

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가

수학 영역

성명		수험 번호	S	J	4			감독관 확인	
----	--	-------	---	---	---	--	--	--------	--

- ◆ 표지를 포함한 문제지의 모든 페이지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- ◆ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- ◆ 문항수는 총 6문항입니다.
- ◆ 시험시간은 70분입니다.
- ◆ 시험지의 각 문항 아래의 답란에 답을 작성하십시오.

※ 감독관의 안내가 있을 때까지 표지를 넘기지 마시오.



2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

수험 번호

S

J

4

감독관 확인



1. 다음 물음에 답하시오. [총 16점]

(1) 소수의 특징을 두 가지 서술하시오. [2점]

답란	초검
<p>예시 : 약수가 2개다.</p> <p>특징 1 :</p> <p>특징 2 :</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div> <div style="background-color: #cccccc; text-align: center; padding: 2px;">재검</div> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>

(2) 3 이상의 자연수 n 에 대하여, n 이하의 모든 소수의 합을 $S(n)$ 이라 하자. 이때, 2 이상의 모든 자연수 k 에 대하여 부등식 ' $S(2k-1) \leq k^2+2$ '이 성립함을 보이시오. [14점]

답란	초검
	<div style="border: 1px solid black; height: 180px; width: 100%;"></div> <div style="background-color: #cccccc; text-align: center; padding: 2px;">재검</div> <div style="border: 1px solid black; height: 180px; width: 100%;"></div>

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

수험 번호

S

J

4

감독관 확인



2. 다음 물음에 답하시오. [총 16점]

(1) -10 이상 10 이하의 두 정수 a, b 에 대하여, x 에 대한 부등식 ' $9^x + a \times 3^x + b > 0$ '의 해가 모든 실수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [3점]

답란	초검
	재검

(2) 1 보다 큰 실수 t 에 대하여, 함수 $y = t^x + x^2$ 의 최솟값을 $f(t)$ 라 하자. 이때, 아래 주어진 제시문을 괄호에서 알맞은 말을 골라 완성하고, 완성된 제시문이 성립함을 보이시오. [13점]

‘ $t > 1$ 일 때, $f(t)$ 는 1 보다 항상 (크다 / 작다)’

답란	초검
	재검

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

수험 번호

S

J

4

감독관 확인



3. 2 이상의 자연수 k 에 대하여 두 다항식 $P_k(x)$, $Q_k(x)$ 이 다음을 만족시킨다.

$$\text{'곡선 } y = \frac{Q_k(\tan x)}{P_k(\tan x)} \text{와 곡선 } y = \tan kx \text{이 일치한다.'}$$

이때, 다음 물음에 답하시오. [총 17점]

(1) $\frac{Q_4(3)}{P_4(3)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

답란	초검
	재검

(2) 방정식 $P_t(x)=0$ 의 실근은 $\tan \alpha$ 이다. $0 \leq \alpha \leq \pi$ 를 만족시키는 모든 α 의 개수가 $f(t)$ 일 때, 이 모든 α 를 작은 것부터 순서대로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{f(t)}$ 라 하자. $g(t)=\sum_{k=1}^{f(t)} \alpha_k$ 라 할 때, $\sum_{k=4}^9 g(k)$ 의 값을 구하시오. [14점]

