

※ 총 9쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. $(2^{\sqrt{3}+1})^{2^{\sqrt{3}-2}}$ 의 값은? [3점]

- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 32 ⑤ $32\sqrt{2}$

$$2^{2(3-1)} = 2^4 = 16$$

2. 두 자연수 a, b 에 대하여, $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a \sin(bx) + a$ 의 그래프가 직선 $y=2$ 와 서로 다른 네 점에서 만난다. ab 의 최솟값은? [3점]

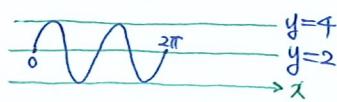
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$$\text{주기 } : \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b \text{ 번 반복}$$

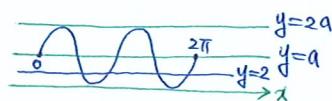
i) $a=1 : b=4$



ii) $a=2 : \times$



iii) $a \geq 3 : b=2$



3. 자연수 n 에 대하여 다항식 $(x+1)^n$ 을 $x(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R_n(x)$ 라 하자. $\sum_{n=1}^8 R_n(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1008 ② 1012 ③ 1016 ④ 1020 ⑤ 1024

$$(x+1)^n = Q(x-1)Q(x) + ax+b$$

$$x=0 : 1=b$$

$$x=1 : 2^n = a+b \Rightarrow a=2^n - 1$$

$$R_n(x) = (2^n - 1)x + 1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^8 (2^n - 1) = \frac{4(2^8 - 1)}{2 - 1} - 8 = 2^{10} - 12 = 1012$$

4. 40 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여

$$-\log_{\sqrt{2}} m + \log_{\frac{1}{2}} (4n+6)^{-1}$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$-2 \log_2 m + \log_2 (4n+6) = 1 + \log_2 (2n+3) - \log_2 m^2 = k$$

$$2n+3 = m^2 \times 2^{k-1} \Rightarrow k=1, m: \text{홀수}$$

$$\therefore (m, n) = (3, 3), (5, 11), (7, 23), (9, 39)$$

5. $1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + 19^3$ 의 값은? [4점]

- ① 3300 ② 3400 ③ 3500 ④ 3600 ⑤ 3700

$$\begin{aligned} 1 + \sum_{k=1}^{9} \{(2k+1)^3 - (2k)^3\} &= 1 + \sum_{k=1}^{9} (12k^2 + 6k + 1) \\ &= 1 + 12 \times \frac{9 \times 10 \times 19}{6} + 6 \times \frac{9 \times 10}{2} + 9 \\ &= 10 + 3420 + 270 \\ &= 3700 \end{aligned}$$

6. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & (x(x-3) \neq 0) \\ 0 & (x(x-3) = 0) \end{cases}$$

이고 함수 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다.
 $g(0)=5$ 이고 함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속
 일 때, $g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 245 ② 247 ③ 249 ④ 251 ⑤ 253

$f(x)$ 는 $x=0, 3$ 에서 불연속

$$\begin{cases} x=0 \text{ (연속)}: g(0)=g(1) \\ x=3 \text{ (연속)}: g(0)=g(-2) \end{cases}$$

$$g(0)=g(1)=g(-2)=5$$

$$\therefore g(x)=x(x-1)(x+2)+5 \Rightarrow g(6)=245$$

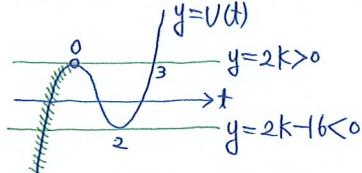
7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시작 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^4 - 4t^3 + 2kt$$

이다. 점 P가 원점을 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾸도록 하는 정수 k 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$$V(t) = t^4 - 4t^3 + 2kt = 4t^2(t-1) + 2k \quad (t > 0)$$



$$\therefore 0 < k < 8 \quad (\text{7개})$$

8. 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 4일 때, $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ 의 값은? [4점]

