

1. 원  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$ 의 중심이 점  $(a, b)$ 이고, 반지름의 길이가  $r$ 일 때,  $a+b+r$ 의 값은? [4.8점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

소이:  $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 3^2$

$\Rightarrow a=-3, b=1, r=3.$

2. 이차부등식  $x^2 + kx + 1 > 0$ 의 해가 모든 실수일 때, 실수  $k$ 의 범위는  $a < k < b$ 이다.  $a^2 + b^2$ 의 값은? [4.8점]

- ① 2                      ② 4                       ③ 8
- ④ 16                    ⑤ 32

소이:  $D = k^2 - 4 < 0$

$\Rightarrow -2 < k < 2$

$\Rightarrow (-2)^2 + 2^2 = 8$

3. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx = 0$ 의 한 근이  $1-i$ 일 때, 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은? [5.2점]

- ① -2                    ② -1                    ③ 0
- ④ 1                      ⑤ 2

소이:  $x^3 + ax^2 + bx = x(x^2 + ax + b)$   
 0의 근은  $-1-i, -1+i$

$\Rightarrow a = -2, b = 2.$

$\Rightarrow ab = -4$

4. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 부등식  $|ax - b| > 0$ 의 해가  $x \neq \frac{3}{4}$ 인 모든 실수일 때, 부등식  $|bx - a| < 3b - a$ 를 만족시키는 정수  $x$ 의 최댓값은? [5.0점]

- ① -2                    ② -1                    ③ 0
- ④ 1                       ⑤ 2

소이:  $\frac{3}{4}a - b = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{4}a.$

$\Rightarrow |\frac{3}{4}ax - a| < \frac{9}{4}a - a$

$\Rightarrow |\frac{3}{4}x - 1| < \frac{5}{4}$

$-\frac{5}{4} < \frac{3}{4}x - 1 < \frac{5}{4}$

$\Rightarrow -\frac{1}{4} < \frac{3}{4}x < \frac{9}{4}$

$\Rightarrow -\frac{1}{3} < x < 3.$

오늘!

5.  $x$ 에 대한 부등식  $(m^2 - 2m)x - (3m^2 - 4m - 5) \geq 0$ 이 실수  $m$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [4.9점]

- ① 6
- ② 9
- ③ 12
- ④ 15
- ⑤ 18

솔:  $(x-3)m^2 + (4-2x)m + 5 \geq 0$ .

$\Rightarrow x > 3$

$(2-x)^2 - 5(x-3) < 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 9x + 19 < 0$

$\frac{9-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{9+\sqrt{5}}{2}$

$x = 4, 5$

6. 다항식  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 실수) [5.1점]

- (가)  $f(x)$ 는  $x^2 + x + 1$ 로 나누어떨어진다.
- (나) 방정식  $f(x) = 0$ 은 실수인 중근과 서로 다른 두 허근을 가진다.
- (다)  $f(x) - (x^4 + 7x^3)$ 은 이차식이다.  $\rightarrow a=7, -2a+1=7$

- ① 36
- ② 42
- ③ 48
- ④ 54
- ⑤ 60

솔:  $f(x) = (x^2+x+1)(x+3)^2$

$\Rightarrow f(1) = 3 \cdot 4^2 = 48$ .

7. 실수  $k$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $A(3, 3)$ 에서 직선  $(k+1)x + (1-k)y - 2 = 0$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하고, 선분  $AH$ 의 길이를  $f(k)$ 라 하자.  $f(k)$ 의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $M^2$ 의 값은? [5.5점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 8
- ④ 16
- ⑤ 32

솔:  $(x-y)k + (x+y-2) = 0$ 은  $(1,1)$ 지남.

$\Rightarrow f(0) = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow M = 2\sqrt{2}$ .

