목록

약점보완 테스트 12회

학 교 : ________________ 학 년 : ________ 이 름 : ________________

1. 두 함수 $y=\sqrt{1-x^2}$, $y=\sqrt{-x^2+10x-16}$ 의 그래프에 동시에 접하는 직선을 l 이라 하고, 두 접점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB}$의 길이는?

⑤

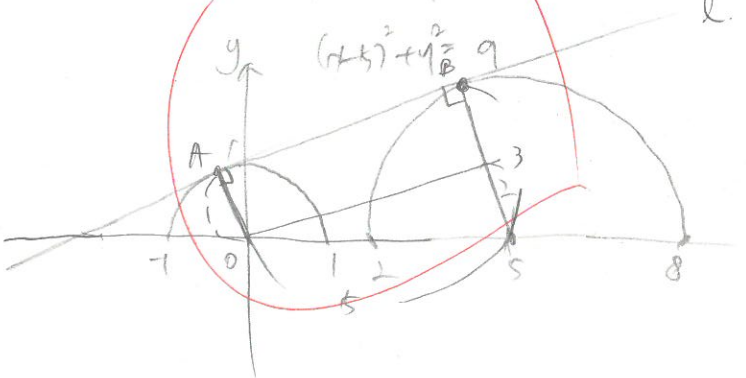
① $\sqrt{11}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{15}$
④ $\sqrt{19}$ ⑤ $\sqrt{21}$

$x^2+y^2=1$

$y^2=-x^2+10x-16$

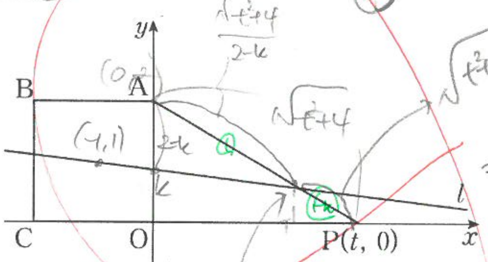
$x^2-10x+y^2=-16$

$(x-5)^2+y^2=9$



2. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 O$(0, 0)$, A$(0, 2)$, B$(-2, 2)$, C$(-2, 0)$과 점 P$(t, 0)$ $(t>0)$에 대하여 직선 l이 정사각형 OABC의 넓이와 직각삼각형 AOP의 넓이를 각각 이등분한다. 양의 실수 t에 대하여 직선 l의 y절편을 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 0+} f(t)$의 값은?

②



$\sqrt{t^2+4}-\frac{\sqrt{t^2+4}}{2-k}$

$=\left(1-\frac{1}{2-k}\right)\sqrt{t^2+4}$

$=\frac{1-k}{2-k}\sqrt{t^2+4}$

① $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$

세점 $(-1,1)$, $(0,k)$, $\left(\frac{t}{2-k}, \frac{2-2k}{2-k}\right)$ 한직선상!

$\frac{k-1}{1}=\frac{\frac{2-2k}{2-k}-k}{\frac{t}{2-k}}=\frac{2-2k-k(2-k)}{t}=\frac{k^2-4k+2}{t}$

$t=\frac{k^2-4k+2}{k-1}$: $k^2-4k+2=tk-t$

$k^2-(t+4)k+(t+2)=0$

3. 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이고, $0\le x<2$일 때 $f(x)=\frac{(x-a)^2}{x+1}$인 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 극댓값을 갖는다. 구간 $[0, 2)$에서 극솟값을 갖도록 하는 모든 정수 a의 값의 곱은? [2017년 교육청]

① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

9

$f(x)=\frac{(x-a)^2}{x+1}$ $f(0)=a^2$ $\lim_{x\to2-}f(x)=\frac{(2-a)^2}{3}=\frac{(a-2)^2}{3}$