답란	초검
	재검

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

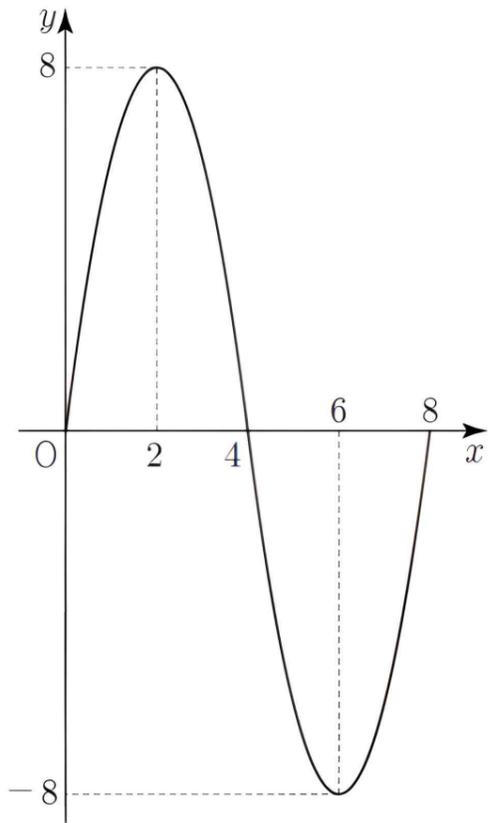
수험 번호

S J 4

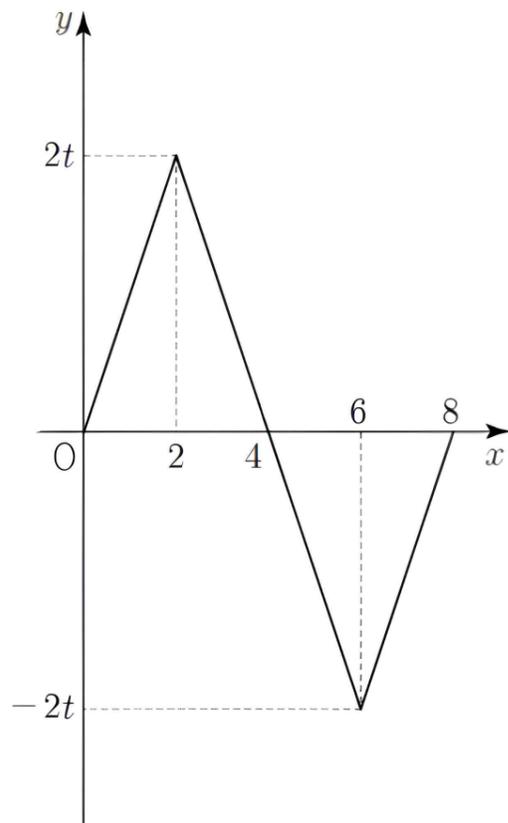
감독관 확인

○
○

4. 함수 $f(x)$ 는 두 구간 $[0, 4]$, $[4, 8]$ 에서 각각 이차함수이고, 함수 $g(x)$ 는 세 구간 $[0, 2]$, $[2, 6]$, $[6, 8]$ 에서 각각 일차함수이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 그래프는 각각 아래와 같다.



< $y = f(x)$ 의 그래프>



< $y = g(x)$ 의 그래프>

이때, 아래 물음에 답하시오. [총 16점]

(1) $\{f(x)+t\} \times g(x)$ 의 최댓값을 $M(t)$ 라 할 때, $M(t)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

답란	

초검
재검

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

수험 번호

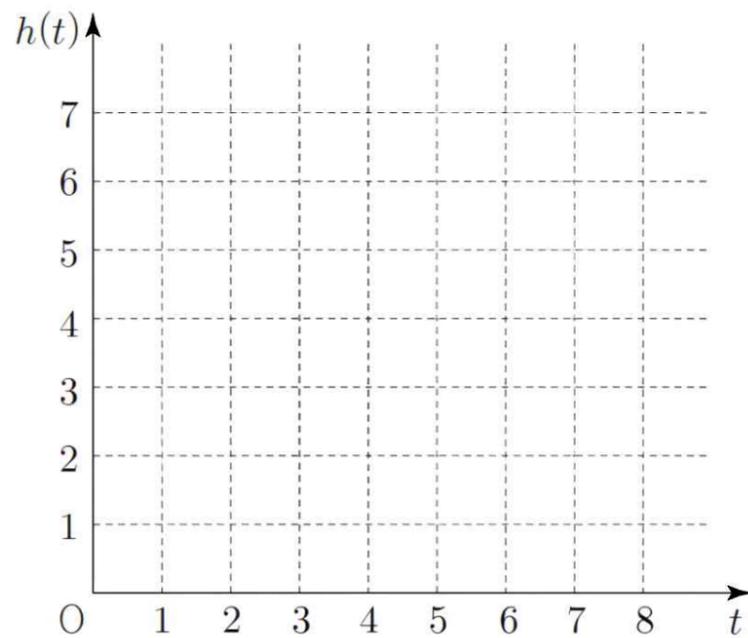
S J 4

감독관 확인



(2) 구간 $[0, 8]$ 에서 x 에 대한 방정식 $\int_0^x \{f(u) - g(u)\} du = 0$ 의 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, $0 \leq t \leq 8$ 에서의 $h(t)$ 의 그래프를 조건에 따라 아래 주어진 좌표평면에 그리시오. [13점]

