목록

깨단수학 실력진단 테스트

약점보완 테스트 11회

학 교 : ________________ 학 년 : ________ 이 름 : ________________

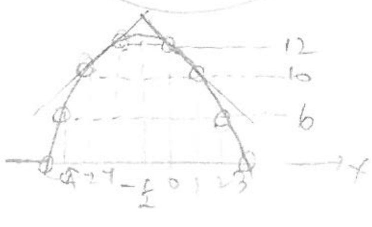
1. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-x+12 & (x\text{는 정수가 아닐 때}) \\ -|ax+b|+c & (x\text{는 정수일 때}) \end{cases}$$

로 정의하자. 열린구간 $(-4,\ 3)$에서 함수 $f(x)$가 불연속인 x의 값의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 $a,\ b,\ c$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

$y=-x^2-x+12=-(x^2+x-12)=-(x+4)(x-3)$



$y=-|ax+b|+c$

$y=-|ax+\frac{b}{a}|+c$

$x2\times 2=6$

2. 함수 $f(x)=\dfrac{\cos x-4}{\sin x+5}$의 최댓값과 최솟값을 각각 $M,\ m$이라고 할 때, $M+m$의 값을 $-\dfrac{a}{b}$라 할 때, ab값을 구하시오.
(단, $a,\ b$는 서로소인 자연수이다.)

∴15

$\frac{1}{f(x)}=\frac{\sin x+5}{\cos x-4}$

$y=k(x-4)-5$

$=kx-4k-5$

$kx-y-4k-5=0$

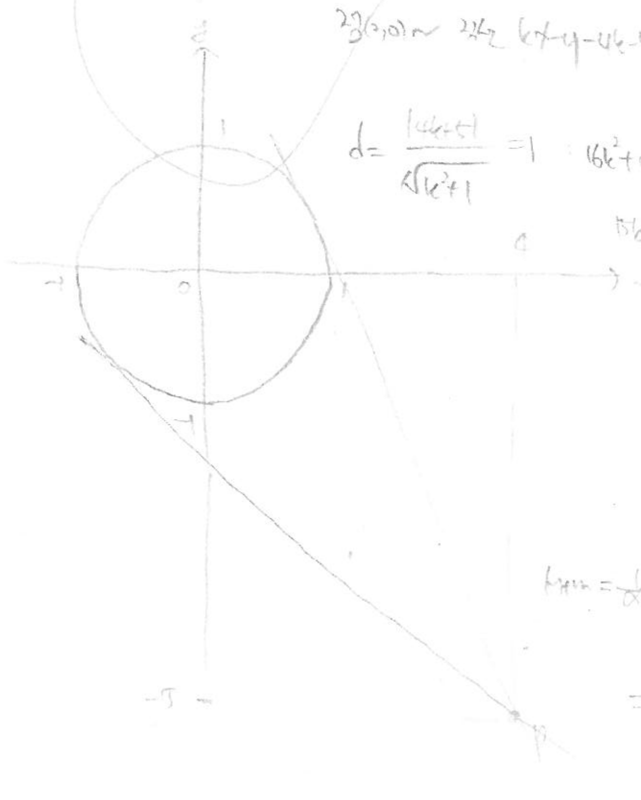
$d=\frac{|4k+5|}{\sqrt{k^2+1}}=1$ $16k^2+40k+25=k^2+1$

$15k^2+40k+24=0$

$\alpha\le\frac{1}{f(x)}\le\beta$

$M+m=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{-\frac{40}{15}}{\frac{24}{15}}=-\frac{10}{6}=-\frac{5}{3}$



45분

3. 두 수열 $\{a_n\},\ \{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1=b_1=6$
> (나) 수열 $\{a_n\}$은 공차가 p인 등차수열이고,
> 수열 $\{b_n\}$은 공비가 p인 등비수열이다.

수열 $\{b_n\}$의 모든 항이 수열 $\{a_n\}$의 항이 되도록 하는 1보다 큰 모든 자연수 p의 합을 구하시오.

∴11

$a_n=6+(n-1)\times p=pn+6-p$

$b_n=6\times p^{n-1}$

$pn+6-p=6p$

$pn=np-6$

$n=\frac{np-6}{p}=n-\frac{6}{p}$

ex) $p=2$: $a_n=2n+4=2(n+2)$
$b_n=6\times 2^{n-1}$

$p=3$: $a_n=3n+3$
$b_n=6\times 3^{n-1}$

$p=6$: $a_n=6n$
$b_n=6\times 6^{n-1}=6^n$

$a_n=6p$ $a=6$
$6p^2-6p=6p(p-1)$

2

4. 양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수

$$f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
> (나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
> $f(x_2)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오.