- ① $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ② $4(2 + \sqrt{3})$ ③ $4(\sqrt{3} + \sqrt{5})$
 ④ $4(\sqrt{3} + \sqrt{6})$ ⑤ $4(\sqrt{3} + \sqrt{7})$

$$S = 4\sqrt{3}, \quad A = \frac{\pi}{3}, \quad R = ?$$

$$a = 2R \sin A = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc = 4\sqrt{3} \Rightarrow bc = 16$$

$$(a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = (b+c)^2 - 3bc) \\ \Rightarrow b+c = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\therefore a+b+c = 4(\sqrt{3} + \sqrt{6})$$

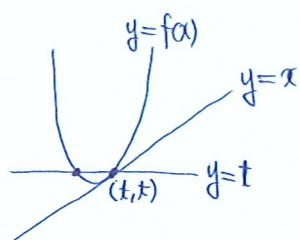
9. 함수 $f(x) = x^2 + ax + 1$ 에 대하여 집합

$$\{x \mid f(f(x)) = f(x), x \text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수가 2일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f(x) = t : f(t) = t$$



$$x^2 + ax + 1 = x \Rightarrow x^2 + (\underbrace{a-1}_{\pm 2})x + 1 = 0 \quad (\text{중근})$$

$$\therefore a = 3, -1$$

10. 실수 θ 에 대하여 직선 $y=x$ 와 곡선

$$y = x^2 + 2x \sin \theta - \cos^2 \theta = x$$

이 만나는 두 점 사이의 거리의 최댓값은? [4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

$$x^2 + (2\sin \theta - 1)x - \cos^2 \theta = 0$$

$$d = \sqrt{2} |x_1 - x_2| = \sqrt{2} \times \sqrt{(2\sin \theta - 1)^2 + 4\cos^2 \theta}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{5 - 4\sin \theta} \leq \sqrt{2} \times \sqrt{5+4} = 3\sqrt{2}$$

11. 첫째항과 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\{b_n\} \text{이}$$

$$b_n = n^2 \sin(\pi a_n) + n \cos(\pi a_n) + 1$$

$$\sum_{n=1}^7 b_n = 3$$

을 만족시킬 때, $b_{48} + b_{49} + b_{50}$ 의 값은? [4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

$$a_n : \text{정수} \Rightarrow b_n = n \frac{\cos(\pi a_n)}{\pm 1} + 1$$

$$\sum_{n=1}^7 b_n = \sum_{n=1}^7 \{n \cos(\pi a_n)\} + 7 = 3$$

$$\sum_{n=1}^7 \{n \cos(\pi a_n)\} = -4$$

$$-1 + \frac{2-3}{-1} + \frac{4-5}{-1} + \frac{6-7}{-1} = -4$$

$$\text{공차: 홀수, 첫째항: 홀수} \Rightarrow \begin{cases} a_{2n-1} = (\text{홀수}) \\ a_{2n} = (\text{짝수}) \end{cases}$$

$$\therefore b_n = \begin{cases} -n+1 & (n: \text{홀수}) \\ n+1 & (n: \text{짝수}) \end{cases} \Rightarrow 49 - 48 + 51 = 52$$

12. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n = 2a_n - pn$$

이다. $\sum_{k=1}^6 \frac{p+a_k}{a_k a_{k+1}} = 3$ 일 때, 상수 p 의 값은? [4점]

- ① $\frac{36}{127}$ ② $\frac{38}{127}$ ③ $\frac{40}{127}$ ④ $\frac{42}{127}$ ⑤ $\frac{44}{127}$

$$\begin{cases} S_n = 2a_n - pn \Rightarrow n=1: S_1 = 2a_1 - p \Rightarrow a_1 = p \\ S_{n-1} = 2a_{n-1} - p(n-1) \end{cases}$$