- (가) 모든 x 좌표와 y 좌표를 정확히 표기할 것. 정확한 값을 알기 어려운 경우, 연속한 두 자연수 사이에 표기한다.
 예를 들어, π 는 3과 4사이에 표기한다.
 (나) 열린 구간과 닫힌 구간을 \circ , \bullet 을 이용하여 정확히 표기할 것



답란		초검
		재검

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

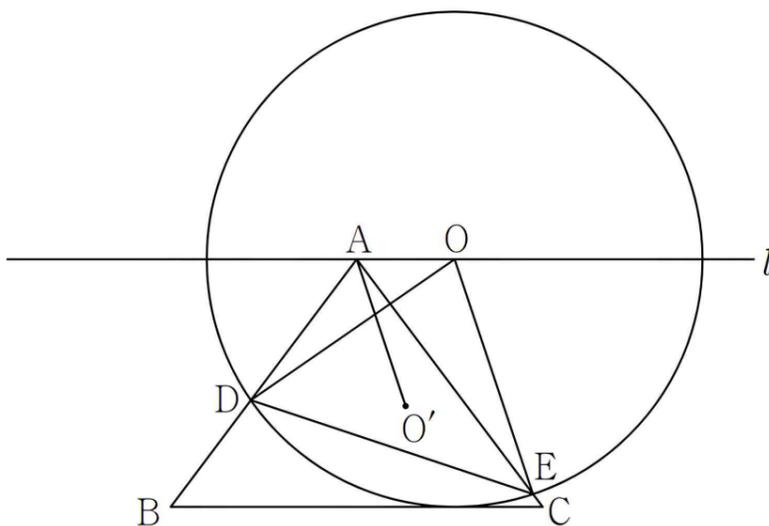
수험 번호

S J 4

감독관 확인



5. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 6$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC에 평행하고 점 A를 지나는 직선 l 위의 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원이 삼각형 ABC와 두 점 D, E에서 만날 때, 삼각형 ODE의 외심을 O' 라 하자.



이때, 선분 AO' 의 길이는 선분 AO 의 길이에 관계없이 항상 일정함을 보이고, 그때의 선분 AO' 의 길이를 구하시오.

[총 15점]

답란

초검

재검

2024학년도 SAJ 인재원 8월 학력평가 문제지

수학 영역

성명

수험 번호

S

J

4

감독관 확인



6. 1보다 큰 자연수 k 에 대하여 임의의 자연수 n 을 연속한 k 개의 자연수의 합으로 나타내는 방법의 수를 $f(n)$ 이라 하자. $n=45$ 일 때를 예시로 들어보자. 아래는 45를 연속한 k 개의 자연수의 합으로 나타내는 모든 경우의 수를 표로 나타낸 것이다.

k	방법																
2	22	+	23														
3	14	+	15	+	16												
5	7	+	8	+	9	+	10	+	11								
6	5	+	6	+	7	+	8	+	9	+	10						
9	1	+	2	+	3	+	4	+	5	+	6	+	7	+	8	+	9

가능한 경우는 총 5가지이다. 따라서, $f(45)=5$ 이다. 자연수 n 을 연속한 k 개의 자연수의 합으로 나타내는 방법이 없을 때, $f(n)=0$ 이다. 이때, 아래 물음에 답하시오. [총 20점]

(1) $f(55)$ 의 값을 구하시오. [3점]

답란

초검

재검

(2) $\sum_{k=1}^{50} f(k)$ 의 값을 구하시오. [17점]

답란

초검

재검