 영역

## 5지선다형

1.  $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}}$  의 값은? [2점]

- ①  $\sqrt{2}$     ② 2    ③  $2\sqrt{2}$     ④ 4    ⑤  $4\sqrt{2}$

$$\frac{2^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2$$

2. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

$$f'(x) = 3x^2 + 6x \quad f'(1) = 9$$

3. 모든 항이 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 a_3 = 2, \quad a_4 = 4$$

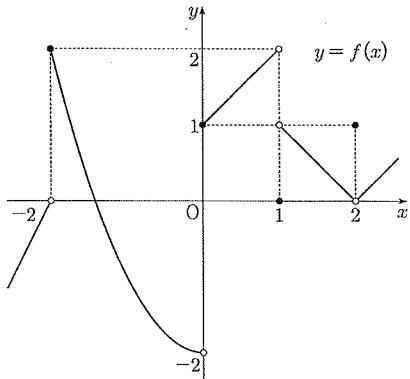
- 일 때,  $a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 10    ② 12    ③ 14    ④ 16    ⑤ 18

$$a^2 r^3 = 2 \quad a r^3 = 4 \quad a = \frac{1}{2}, \quad r = 2$$

$$a_6 = \frac{1}{2} \cdot 2^5 = 2^4 = 16$$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

$$-2 + 1 = -1$$

## 2

## 수학 영역

5. 함수  $f(x) = (x+1)(x^2+x-5)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

$$f'(x) = (x^2 + x - 5) + (x+1) \cdot (2x+1)$$

$$f'(2) = 1 + 15 = 16$$

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 & (x < 4) \\ 2x-4 & (x \geq 4) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

$$(4-a)^2 = 4 \quad a = 2, 6 \quad \underline{12},$$

6.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\cos(\pi+\theta) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$  일 때,

$\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ②  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       ③ 0

- ④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\cos\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}} \quad \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\theta + \cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

# 수학 영역

3

8.  $a > 2$ 인 상수  $a$ 에 대하여 두 수  $\log_2 a$ ,  $\log_a 8$ 의 합과 곱이 각각 4,  $k$ 일 때,  $a+k$ 의 값은? [3점]

- Ⓐ 11 Ⓑ 12 Ⓒ 13 Ⓓ 14 Ⓔ 15

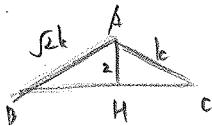
$$a=8 \quad k = 3 \cdot 1 = 3 \quad a+k = 11$$

10.  $\angle A > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{2} : 1, \quad \overline{AH} = 2$$

- 이고, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가  $50\pi$ 일 때, 선분 BH의 길이는? [4점]

- Ⓐ 6 Ⓑ  $\frac{25}{4}$  Ⓒ  $\frac{13}{2}$  Ⓓ  $\frac{27}{4}$  Ⓔ 7



$$\frac{BC}{\sin A} = 10\sqrt{2} \quad BC^2 = 3k^2 - 2\sqrt{2}k^2 \cos A \quad A = \frac{3\pi}{4}$$

$$(10\sqrt{2} \sin A)^2 = 3k^2 - 2\sqrt{2}k^2 \cos A = 5k^2$$

$$100 = 5k^2 \quad k = 2\sqrt{5} \quad AB = 2\sqrt{10}$$

$$BH^2 = 40 - 4 = 36 \quad BH = 6$$

$$\text{Sol 2)} \quad \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot 2\sin A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}k^2 \sin A \quad k = 2\sqrt{5}$$

9. 함수  $f(x) = x^2 + x$ 에 대하여

$$5 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 (5x + f(x)) dx$$

- 의 값은? [4점]

- Ⓐ  $\frac{1}{6}$  Ⓑ  $\frac{1}{3}$  Ⓒ  $\frac{1}{2}$  Ⓓ  $\frac{2}{3}$  Ⓔ  $\frac{5}{6}$

$$\begin{aligned} 4 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 5x dx \\ 4 \left[ \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 - \left[ \frac{5}{2}x^2 \right]_0^1 \\ = \frac{10}{3} - \frac{5}{2} = \frac{20-15}{6} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

## 4

## 수학 영역

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시작  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^2 + t - 6, \quad x_2 = -t^3 + 7t^2$$

이다. 두 점 P, Q의 위치가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $p - q$ 의 값은? [4점]