$\therefore f'(x)=\frac{2(x-a)(x+1)-(x-a)^2}{(x+1)^2}$

$-2a-a^2$

$=\frac{2x^2+2(1-a)x-2a-(x^2-2ax+a^2)}{(x+1)^2}$

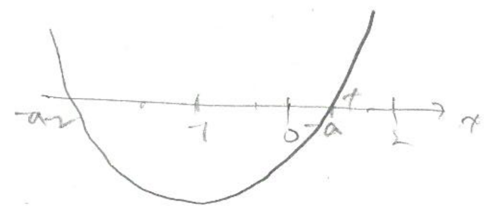
$=\frac{x^2+2x-a(a+2)}{(x+1)^2}$

$x^2+2x-a(a+2)$

x $+(a+2)$

x $-a$

$=\frac{(x+a+2)(x-a)}{(x+1)^2}$ 근은 $-a-2$, a



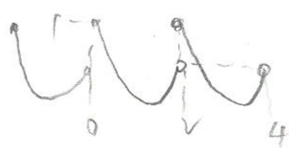
i) $0<a<2$: $(a=1)$

$f(0)=1$, $\lim_{x\to2-}f(x)=\frac{1}{3}$

ii) $0<-a-2<2$

$2<-a<4$

$-4<a<-2$ $(a=-3)$



$f(0)=9$, $\lim_{x\to2-}f(x)=\frac{25}{3}$

$\therefore k=\frac{t+4\pm\sqrt{(t+4)^2-4(t+2)}}{2}=\frac{t+4-\sqrt{t^2+4t+8}}{2}<2$: $t\pm\sqrt{t^2+4t+8}<0$

$\lim_{t\to0+}k=\frac{4-\sqrt{8}}{2}=2-\sqrt{2}$

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
> (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? ①

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

(나)에서 $x=0$ 대입:

$\therefore f(0)=0$

$f(x)=x\cdot(x^2+mx+n)$

※ $x^2+mx+n=0$ 허근

$m^2-4n<0$ …①

$g(x)=\frac{x+3}{x^2+mx+n}$

대입

$\therefore g(0)=\frac{3}{n}=1 \quad \therefore n=3$ …②

$m^2<12 \quad \therefore -2\sqrt{3}<m<2\sqrt{3}$

$f(x)=x\cdot(x^2+mx+3)$

$f(1)=4+m$

$\underset{0.x}{-2\sqrt{3}+4} < m+4 < \underset{7.xx}{2\sqrt{3}+4}$

$1, 2, 3 \cdots 7$

$m=-3, -2, -1, \cdots 3$

$g(2)=\frac{5}{4+2m+3}=\frac{5}{7+2m}\geq\frac{5}{13}$

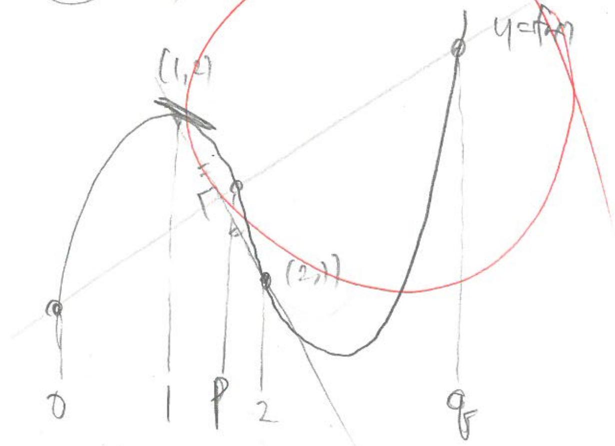
5. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f\circ f)(x)=x$$

의 모든 실근이 0, 1, p, 2, q이다.

$$f'(1)<0,\ f'(2)<0,\ f'(0)-f'(1)=6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1<p<2<q$)



$y=-x+3$

$\therefore f(x)+x-3=m(x-1)(x-2)(x-k) \quad (m>0)$

$f(x)=m(x-1)(x-2)(x-k)-x+3$

$f(0)=m(-1)(-2)\cdot(-k)+3=-2mk+3=0 \quad \therefore mk=\frac{3}{2}$ …①

$\therefore f'(x)=m(x-2)(x-k)+m(x-1)(x-k)+m(x-1)(x-2)-1$

$f'(0)=2mk+mk+2m-1=3mk+2m-1$

$-)\ f'(1)=m(-1)\cdot(1-k)-1=m(k-1)-1=mk-m-1$

$\therefore f'(0)-f'(1)=2mk+3m=6$ …②

대입

$3+3m=6 \quad \therefore m=1$

$k=\frac{3}{2}$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-\frac{3}{2})-x+3$

$\therefore f(5)=4\times3\times(5-\frac{3}{2})-5+3$

$=12(5-\frac{3}{2})-2$

$=60-18-2$

$=40$

$\therefore 40$