

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

빛나는 미래로 여명과 함께 걷자

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**

미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\frac{5}{\sqrt[3]{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt[3]{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ 5 ④ 25 ⑤ 125

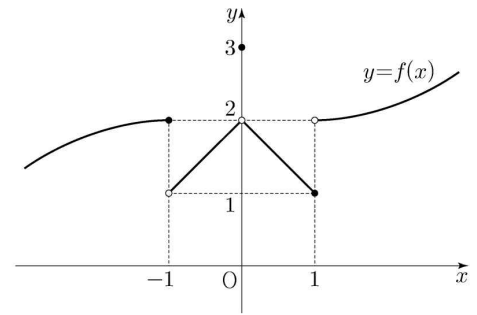
2. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + 6$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+2h) - f(4-h)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 22 ③ 33 ④ 44 ⑤ 55

3. $\sum_{n=1}^5 \frac{1}{n(n+1)}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 함수 $f(x) = (x-5)(x^2+x-1)$ 에 대하여 $f'(5)$ 의 값은?

[3점]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 의

값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

7. x 에 대한 방정식 $x^4 + 4x^3 + 5 + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 k 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

8. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 θ 에 대하여

$$\frac{\sin \theta}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)} - \frac{4\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\cos \theta}$$

의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

9. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{f(t)}{f'(t)}$$

이다. 함수 $g(x)$ 가 오직 $x = 0$ 에서만 불연속일 때, $f(0)$ 의 값은?

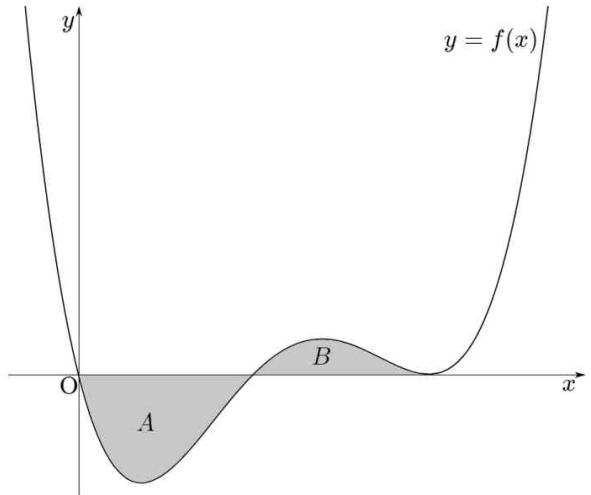
[4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = x(x-a)(x-2a)^2$$

이다. 곡선 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 두 부분 중 제4사분면에 있는 것의 넓이를 A , 제1사분면에 있는 것의 넓이를 B 라 하자. $A - B = \frac{4}{15}$ 일 때, a 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n - a_{n-1} = n$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} \frac{a_k}{k(k+1)} = -\frac{5}{11}$ 일 때, a_1 의 값은? [4점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

12. 1보다 큰 두 상수 a, b 에 대하여 두 함수

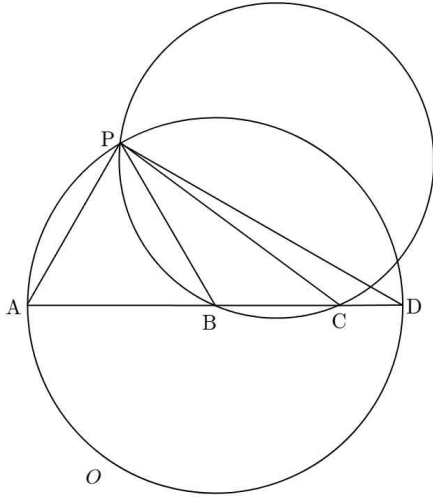
$$f(x) = a \log_b x, \quad g(x) = b^{-\frac{x}{a}}$$

가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $A(b, f(b)), B(2b, f(2b))$ 와 곡선 $y=g(x)$ 위의 두 점 $C(-\frac{5}{8}b, b), D(-\frac{5}{4}b, 2b)$ 에 대하여 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하고, 두 점 C, D에서 y 축에 내린 수선의 발을 각각 R, S라 할 때, 사각형 APQB의 넓이와 사각형 DCRS의 넓이의 합은? [4점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② 5 ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

홀수형

13. 그림과 같이 선분 AD를 지름으로 하는 원을 O 라 하고, 선분 AD 위에 두 점 B, C를 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2 : 1$ 이 되도록 잡자. 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PBC에 외접하는 원의 반지름의 길이가 $\frac{2\sqrt{57}}{3}$ 이고, $\overline{AP} = \overline{AB}$ 일 때, 원 O 의 넓이와 삼각형 PCD의 외접원의 넓이의 합은? (단, $\frac{\pi}{2} < \angle PBC < \pi$)
[4점]



- ① 96π ② 100π ③ 104π ④ 108π ⑤ 112π

14. $f(0) = 0$ 이고 $f(-3) = -3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 집합 A 를

$$A = \{x \mid f(x) = -f(x - f(x)) + x\}$$

이라 할 때, $n(A) = 4$ 이다. $f'(0) < 0$ 일 때, $f(-8)$ 의 값은? [4점]

- ① 142 ② 144 ③ 146 ④ 148 ⑤ 150

15. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} & (a_n a_{n+1} \text{이 정수가 아닌 경우}) \\ a_n \times a_{n+1} & (a_n a_{n+1} \text{이 정수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_7 = 4$, $a_{10} = \frac{9}{4}$ 일 때, $a_5 > 4$ 가 되도록 하는 a_4 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{45}$ ② $\frac{21}{40}$ ③ $\frac{21}{35}$ ④ $\frac{21}{30}$ ⑤ $\frac{21}{25}$