- Ⓐ 24 Ⓑ 27 Ⓒ 30 Ⓓ 33 Ⓔ 36

$$t^2 + t - 6 = -t^3 + 7t^2$$

$$-t^3 - 6t^2 + t - 6 = 0 \quad (t-6)(t^2+1) = 0$$

$$t = 6$$

$$x_1' = 2t + 1 \quad x_1'' = 2$$

$$x_2' = -3t^2 + 14t \quad x_2'' = -6t + 14$$

$$2 - (-22) = 24$$

12. 수열  $\{a_n\}$ 은 등차수열이고, 수열  $\{b_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} a_k$$

를 만족시킨다.  $b_2 = -2, b_3 + b_7 = 0$  일 때, 수열  $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제9항까지의 합은? [4점]

- Ⓐ -22 Ⓑ -20 Ⓒ -18 Ⓓ -16 Ⓔ -14

$$b_2 = a_1 - a_2 = -2 \quad d = 2$$

$$\begin{aligned} b_3 + b_7 &= -d + a_3 - 3d + a_7 \\ &= 2a + 4d = 2a + 8 = 0 \quad a = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 + \dots + b_9 &= 9a_1 - 8a_2 + 7a_3 - \dots + a_9 \\ &= 5a - 8d + 14d - 18d + 20d - 20d + 18d - 16d + 8d \\ &= -20 \end{aligned}$$

# 수학 영역

5

13. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 6 & (x < 0) \\ -x^2 + 2x + 6 & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프가  $x$  축과 만나는 서로 다른 두 점을 P, Q라 하고, 상수  $k$  ( $k > 4$ )에 대하여 직선  $x=k$ 가  $x$  축과 만나는 점을 R이라 하자. 곡선  $y=f(x)$ 와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $x=k$  및 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자.  $A=2B$  일 때,  $k$ 의 값은? (단, 점 P의  $x$  좌표는 음수이다.) [4점]

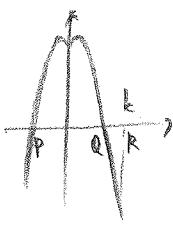
- ①  $\frac{9}{2}$     ② 5    ③  $\frac{11}{2}$     ④ 6    ⑤  $\frac{13}{2}$

$$\int_0^k (-x^2 + kx + 6) dx = 0$$

$$\left( -\frac{1}{3}k^3 + \frac{1}{2}k^2 + 6k \right)_0^k = 0$$

$$-\frac{1}{3}k(k^2 - 3k - 18) = 0$$

$$-\frac{1}{3}k(k-6)(k+3) = 0 \quad \therefore k = 6$$



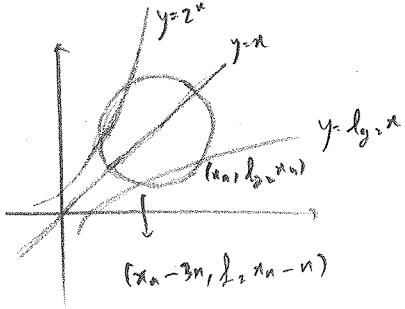
14. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y=2^x$  위의 두 점  $A_n, B_n$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선  $A_nB_n$ 의 기울기는 3이다.

(나)  $\overline{A_nB_n} = n \times \sqrt{10}$

중심이 직선  $y=x$  위에 있고 두 점  $A_n, B_n$ 을 지나는 원이 곡선  $y=\log_2 x$ 와 만나는 두 점의  $x$  좌표 중 큰 값을  $x_n$ 이라 하자.  $x_1 + x_2 + x_3$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{150}{7}$     ②  $\frac{155}{7}$     ③  $\frac{160}{7}$     ④  $\frac{165}{7}$     ⑤  $\frac{170}{7}$



$$2^{x_n} = x_n \quad 2^{x_{n+1}} = x_{n+1}$$

$$x_n \cdot 2^{-n} = x_{n+1} - x_n \quad x_n = \frac{3n}{1-2^{-n}}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} = 6 \quad x_2 = \frac{6}{\frac{3}{4}} = 8 \quad x_3 = \frac{9}{\frac{9}{8}} = \frac{12}{7}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{98+99}{7} = \frac{190}{7}$$

## 6

## 수학 영역

15. 두 다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x tf(t)dt + \int_{-1}^x tg(t)dt = 3x^4 + 8x^3 - 3x^2$$

$$(나) f(x) = xg'(x)$$

$\int_0^3 g(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ✓ 72      ② 76      ③ 80      ④ 84      ⑤ 88

$$xf(x) + g(x) = 12x^3 + 24x^2 - 6x$$

$$f(x) + g(x) = 12x^3 + 24x^2 - 6$$

$$xg'(x) + g(x) = 12x^3 + 24x^2 - 6$$

$$(xg(x))' = 12x^3 + 24x^2 - 6 \quad xg(x) = 4x^3 + 12x^2 - 6x + C$$

$$x=0 \rightarrow C=0 \quad g(x) = 4x^3 + 12x^2 - 6x$$

$$\left[ \frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 6x \right]_0^3 = 36 + 54 - 18 = 72$$