$$a_n = 2a_n - 2a_{n-1} - p$$

$$a_n = 2a_{n-1} + p \quad (n \geq 2) \Rightarrow a_n + p = 2p \times 2^{n-1}$$

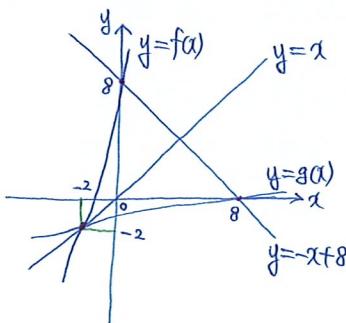
$$\therefore a_n = p(2^n - 1)$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^6 \frac{p \times 2^k}{p^2 (2^k - 1)(2^{k+1} - 1)} &= \frac{1}{p} \sum_{k=1}^6 \left(\frac{1}{2^k - 1} - \frac{1}{2^{k+1} - 1} \right) \\ &= \frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{127} \right) = \frac{126}{127p} = 3 \Rightarrow p = \underline{\underline{\frac{42}{127}}} \end{aligned}$$

13. 함수 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 13x + 8$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 하자. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 직선 $y = -x + 8$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

$$f(x) = x \Rightarrow x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0 \Rightarrow (x+2)^3 = 0$$

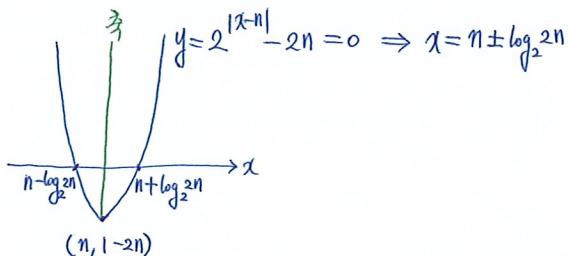


$$\therefore S = 2 \int_{-2}^0 (x+2)^3 dx + \frac{8 \times 8}{2} = 2 \times \frac{2^4}{4} + 32 = 40$$

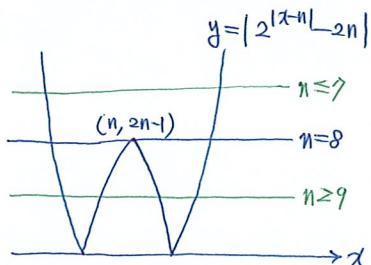
14. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = |2^{|x-n|} - 2n|$ 의 그래프가 직선 $y = 15$ 와 제 1사분면에서 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때.

$$\sum_{n=1}^{20} a_n \text{의 값은? } [4\text{점}]$$

- ① 52 ② 55 ③ 58 ④ 61 ⑤ 64



$$x=0: y = |2^n - 2n| \Rightarrow \underline{\underline{0, 0, 2, 8, 22, \dots}}$$



$$\begin{cases} a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1 \\ a_5 = a_6 = a_7 = 2 \\ a_8 = 3 \\ a_9 = a_{10} = \dots = 4 \end{cases}$$

$$\therefore |x_4 + 2x_3 + 3x_1 + 4x_12| = 61$$

15. 실수 a, b, c, d 에 대하여, 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$

(나) $\int_{-1}^1 xf(x)dx = 0$

함수 $f(x)$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- Ⓐ $abcd \geq 0$
- Ⓑ $ab < 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-1, 0)$ 에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다.
- Ⓒ $ab > 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 오직 한 개의 실근을 갖는다.

- ① ↗ ② ↛ ③ ↗, ↛ ④ ↛, ↚ ⑤ ↗, ↛, ↚

$$(가) 2 \int_0^1 (bx^2 + d) dx = 0 \Rightarrow \frac{b}{3} + d = 0 \Rightarrow d = -\frac{1}{3}b$$

$$(나) 2 \int_0^1 (ax^3 + cx^2) dx = 0 \Rightarrow \frac{a}{5} + \frac{c}{3} = 0 \Rightarrow c = -\frac{3}{5}a$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 - \frac{3}{5}ax - \frac{1}{3}b \quad (a \neq 0)$$

$$\nabla. abcd = \frac{1}{5}a^2b^2 \geq 0$$

$$\text{L. } f(-1)f(0) = \left(-\frac{2}{5}a + \frac{2}{3}b\right)\left(-\frac{1}{3}b\right) = \frac{2}{15}ab - \frac{2}{9}b^2 < 0$$