8. 이차함수  $y = x^2 + 4$ 의 그래프 위의 한 점  $A$ 에서 그은 접선을  $l_1$ 이라 하고,  $l_1$ 이 직선  $x - y = 0$ 과 만나는 점을  $B$ 라 하자. 또 점  $B$ 에서 이차함수  $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 그은 접선을  $l_2$ 라 할 때, 두 직선  $l_1, l_2$ 는 서로 수직이다. 이때, 점  $B$ 의  $x$ 좌표는? [5.6점]

- ①  $\frac{15}{4}$
- ② 4
- ③  $\frac{17}{4}$
- ④  $\frac{9}{2}$
- ⑤ 5

솔:  $B(a, a)$ 에서  $y = x^2 + 4$ 에 그은 접선은

$y = mx - ma + a$

$\Rightarrow mx - ma + a = a^2 + 4$ 가 중근

$\Rightarrow x^2 - mx + ma - a + 4 = 0$ 이 중근

$\Rightarrow m^2 - 4am + 4a - 16 = 0$

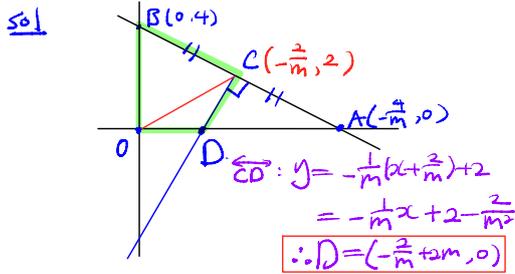
의 두근  $m_1, m_2$ 라 하면,

수직  $\Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

$\therefore 4a - 16 = -1 \Rightarrow a = \frac{15}{4}$

9. 좌표평면 위의 직선  $l: y = mx + 4$  ( $-1 < m < 0$ )이  $x$ 축과 만나는 점을 A,  $y$ 축과 만나는 점을 B라 하자. 이때, 선분 AB의 수직이등분선이 두 직선  $l, y=0$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 OBCD의 넓이가 11이 되도록 하는  $m$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [5.4점]

- ①  $-\frac{2}{3}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $-\frac{1}{3}$
- ④  $-\frac{1}{4}$       ⑤  $-\frac{1}{5}$

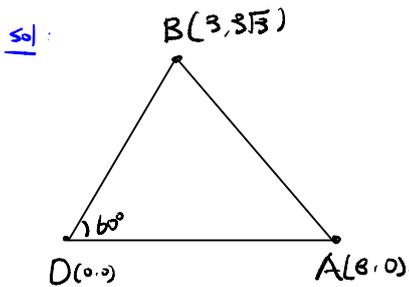


$$\begin{aligned} \text{①} &= \triangle OBC + \triangle ODC \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{2}{m}\right) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{2}{m} + m\right) \\ &= -\frac{4}{m} + 2m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2m^2 - 11m - 6 &= 0 \\ \Rightarrow (2m + 1)(m - 6) &= 0 \quad \therefore m = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

10.  $\overline{OA} = 8$ ,  $\overline{OB} = 6$ 이고  $\angle O = 60^\circ$ 인 삼각형 OAB의 내부에 한 점 P를 잡아  $\triangle POA : \triangle PAB : \triangle POB = 1 : 2 : 3$ 이 되도록 할 때,  $\overline{OP}^2$ 의 값은? [5.6점]

- ① 18      ② 19      ③ 20
- ④ 21      ⑤ 22



$$\begin{aligned} \triangle OAB &= 12\sqrt{3} \\ \Rightarrow \triangle POA &= 2\sqrt{3} \Rightarrow P(a, \frac{\sqrt{3}}{2}) \\ \triangle POB &= 6\sqrt{3} \\ \hookrightarrow d(P, \overline{OB}) &= 2\sqrt{3} \\ \overline{OB}: \sqrt{3}x - y &= 0 \\ \Rightarrow \frac{|\sqrt{3}a - \frac{\sqrt{3}}{2}|}{2} &= 2\sqrt{3} \\ \Rightarrow |2\sqrt{3}a - \sqrt{3}| &= 6\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9}{2} \text{ or } -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overline{OP}^2 &= \frac{81}{4} + \frac{3}{4} \\ &= 21 \end{aligned}$$

11. 좌표평면에서 원  $C: x^2 + y^2 - 2kx - 2|k|y - 4|k| - 2 = 0$ 가 직선  $y = x - 2$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를  $f(k)$ 라 하자.  $f(-3) + f(-1) + f(0) + f(2) + f(4)$ 의 값은? [5.5점]