## 단답형

16. 방정식

$$\log_3(x+2) - \log_{\frac{1}{3}}(x-4) = 3$$

을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$x > 4$$

$$(x+2)(x-4) = 27 \quad x^2 - 2x - 35 = 0 \quad x = 7$$

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 6x^2 + 2x + 1$ 이고  $f(0) = 1$  일 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = 2x^3 + x^2 + 1 \quad f(1) = 5$$

# 수학 영역

7

18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} k a_k = 36, \quad \sum_{k=1}^9 k a_{k+1} = 7$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점] 29

$$a_1 + 2a_2 + \dots + 10a_{10} = 36$$

$$a_1 + \dots + 9a_9 = 7$$

$$\therefore a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 29$$

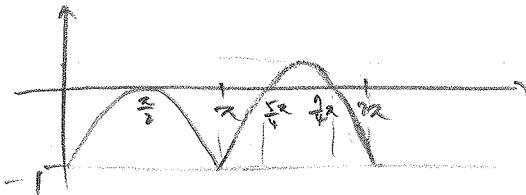
20. 닫힌구간  $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & (0 \leq x < \pi) \\ -\sqrt{2} \sin x - 1 & (\pi \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

가 있다.  $0 \leq t \leq 2\pi$ 인 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는

모든  $t$ 의 값의 합은  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 15



$$0 + \pi + 2\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{5}{4}\pi + \frac{1}{4}\pi = 3\pi + \frac{\pi}{2} + 3\pi = \frac{13}{2}\pi$$

$$p+q=15$$

19. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + b$ 는  $x=1$ 에서 극소이다.

함수  $f(x)$ 의 극댓값이 28일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점] 4

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 9 \quad 2a - 6 = 0 \quad a = 3$$

$$= 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$$

$$f(-3) = 9a + b = 27 + b = 28 \quad b = 1$$

$$a+b=4$$

## 8

## 수학 영역

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 모든 정수  $k$ 에 대하여

$$2k-8 \leq \frac{f(k+2)-f(k)}{2} \leq 4k^2 + 14k$$

를 만족시킬 때,  $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점] 31

$$2k-8 = 4k^2 + 14k \quad 4k^2 + 12k + 8 = 0$$

$$4((k+1)(k+2)) = 0 \quad k=-1, -2$$

$$\begin{array}{ll} k=-1 & \frac{f(1)-f(-1)}{2} = -10 \quad f(1)-f(-1) = -20 \\ k=-2 & \frac{f(0)-f(-2)}{2} = -12 \quad f(0)-f(-2) = -24 \end{array}$$

$$\text{Lee } f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} 2+2b &= -20 \quad b = -11 \quad f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + c \\ -4a - 14 &= -24 \quad a = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$f(x) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 11x + c$$

$$f'(x) = 3x^2 + 5x - 11 \quad f'(3) = 31$$

22. 양수  $k$ 에 대하여  $a_1 = k$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\left( a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k \right) (a_{n+1} + ka_n) = 0 \text{이다.}$$

$a_3 = 0$ 이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수  $k$ 에 대하여  $k^2$ 의 값의 합을 구하시오. [4점] 8

$$a_{n+1} = a_n - \frac{2}{3}k \quad \text{or} \quad a_{n+1} = -10a_n$$

$$a_2 = \frac{1}{3}k \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{3}k \quad \sim -\frac{1}{3}k^2$$

$$a_2 = -k^2 \Rightarrow a_3 = -k^2 - \frac{2}{3}k \quad (\times) \quad \text{or} \quad k^2$$

$$\begin{array}{c} a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \\ \frac{1}{3}k \quad -\frac{1}{3}k \quad -\frac{1}{3}k \quad -\frac{1}{3}k \\ \frac{1}{3}k^2 \quad \frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}k \quad (\times) \quad k = 2 \\ \frac{1}{3}k^3 \quad -\frac{1}{3}k^3 - \frac{2}{3}k \quad \frac{1}{3}k^2 + \frac{2}{3}k \\ \frac{1}{3}k^4 \quad \frac{1}{3}k^4 - \frac{2}{3}k \quad (\times) \quad k = \sqrt{2} \\ \frac{1}{3}k^5 \quad -\frac{1}{3}k^5 - \frac{2}{3}k \quad \frac{1}{3}k^4 + \frac{2}{3}k \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{array}$$

$$\begin{array}{c} k^2 \rightarrow k^3 \quad k^3 - \frac{2}{3}k \quad k^3 - \frac{4}{3}k \quad k = \frac{4}{3} \\ \quad \quad \quad \quad \quad -1 + \frac{2}{3}k \quad (\times) \quad k = \frac{2}{3} \\ -k^4 \quad -k^4 - \frac{2}{3}k \quad k^5 \end{array}$$

$$4+2+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=8$$

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(학률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$  의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤