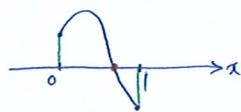
$$\text{L. } f(0)f(1) = \left(-\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{2}{5}a + \frac{2}{3}b\right) = -\frac{2}{15}ab - \frac{2}{9}b^2 < 0$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx - \frac{3}{5}a$$

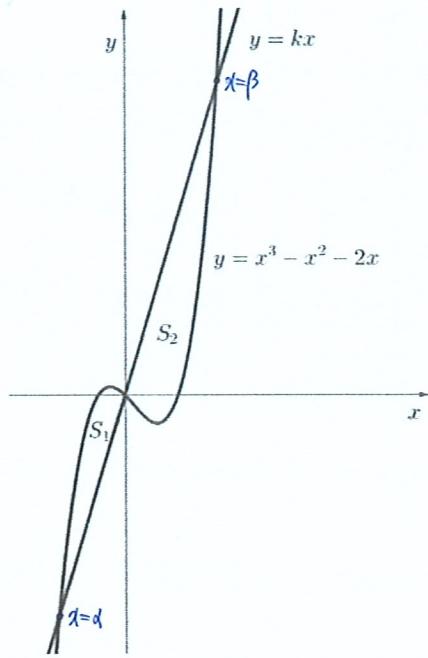
$$f(0)f'(1) = \left(-\frac{3}{5}a\right)\left(\frac{12}{5}a + 2b\right) = -\frac{36}{25}a^2 - \frac{6}{5}ab < 0$$

i) $a > 0, b > 0$

ii) $a < 0, b < 0$



16. 다음 그림과 같이 삼차함수 $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ 의 그래프와 직선 $y = kx$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. $S_2 - S_1 = 18$ 일 때, 실수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{29}{4}$

$$f(x) = kx \Rightarrow x^3 - x^2 - (k+2)x = 0 \Rightarrow x^2 - x - (k+2) = 0 \quad (\alpha, \beta)$$

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= \int_{-\infty}^{\alpha} x(x-k)(x-\beta) dx = \int_{-\infty}^{\alpha} (x-\alpha)^2(x-\beta) dx + \int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta) dx \\ &= -\frac{(\beta-\alpha)^4}{12} - \frac{\alpha(\beta-\alpha)^3}{6} = -\frac{(\beta-\alpha)^3(\beta+\alpha)}{12} \\ &= -\frac{(\beta-\alpha)^3}{12} = -18 \end{aligned}$$

$$(\beta-\alpha)^3 = 6^3 \Rightarrow \beta-\alpha = 6$$

$$\sqrt{1+4(k+2)} = 6 \Rightarrow k = \frac{27}{4}$$

17. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x < 1) \\ a - a|x-2| & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 b 에 대하여 함수

$$g(x) = |x(x-2)| \int_b^x f(t) dt$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 최댓값은?

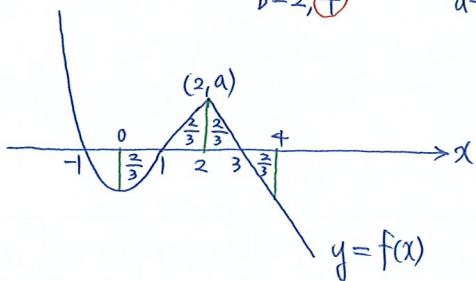
[5점]

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{29}{6}$ ③ 5 ④ $\frac{31}{6}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

$$g'(x) = \underbrace{(|x(x-2)|)}_{x=0, 2 \text{에서 존재하지 않는다.}}' \int_b^x f(t) dt + \underbrace{|x(x-2)| f(x)}_{\text{존재}}$$

$$\therefore \int_b^0 f(t) dt = 0, \int_b^2 f(t) dt = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^b f(x) dx = 0, \underbrace{\int_b^2 f(x) dx = 0}_{b=2, \textcircled{4}}, \underbrace{\int_0^2 f(x) dx = 0}_{a=\frac{1}{3}}$$



$$\frac{1}{2} \times 1 \times a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

18. 두 삼차함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \neq 2) \\ g(x) & (x = 2) \\ 3 & (x = 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

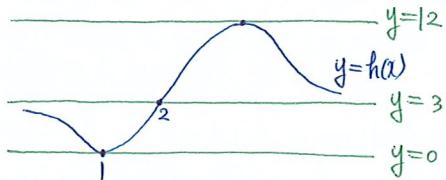
(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 3$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{h(x)} = \infty$ 이다.