- ① 6      ② 7      ③ 8
- ④ 9      ⑤ 10

sol:  $(x-k)^2 + (y-|k|)^2 = 2k^2 + 4|k| + 2 = 2(|k|+1)^2$

$\Rightarrow$  중심  $(k, |k|)$ , 반지름  $r = \sqrt{2}(|k|+1)$

$x - y - 2 = 0$ 와 중심 사이의 거리  $d$ 라 하면

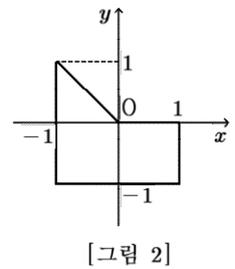
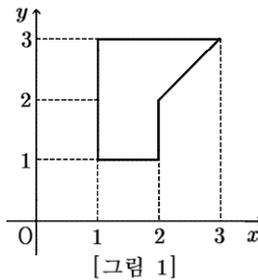
$\Rightarrow d = \frac{|k| - k + 2}{\sqrt{2}}$

$k > 0 \Rightarrow r = \sqrt{2}k + \sqrt{2} > \sqrt{2} = d$

$k \leq 0 \Rightarrow r = -\sqrt{2}k + \sqrt{2} = d$

$\therefore f(k) = \begin{cases} 2 & (k > 0) \\ 1 & (k \leq 0) \end{cases} \Rightarrow 1+1+1+2+2 = 7$

12. 도형  $f(x, y) = 0$ 의 그래프가 [그림 1]과 같을 때, 다음 중 그래프 [그림 2]와 같은 것은? [5.6점]



- ①  $f(x+2, 2-y) = 0$
- ②  $f(2-x, 2-y) = 0$
- ③  $f(y+2, x+2) = 0$
- ④  $f(y+2, 2-x) = 0$
- ⑤  $f(2-y, x+2) = 0$

sol: ①  $\begin{matrix} x \rightarrow x-2 \\ y \rightarrow y-2 \end{matrix}$  (평행이동)  
 ②  $y = x$ 에 대칭  
 ③  $y$ 축 대칭

$f(x, y) = 0 \Rightarrow$

- ①  $f(x+2, y+2) = 0$
- ②  $f(y+2, x+2) = 0$
- ③  $f(y+2, -x+2) = 0$

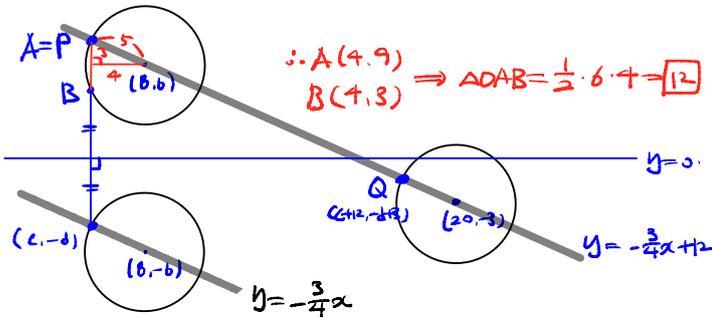
13. 원  $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 25$  위의 두 점  $(a, b)$ ,  $(c, d)$ 에 대하여  $(a+b-c+d-15)^2 - 2(a-c-12)(b+d-3)$ 이 최대가 될 때의 점  $(a, b)$ 를 점 A, 최소가 될 때의 점  $(c, d)$ 를 점 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는?  
(단, O는 원점이고, 두 점  $(a, b)$ ,  $(c, d)$ 가 같은 점인 경우도 가능하다.) [6.0점]

- ① 3                      ② 6                      ③ 9
- ④ 12                     ⑤ 15

풀이: 점 P(a,b)와 점 Q(c+12, -d+3)에 대하여

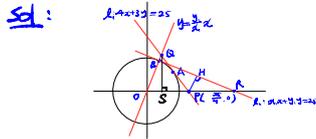
$$PQ^2 = (a-c-12)^2 + (b+d-3)^2$$

$(c, -d)$ 는  $(x-8)^2 + (y+6)^2 = 5^2$  위의 점  
 $\Rightarrow (c+12, -d+3)$ 은  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5^2$  위의 점