5

24. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 있다. 양수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기는  $\frac{1}{t} + 4e^{2t}$  이다.  $f(1) = 2e^2 + 1$  일 때,  $f(c)$ 의 값은? [3점]

- ①  $2e^{2c} - 1$       ②  $2e^{2c}$       ③  $2e^{2c} + 1$   
 ④  $2e^{2c} + 2$       ⑤  $2e^{2c} + 3$

$$\begin{aligned} f'(t) &= \frac{1}{t} + 4e^{2t} & f(t) &= \ln t + 2e^{2t} + C \quad (\text{+70}) \\ f(1) &= 2e^2 + 1 & \therefore C &= 1 & f(t) &= \ln t + 2e^{2t} + 1 \\ f(e) &= 2e^{2e} + 2 \end{aligned}$$

## 2

## 수학 영역(미적분)

25. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

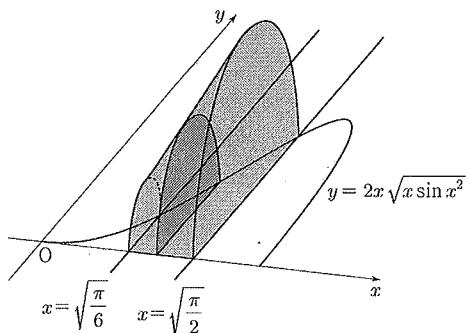
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n \times a_n - 1}{3 \times 2^{n+1}} = 1$$

일 때,  $a_1 + a_2$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{7}{2}$     ④  $\frac{9}{2}$     ⑤  $\frac{11}{2}$

$$a_n = \frac{3 \cdot 2^n}{2^n} \quad a_1 = 3 \quad a_2 = \frac{3}{2} \quad a_1 + a_2 = \frac{9}{2}$$

26. 그림과 같이 곡선  $y = 2x\sqrt{x \sin x^2}$  ( $0 \leq x \leq \sqrt{\pi}$ ) 와  $x$  축 및 두 직선  $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$ ,  $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



$$\textcircled{1} \frac{\pi^2 + 6\pi}{48} \quad \textcircled{2} \frac{\sqrt{2}\pi^2 + 6\pi}{48} \quad \textcircled{3} \frac{\sqrt{3}\pi^2 + 6\pi}{48}$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{2}\pi^2 + 12\pi}{48} \quad \textcircled{5} \frac{\sqrt{3}\pi^2 + 12\pi}{48} \quad r = x\sqrt{x \sin x^2}$$

$$\int_{\sqrt{\frac{\pi}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x^3 \sin x^2 dx \quad \text{let } t = x^2 \quad \frac{dt}{dx} = 2x$$

$$= \frac{\pi}{4} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = \frac{\pi}{4} \left[ (-t \cos t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \cos t \right] = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}\pi}{12} + 1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}\pi^2 + 6\pi}{48}$$

## 수학 영역(미적분)

3

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) + f\left(\frac{1}{2} \sin x\right) = \sin x$$

를 만족시킬 때,  $f'(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{5}{6}$     ②  $-\frac{2}{3}$     ③  $-\frac{1}{2}$     ④  $-\frac{1}{3}$     ⑤  $-\frac{1}{6}$

$$f'(x) + f'\left(\frac{1}{2} \sin x\right) \frac{1}{2} \cos x = \cos x$$

$$f'(x) - \frac{1}{2} f'(0) = -1$$

$$f'(0) + \frac{1}{2} f'(0) = 1 \quad \therefore f'(0) = \frac{2}{3}$$

$$f'(\pi) = -\frac{2}{3}$$

28. 함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = f'(2x) \sin \pi x + x$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 는 역함수  $g^{-1}(x)$ 를 갖고,