(나) 방정식 $h(x) = 12$ 가 오직 하나의 실근을 가진다.

$h(0)$ 의 값은? [5점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 0+$$



$$h(x) = \frac{3(x-2)(x-1)^2}{(x-2)(x^2+ax+b)}$$

$$h(2) = \frac{3}{4+2a+b} = 3 \Rightarrow b = -2a-3$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)^2}{x^2+ax-2a-3} = 12$$

$$x^2-2x+1 = 4x^2+4ax-8a-12$$

$$3x^2+2(2a+1)x-8a-13=0$$

$$\frac{D}{4} = 4a^2+4a+1+24a+39=0$$

$$a^2+7a+10=0 \Rightarrow a=-2, -5$$

$$a=-2 : h(x) = \frac{3(x-1)^2}{(x-1)^2} (X)$$

$$\therefore h(x) = \frac{3(x-1)^2}{x^2-5x+7} \Rightarrow h(0) = \frac{3}{7}$$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = |f(x)| - f'(x)$$

라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

(가) $g(0) = \underline{f(0)} = 1$

(나) 방정식 $|f(x)| = 3$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

(다) 함수 $g(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분불가능한 실수 k 의 개수는 3이다.

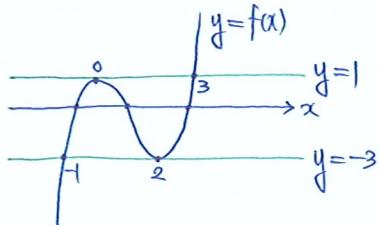
$g(1)$ 의 값은? [5점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

(나) $g(0) = |f(0)| - f'(0) = |-f'(0)| \Rightarrow \underline{f'(0)} = 0$

(다) $f(x) = \pm 3 \Rightarrow$ 실근 개수: 1+2=3

(다) $|f(x)|$ 의 미분불능인 x 가 3개



($\frac{3}{2}$ 값의 차) $= \frac{3}{6}(\beta-\alpha)^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta-\alpha=2$

$\therefore f(x) = x^2(x-3) + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x(x-2)$

$g(1) = |f(1)| - f'(1) = |-1| - (-3) = 4$

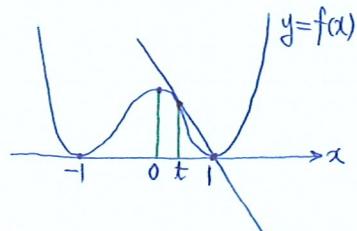
20. 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = (x+1)^2(x-1)^2$ 이라 하자.

$-1 \leq x \leq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$$

를 만족시키도록 하는 실수 t 의 최댓값은? [5점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$



$$f(x) = 4(x+1)x(x-1)$$

$$(t, (t+1)^2(t-1)^2), (1, 0)$$

$$m = \frac{(t+1)^2(t-1)^2}{t-1} = 4(t+1)t(t-1)$$

$$t+1 = 4t \Rightarrow t = \underline{\frac{1}{3}}$$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,
모든 a_i 의 값의 합을 구하시오. [3점]

34

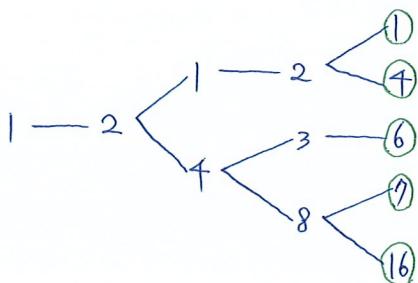
(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{은 홀수}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

(나) $a_5 = 1$

$$a_n = \begin{cases} a_{n+1} - 1 & (a_n \text{은 홀수}) \\ 2a_{n+1} & (a_n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$a_5 \quad a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1$



