

2016학년도 고려대학교 Final

- 수리논술 / 추리논증 유형 -

시작하며.

- 고려대 수리논술의 출제 방향
- 수리논술을 대하는 기본 자세

Part I. 확률 / 기댓값 / 통계의 활용

- 2009 고려대 모의
- 2011 고려대 인문 B
- 2013 고려대 인문 B

Part II. 합리적 선택과 해석

- 2011 고려대 모의
- 2013 고려대 모의
- 2010 고려대 수시
- 2015 고려대 모의
- 2015 고려대 인문 A
- 2015 고려대 인문 B
- 2016 고려대 모의

Part III. 경우의 수 활용

- 2013 고려대 인문 A
- 2014 고려대 인문 A
- 2014 고려대 인문 B

Part IV. 수식 조건이 없는 유형의 풀이

- 2010 고려대 모의문항
- 2009 고려대 수시

Part V. 함수 / 수열의 활용. (부록)

- 2012 고려대 모의
- 2012 고려대 인문 A
- 2012 고려대 인문 B

오르비 논술팀 수리논술 대표강사 조 영 탁

youngt89@yonsei.ac.kr

youngt89@move.is

고려대학교 인문 수리논술의 출제 방향 - 고려대 논술 자료집 중에서 -

고려대학교 논술고사의 가장 두드러진 특징은 ‘수리논술’ 부분이다.

여기서 강조되어야 할 사항은 ‘수리논술’ 부분이 평가하고자 하는 것이 수험생의 수학(數學) 실력이 아니라는 것이다. ‘수리논술’을 위해 수험생이 필요로 하는 수학 과목 실력은 고등학교 과정에서 다루는 가장 기본적인 계산 능력을 넘지 않는다.

‘수리논술’의 목적은 인간 및 사회 현상을 수리적(양적)으로 분석하는 글을 이해하는 능력, 그리고 그 이해를 바탕으로 자신의 생각을 질문에 맞추어 수리적으로 표현할 수 있는 능력을 평가하는 것이다. 여기에는 수학 과목 실력보다는 현상을 논리적으로 이해하고 그것을 수학적(양적) 관계를 통해 표현하는 능력이 더 중요하다. ‘통합형 논술’의 취지에 따라, ‘수리논술’ 부분은 ‘언어논술’ 부분에서 다루는 주제와 밀접하게 혹은 느슨하게나마 연결된 주제를 다루는 내용으로 구성된다.

[2016 고려대 모의논술 자료집]

[모범답안에 대한 언급]

- 각각의 상황을 “**표로 정리하여 최적선택을 표시함으로써**” 설명이 한 눈에 요약되게 하였다.
- 수리논술 역시 논술의 한 분야로서, 자신이 이야기하고자 하는 바를 읽는 이가 쉽게 이해할 수 있게 서술하는 능력이 중요하다.
- 논리적 설명과 표에 의한 요약을 잘 결합해, 내용을 효과적으로 전달했다는 측면에서 아주 우수하다.

[부족답안에 대한 언급]

- 주어지지 않은 정보나, 비논리적이고 자의적인 가정을 사용해서는 안 된다.

[2014.08 입학설명회 논술특강]

고려대 수리논술 문항에서는, 미분과 적분, 게임이론 등의 어려운 수학적 개념을 묻지 않습니다. 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈만 할 줄 알면 충분히 풀 수 있는 문제들을 출제할 것이며, 수리적 사고를 바탕으로 한, 인문, 사회 현상의 해석능력을 평가할 것입니다.

[2013.08 입학설명회 논술특강]

[제시문]

- 논술 제시문 3~4개와 수리 제시문 1개
- 수학이 아닌, 수리적 논리추론을 묻기 위한 문제를 출제하겠다는 점을 강조함
- 2013학년도 수리논술 문항의 난이도가 조금 “낮았다”는 언급 → 2014학년도 난이도 상승
- 시험 시간 (100분)을 고려하여 총 5,000자 내외의 텍스트를 제시하고자 함

논제 2 (분량 제한 없음)

- 제시문의 주제와 연관된 내용을 다룬 기초 수리적 논리의 전개 (25점)

수리논술을 대하는 기본 자세 - “직관을 경계하라”

[2009 한양대 모의논술]

다음의 제시문을 읽고 “1가정 1남아” 정책을 실시하고 충분한 시간이 지난 후 인구감소 효과가 있을지 그리고 남녀의 성비는 어찌될지에 관해 논술하시오. 단, 부부가 아기를 출산했을 때 아기가 남아일 확률과 여아일 확률은 동일하며 이 확률은 이미 출산한 자녀의 성에 대해 독립적이라는 가정하에 논술한다. 예를 들어, 첫 번째 아기와 두 번째 아기가 모두 여아일 지라도 세 번째 아기가 여아일 확률은 여전히 0.5라고 가정하는 것이다.