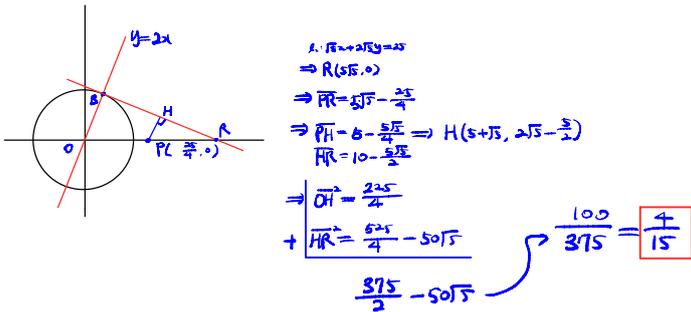


14. 원  $x^2 + y^2 = 25$  위에 두 점  $A(4, 3)$ ,  $B(x_1, y_1)$ 이 있다. 점 A에서의 원의 접선  $l_1$ 이 x축과 만나는 점을 P, 직선 OB와 만나는 점을 Q라 하고, 점 B에서의 원의 접선  $l_2$ 가 x축과 만나는 점을 R라 하자.  $x_1 > 0$ ,  $y_1 > 3$ 이고  $\overline{OP} = \overline{PQ}$ 일 때, 점 P에서 직선  $l_2$ 에 내린 수선의 발 H에 대하여  $\overline{HO}^2 + \overline{HR}^2 = a - b\sqrt{5}$ 이다.  $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b는 유리수이고, O는 원점이다.) [6.0점]

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{7}{30}$                       ③  $\frac{4}{15}$
- ④  $\frac{3}{10}$                      ⑤  $\frac{1}{3}$



$\overline{PB} = \frac{a}{b} \Rightarrow \overline{PS} = \frac{a}{b}, \overline{OS} = 5 \Rightarrow Q(\frac{a}{b}, 0)$



[논술형 1] 사차방정식  $x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 10x - 12 = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [총 8.0점]

풀이: 
$$\begin{array}{r} 3 \\ -2 \\ \hline 1 \quad -3 \quad -2 \quad 10 \quad -12 \\ \quad 3 \quad \quad 0 \quad -6 \quad 12 \\ \hline 1 \quad 0 \quad -2 \quad 4 \quad 0 \\ \quad -2 \quad 4 \quad -4 \\ \hline 1 \quad -2 \quad 2 \quad 0 \end{array}$$

$\Rightarrow (x-3)(x+2)(x^2-2x+2) = 0$

$\Rightarrow 3 - 2 = 1$

[논술형 2] 좌표평면 위의 세 점  $O(0, 0)$ ,  $A(5, 0)$ ,  $B(4, 6)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 8.0점]

(1) 삼각형 OAB의 무게중심을 G라 할 때, G의 좌표를 구하시오. [2.0점]

$G(\frac{0+5+4}{3}, \frac{0+0+6}{3}) = (3, 2)$

(2) 직선 AB의 방정식을 구하시오. [3.0점]

$y = -6x + 30$

(3) 점과 직선 사이의 거리를 구하는 공식을 활용하여 점 G와 직선 AB 사이의 거리를 구하시오. [3.0점]

풀이:  $6x + y - 30 = 0$  및  $(3, 2)$  사이의 거리

$\Rightarrow \frac{|18 + 2 - 30|}{\sqrt{31}} = \frac{10\sqrt{31}}{31}$

[논술형 3]  $k$ 가 상수일 때, 좌표평면 위의 직선  $l: 3x + y = 4$ 와 원  $C: (x-3)^2 + (y+k)^2 = 5$ 에 대하여 다음 세 물음에 답하시오. [총 9.0점]

(1) 직선  $l$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선  $l'$ 의 방정식을 구하시오. [2.0점]

$$l': -3x - y = 4$$

$$\Rightarrow 3x + y + 4 = 0$$

(2) 원  $C$ 를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원  $C'$ 의 방정식을 구하시오. [3.0점]

$$C': (x+k)^2 + (y-3)^2 = 5$$

(3) 직선  $l'$ 이 원  $C'$ 의 넓이를 이등분할 때,  $k$ 의 값을 구하시오. [4.0점]

⏏  
직선  $l'$ 이 원  $C'$ 의 중심을 지난다.

$$\Rightarrow -3k + 3 + 4 = 0$$

$$k = \frac{7}{3}$$