22. 자연수 n 에 대하여 집합

$$\{x \mid x \leq \log_2(x+n), x \text{는 자연수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} f(n)$ 의 값을
구하시오. [4점]

64

$$2^x \leq x+n \Rightarrow 2^x - x \leq n$$

$$2^x - x \leq 1 \Rightarrow x=1$$

$$2^x - x \leq 2 \Rightarrow x=1, 2$$

$$2^x - x \leq 5 \Rightarrow x=1, 2, 3$$

$$2^x - x \leq 12 \Rightarrow x=1, 2, 3, 4$$

$$2^x - x \leq 27 \Rightarrow x=1, 2, 3, 4, 5$$

$$\therefore |X| + 2 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 9 = 64$$

$$\otimes \left(\begin{array}{l} x=1 : 1 \leq n \leq 20 \\ x=2 : 2 \leq n \leq 20 \\ x=3 : 5 \leq n \leq 20 \\ x=4 : 12 \leq n \leq 20 \end{array} \right) \Rightarrow 20 + 19 + 16 + 9 = 64$$

23. 다항함수 f, g 가 모든 실수 x, y 에 대하여

$$f(0)=5, \quad f(x-g(y))=(x+4y^2-1)^3-3$$

을 만족시킬 때, 함수 $h(x)=f(x)-g(x)$ 의 극댓값을
구하시오. [4점]

74

$$g(y)=x : 5 = \{g(y)+4y^2-1\}^3-3$$

$$g(y)+4y^2-1 = 2 \Rightarrow g(x) = -4x^2+3$$

$$g(y)=0 (4y^2=3) : f(x) = (x+2)^3-3 = x^3+6x^2+12x+5$$

$$h(x) = x^3+10x^2+12x+2$$

$$h(x) = 3x^2+20x+12 = (3x+2)(x+6)$$

$$\therefore h(-6) = 3(-6+10)-12+2 = 74$$

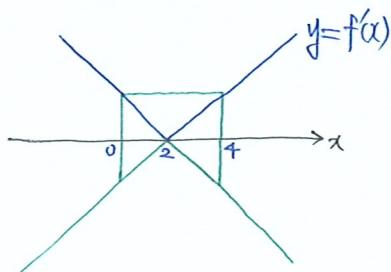
24. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^4 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점] 4

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $(f'(x)+2)(f'(x)-2)=x(x-4)$ 이다.
 (나) $f(0) < f(4)$, $f(2) = 1$

$$(가) \{f'(x)\}^2 = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

$$f'(x) = x-2 \quad \text{또는} \quad f'(x) = -(x-2)$$

$$(나) f(4) - f(0) = \int_0^4 f'(x) dx > 0$$



$$f'(x) = \begin{cases} -(x-2) & (x \leq 2) \\ x-2 & (x \geq 2) \end{cases} \Rightarrow x=2 \text{에 대칭}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{(x-2)^2}{2} + 1 & (x \leq 2) \\ \frac{(x-2)^2}{2} + 1 & (x \geq 2) \end{cases} \Rightarrow 점 (2,1) \text{에 대칭}$$

$$\therefore \int_0^4 f(x) dx = \int_0^4 1 dx = 4$$

25. 함수 $f(x) = \frac{2^x}{2^x + \sqrt{2}}$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \cdots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) + f\left(\frac{n}{n}\right)$$

일 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n = p + q\sqrt{2}$ 이다. 정수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오. [5점]

115

$$f(1-x) = \frac{2^{1-x}}{2^{1-x} + 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{2 + 2^{x+\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2^x + \sqrt{2}}$$

$$f(x) + f(1-x) = 1$$

$$a_n = \frac{(n-1) \times 1}{2} + f(1) = \frac{n-1}{2} + \frac{2}{2+\sqrt{2}} = \frac{n-1}{2} + 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{19 \times 20}{4} + 20(2 - \sqrt{2}) = \underline{135 - 20\sqrt{2}}$$

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 · 표기 했는지 확인하시오.