문제에서 제시된 극한의 형태를 일반화하면 다음과 같다.

$\lim_{x \to a}\frac{|f(x)|}{(x-a)^n}=k$, $\lim_{x \to a}\frac{f(x)}{|(x-a)^n|}=k$

이때 n이 홀수이면 $k=0$이다.

$f(x)=(x-a)^n g(x)$라 하면

$\lim_{x \to a-}\frac{-(x-a)^n|g(x)|}{(x-a)^n}=-\lim_{x \to a-}|g(x)|=-|g(a)|$이고,

$\lim_{x \to a+}\frac{(x-a)^n|g(x)|}{(x-a)^n}=\lim_{x \to a-}|g(x)|=|g(a)|$이다.

이상의 논의에서 $|g(a)|=-|g(a)|$이므로 $g(a)=0$이다.

따라서 $f(x)$는 $(x-a)^{n+1}$을 인수로 갖고, $k=0$이다.

$\lim_{x \to a}\frac{f(x)}{|(x-a)^n|}$일 때도 이와 같다.

이 문제에서는 $n=1$인 상황이다.
뉴런 theme 2에도 수록되어 있는 내용.

문제를 풀어보자.

위의 논의에서

$$\lim_{x\to n+}\frac{|f(x)-g(x)|}{x-n}-\lim_{x\to n-}\frac{f(x)-g(x)}{|x-n|}=n(n-2)$$

$$=\lim_{x\to n+}\frac{|f(x)-g(x)|}{x-n}-\lim_{x\to n-}\frac{|f(x)-g(x)|}{x-n}=n(n-2)$$

$n=2$일 때,

$\lim_{x\to 2}\frac{|f-g|}{x-2}=0$이고, $|f(x)-g(x)|=(x-2)^2h(x)$ 이다.

$n=a$일 때,

$$\lim_{x\to a+}\frac{(x-2)^2|h(x)|}{x-a}-\lim_{x\to a-}\frac{(x-2)^2|h(x)|}{x-a}=a(a-2)$$

$$=(a-2)^2\left\{\lim_{x\to a+}\frac{|h(x)|}{x-a}-\lim_{x\to a-}\frac{|h(x)|}{x-a}\right\}=a(a-2)$$

$$=\left\{\lim_{x\to a+}\frac{|h(x)|}{x-a}-\lim_{x\to a-}\frac{|h(x)|}{x-a}\right\}=\frac{a}{a-2}$$

$h(x)$는 최고차항의 계수가 1인 일차식이므로 좌변의 값은 2이고,
$a=4$이다.
따라서 $f(x)-g(x)=(x-2)^2(x-4)$이고,
이어 (나)조건으로 비율관계를 적용하면 정답은 23임을 알수 있다.