$$\int_0^1 g^{-1}(x) dx = 2 \int_0^1 f'(2x) \sin \pi x dx + \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때,  $\int_0^2 f(x) \cos \frac{\pi}{2} x dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{1}{\pi}$     ②  $-\frac{1}{2\pi}$     ③  $-\frac{1}{3\pi}$     ④  $-\frac{1}{4\pi}$     ⑤  $-\frac{1}{5\pi}$

$$g'(0)=0 \quad g''(0)=1 \quad \int_0^1 g(x) dx + \int_0^1 g'(x) dx = 1$$

$$\int_0^1 \left( f'(2x) \sin \pi x + x \right) dx + 2 \int_0^1 f'(2x) \sin \pi x dx + \frac{1}{4} = 1$$

$$\therefore \int_0^1 f'(2x) \sin \pi x dx = \frac{1}{12}$$

$$\text{let } t=2x \quad \int_0^2 f'(t) \sin \frac{\pi}{2} t dt = \frac{1}{6}$$

$$\int_0^2 f'(t) \sin \frac{\pi}{2} t dt = \left[ f(t) \sin \frac{\pi}{2} t \right]_0^2 - \frac{\pi}{2} \int_0^2 f(t) \cos \frac{\pi}{2} t dt = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \int_0^2 f(t) \cos \frac{\pi}{2} t dt = \int_0^2 f(t) \sin \frac{\pi}{2} t dt = -\frac{1}{3\pi}$$

## 4

## 수학 영역(미적분)

## 단답형

29. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $m$  항까지의 합을  $S_m$ 이라 하자.  
모든 자연수  $m$ 에 대하여

$$S_m = \sum_{n=1}^m \frac{m+1}{n(n+m+1)}$$

일 때,  $a_1 + a_{10} = \frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 59

$$S_m = \sum_{n=1}^m \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+m+1} \right) = \frac{1}{1} + \cdots + \frac{1}{m+1}$$

$$a_1 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \quad a_{10} = \frac{1}{11} \quad (n \geq 2)$$

$$\therefore a_1 + a_{10} = \frac{3}{2} + \frac{1}{11} = \frac{35}{22}$$

30. 양수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = (k - |x|)e^{-x}$$

이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수  $F(x)$ 에 대하여  $F(0)$ 의 최솟값을  $g(k)$ 라 하자.

모든 실수  $x$ 에 대하여  $F'(x) = f(x)$ 이고  $F(x) \geq f(x)$ 이다.

$$g\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{3}{2}\right) = pe + q \text{ 일 때, } 100(p+q) \text{의 값을 구하시오.}$$

(단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점] 25

$$f(x) = \begin{cases} (k-x)e^{-x} & (x \geq 0) \\ (k+x)e^{-x} & (x < 0) \end{cases}$$

$$(h(x)e^{-x})' = \{h'(x) - h(x)\}e^{-x}$$

$$F(x) = \begin{cases} (x-k+1)e^{-x} + C & (x \geq 0) \\ (-x-k-1)e^{-x} + C+2 & (x < 0) \end{cases}$$

$$F(x) - f(x) = \begin{cases} (2x-2k+1)e^{-x} + C & (x \geq 0) \\ (-2x-2k-1)e^{-x} + C+2 & (x < 0) \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{2} \quad F(x) - f(x) = \begin{cases} (2x+\frac{1}{2})e^{-x} + C & \xrightarrow{\text{비틀}} (-2x+\frac{3}{2})e^{-x} \\ (-2x-\frac{3}{2})e^{-x} + C+2 & (2x-\frac{1}{2})e^{-x} \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ 일 때 } F(x) - f(x) = 0 \quad \therefore C = 2f(\frac{3}{4}) - F(\frac{3}{4})$$

$$\therefore g(\frac{1}{4}) = \frac{3}{4} \quad (C=0)$$

$$k = \frac{3}{2} \quad F(x) - f(x) = \begin{cases} (2x-2)e^{-x} + C & \xrightarrow{\text{비틀}} (-2x+4)e^{-x} \\ (-2x-4)e^{-x} + C+2 & (2x+2)e^{-x} \end{cases}$$

$$x = 2, x = -2 \text{ 때 } F(x) - f(x) = 0 \quad \therefore C = 2f(2) - F(2)$$

$$x = -1 \quad -2e + C + 2 = 0 \quad C = 2e - 2$$

$$\therefore g(\frac{3}{2}) = -\frac{1}{2} + 2e - 2 \quad (C = 2e - 2)$$

$$= 2e - \frac{5}{2}$$

$$g(\frac{1}{4}) + g(\frac{3}{2}) = 2e - \frac{1}{4} \quad 100(2 - \frac{1}{4}) = 25$$

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.