단답형

16. 부등식 $4^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{x-9}$ 를 만족하는 실수 x 의 최댓값을 구하시오. [3점]

17. $\int_{-3}^3 (4|t^3| + 3t^2 + 2|t| + 5) dt$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} -|x+1| + 1 & (x < 0) \\ |x-1| - 1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 두 점 $A(k, \log_2 k)$, $B(2k, \log_2 2k)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 y 축 위의 점 P 를 P_0 라 하자. 직선 BP_0 의 기울기가 $\frac{1}{6}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = (x-a)(x-b)^2 (a < b)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, 0)$ 에서의 접선을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)f'(x)}$$

이다. 함수 $h(x)$ 가 $x = 2$ 에서만 불연속이고, $f(0) = -16$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \int_k^x |t|f(t)dt \quad (k \text{는 실수})$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 $A = \left\{ m \mid \lim_{x \rightarrow m} \frac{1}{|g(x)|} = \infty, m \text{은 실수} \right\}$ 에 대하여
 $k = -2$ 이면 $n(A) = 1$ 이고, $k \neq -2$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.
 (나) 집합 $B = \left\{ n \mid \lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{x+2} = 0, n \text{은 실수} \right\}$ 에 대하여
 $n(B) \geq 1$ 이다.

$f'(1) = 0, f(-2) = 0$ 일 때, 가능한 모든 $f(3)$ 의 값의 합을
 구하시오. [4점]

22. 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 인 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을
 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x \leq 1$ 일 때, $f(x) = x$ 이다.
 (나) 음이 아닌 모든 정수 k 와 $0 < t \leq 1$ 인
 실수 t 에 대하여
 $f(k+t) = t - k + f(k)$
 또는
 $f(k+t) = -\sin(2\pi t) + f(k)$
 이다.
 (다) 모든 양의 실수 s 에 대하여 x 에 대한 방정식
 $f(x) = s$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

실수 s 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = s$ 의 실근의 최댓값을
 $g(s)$ 라 할 때, $g\left(\frac{9}{2}\right) + g\left(\frac{11}{2}\right)$ 의 값을 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

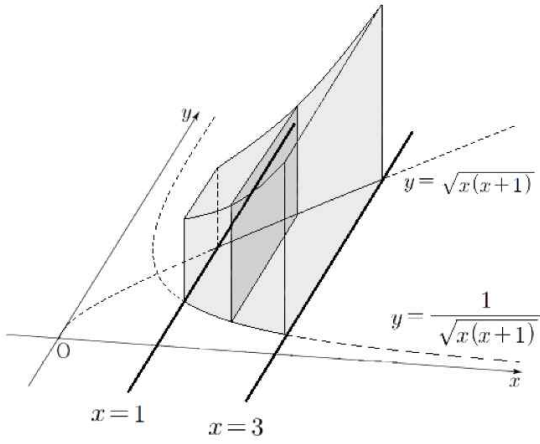
24. $\int_{e^2}^{e^8} \frac{1}{x \ln x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $2 \ln 2$ ③ $3 \ln 2$ ④ $4 \ln 2$ ⑤ $5 \ln 2$

25. 그림과 같이 $1 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 두 곡선 $y = \sqrt{x(x+1)}$,

$y = \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}}$ 와 두 직선 $x=1, x=3$ 으로 둘러싸인

부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $8 + \ln \frac{3}{2}$
- ② $\frac{25}{3} + \ln \frac{3}{2}$
- ③ $\frac{26}{3} + \ln \frac{3}{2}$
- ④ $9 + \ln \frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{28}{3} + \ln \frac{3}{2}$

26. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$x = at^3 - 3at, \quad y = bt^2 - 2b$$

이다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $P(-1, 0), Q(1, 0)$ 에서 각각 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 부분이 정삼각형일 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- ② $\frac{2\sqrt{6}}{7}$
- ③ $\frac{3\sqrt{6}}{8}$
- ④ $\frac{4\sqrt{6}}{9}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

27. 두 곡선 $y = \tan^2 \pi x$, $y = \frac{1}{x^2}$ 가 $x > 0$ 에서 만나는 모든 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_{2n+1} - a_{2n}} \times \left\{ \left(\frac{a_{2n+1} + 1}{a_{2n+1} - 1} \right)^2 - \left(\frac{a_{2n} - 1}{a_{2n} + 1} \right)^2 \right\}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

28. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(7) $\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{x^2} \right) = \frac{3x^2}{\ln(x^3+1)}$

(나) $g(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{t^3+1} dt$

$f(\sqrt[3]{3}) = \frac{\sqrt[3]{9}}{2} \times f(1)$ 일 때, $g(\sqrt[3]{3})$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

단답형

29. $t \geq -1 + \sqrt{3}$ 인 실수 t 에 대하여 함수

$$f(x) = (\ln x)^2 + x^2 - (t^2 + 2t)x$$

가 $x = k$ 에서 극소일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 의 역함수를 $h(t)$ 라 할 때,

$$\frac{e}{\{h'(e)\}^2} = ae^2 + be + c \text{이다. } a + b + c \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, a, b, c 는 자연수이고, e, e^2 는 무리수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고 $f'(0) = 1$ 인
함수 $f(x)$ 의 이계도함수 $f''(x)$ 가

$$f''(x) = (x^2 - x - 2)e^{-x}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x - t) + f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 최고차항의 계수가
1인 사차함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의
집합에서 연속일 때, $h(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9
①	③	④	④	④	①	②	⑤	②
10	11	12	13	14	15	16	17	18
③	⑤	②	⑤	①	⑤	3	264	24
19	20	21	22	23	24	25	26	27
2	4	100	203	④	②	③	③	⑤
28	29	30						
④	5	44						