∴15

$f'(x)=(2ax+b)e^x+(ax^2+bx+c)e^x$

$=\{ax^2+(2a+b)x+(b+c)\}e^x$

$0=2a+b \quad \therefore b=-2a$

$f(x)=(ax^2-2ax-a)e^x=a(x^2-2x-1)e^x$

(나) $f(x_2)+x_2 \ge f(x_1)+x_1$

$y=f(x)+x=a(x^2-2x-1)e^x+x$

$y'=a(2x-2)e^x+a(x^2-2x-1)e^x+1$

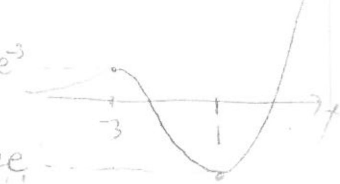
$=a(x^2-3)e^x+1 \ge 0$

$(x^2-3)e^x \ge -\frac{1}{a}$

$\therefore y=(x^2-3)e^x$

$y'=2xe^x+(x^2-3)e^x$

$=(x^2+2x-3)e^x=(x+3)(x-1)e^x$



$-2e \ge -\frac{1}{a}$

$\frac{1}{a} \ge 2e \quad 0<a\le\frac{1}{2e}$

$\therefore abc=a\times(-2a)\times(-a)$

$=2a^3 \le 2\times\left(\frac{1}{2e}\right)^3=\frac{1}{4e^3}$

$60\times\frac{1}{4}=15$

5. 최고차항의 계수의 부호가 서로 다른 두 삼차다항식 $f(x)$, $g(x)$가

$$|f(x)|=\begin{cases} g(x)-4x-26 & (x \le \alpha) \\ g(x)+2x^3-14x^2+12x+6 & (x > \alpha) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, 방정식 $f(x)+a(x-k)^2=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

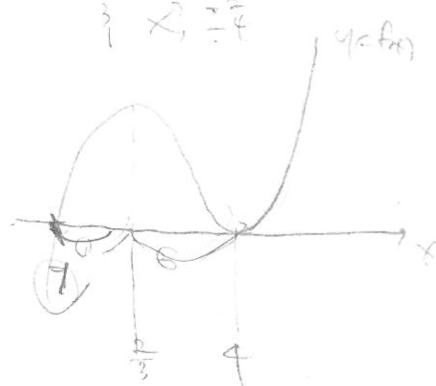
$\{g(x)-4x-26\}+\{g(x)+2x^3-14x^2+12x+6\}=0$

$2g(x)=-2x^3+14x^2-8x+20$

$\therefore g(x)=-x^3+7x^2-4x+10$

$|f(x)|=\begin{cases} -x^3+7x^2-8x-16 & (x\le\alpha) \\ x^3-7x^2+8x+16 & (x>\alpha) \end{cases}$

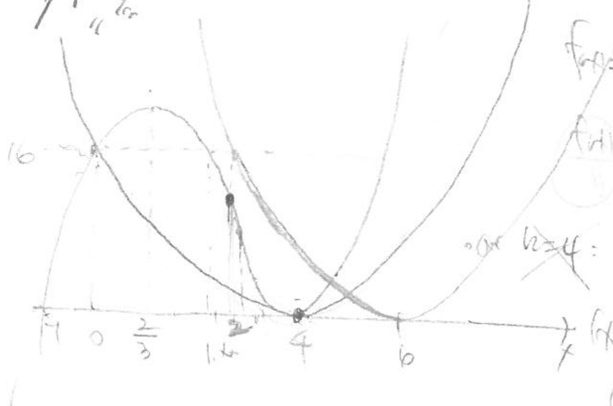
$f'(x)=3x^2-14x+8=(3x-2)(x-4)$



$f(4)=64-112+32+16=0$

$\therefore a=-1$

$f(x)=(x-k)^2$



$k=1,2,3,\cancel{4},5$

∴11

5번)

$\therefore x^3-7x^2+8x+\cancel{16}=\cancel{16}^{0}$

$\therefore x(\underbrace{x^2-7x+8}_{0})=0$

$x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-32}}{2}$

$=\dfrac{7\pm\sqrt{17}^{\,4.x}}{2}$

$4+1\ \dfrac{\frac{2}{3}}{2}=2+\frac{1}{3}$

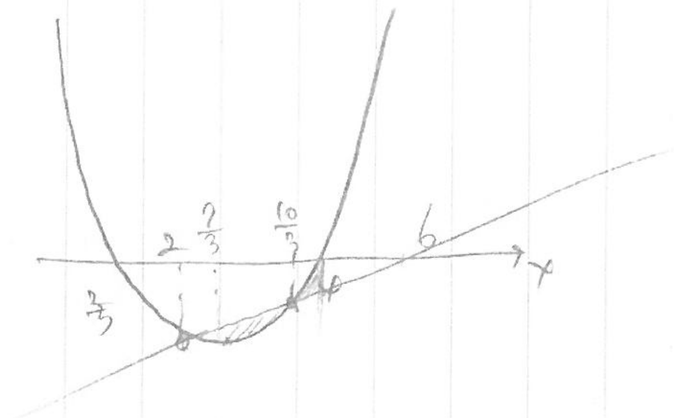
ex) k=6일때:

$y=f(x)=x^3-7x^2+8x+16$ / $y=(x-6)^2$

$f'(x)=3x^2-14x+8$ $y'=2(x-6)$

$\begin{matrix}3 & -2\\ 1 & -4\end{matrix}$

$=(3x-2)(x-4)$



$\therefore 3x^2-14x+8=2x-12$

$3x^2-16x+20=0$

$\begin{matrix}1 & -2\\ 3 & -10\end{matrix}$

$x=\ \ 10$

$\int_2^4 (3x^2-16x+20)\,dx$

$=\left[x^3-8x^2+20x\right]_2^4$

$=56-8\times 12+20\times 2$

$=56-96+40=0$

$\begin{matrix}64\\ -8\\ \hline 56\end{matrix}$