인구가 10억명에 이르는 어떤 국가에서 인구 감소를 유도하기 위해 “1가정 1자녀”정책을 법제화하려 하였다. 그러나, 전통적으로 남아 선호의 경향이 강하여 여아를 출산할 경우 신생아를 유기하거나 출생 신고를 하지 않고 양육하는 등의 부작용이 예상되었다. 따라서, 이를 포기하고 다른 정책을 모색하기로 하였고, 실패한 정책의 대안으로 “1가정 1남아 정책”, 즉 계속 여아를 출산한 경우 “남아를 출산할 때까지” 는 자녀의 수에 제한을 두지 않는 방안을 검토하기로 하였다.

- 직관적으로 이 문제의 답을 추론해 보라고 요구 받는다면, 어떻게 답변할 것인가?

Part 1. 확률 / 기댓값 / 통계의 활용

통계의 의미

통계란, 표본집단의 표본분석을 통해 모집단의 모수를 추정하고 예측하는 것을 말한다. 모집단 전체에 대한 전수조사를 위해서는 많은 시간과 비용이 필요하기 때문에, 적절한 표본을 선택하여 표본의 데이터를 통해 유용한 정보를 가공해 내는 것은 매우 중요하다.

확률 “1/2” 의 의미

아래에서 예시한 각각의 추측은 타당한가, 그렇지 않은가? 그 이유를 말해보라.

(1) 당신이 구입할 한 장의 복권은 ‘당첨되거나’ ‘당첨되지 않거나’ 둘 중 하나이므로 ‘당첨될’ 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(2) 올바른 모양의 동전을 던졌을 때 나오는 면은 ‘앞면’ 이든가 ‘뒷면’이든가 어느 한 쪽이기 때문에 ‘앞면’이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(3) 네스 호의 공룡은 목격자가 많지만 아직 그 존재가 증명되지 않았다. 네스 호의 공룡은 ‘있든지’ ‘없든지’의 어느 한 쪽이므로 ‘있을’ 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

[문제의 답]

이 문제는 어떤 의미에서는 수학 문제라기보다 ‘철학’ 문제에 가깝다. 즉 ‘불확실성’이나 ‘확률’의 의미는 뭔가라는 ‘확률 사상(思想)’ 분야에 속하는 문제다. 이 문제를 둘러싸고 아직까지 격렬한 논쟁이 계속되고 있으며 더구나 확실한 결론은 아직 나와 있지 않다.

따라서 여기서 해답으로 제시하는 것도 서로 다투는 여러 확률 사상 중 대표적인 것에 따랐을 뿐이지 결코 만고불변의 확정된 ‘정답’은 아니라는 점을 미리 말해둔다.

(1) 1회에 발행되는 모든 복권들 한 장 한 장이 모두 당첨될 가능성이 균등하다고 생각하는 것이 타당하다. 따라서 그중 어느 한 장의 복권에 대해 ‘당첨될’ 가능성과 ‘빚나갈(다른 것이 당첨될)’ 가능성이 동일하다고 생각하는 것은 타당하지 않다. 전체로 보았을 때 당첨 복권보다 빚나간 복권 쪽이 압도적으로 많기 때문이다. 그러므로 이것은 옳지 않다.

(2) 주목해야 할 말은 ‘올바른 모양의 동전’이라는 말이다. ‘올바른 모양의 동전’이란 무엇일까? 앞면과 뒷면이 전혀 차이가 없게 만들어진 동전이며, 결국 ‘앞면’이 나올 가능성과 ‘뒷면’이 나올 가능성이 같은 동전이다. 이렇게 생각하는 것이 옳다. 즉 ‘올바른 모양의 동전’을 그렇게 정의하면 각 면이 나올 확률은 2분의 1이라고 생각할 수 있다. 그러므로 맞는 답이다.

(3) 이 문제가 가장 논쟁의 여지가 크다. 첫째로 이 문제에 대해서는 대량으로 실험하여 데이터를 취할 수가 없다. 네스 호는 하나 밖에 없고 공룡도 (분명) 한 마리밖에 없다. 그러므로 수많은 네스호를 본 다음 그중 몇 개의 네스 호에 공룡이 있는지 등등의 데이터를 취할 수는 없다. 나아가서 논리적으로 네스 호에 공룡이 있을 가능성과 없을 가능성을 비교해봐도 아무런 결론도 찾아낼 수 없다. 따라서 어느 쪽이 우세하다고도 말할 수 없다. 그렇다면 가능성은 대등하다고 생각할 수밖에 없다. 그래서 이러한 소극적인 근거에서 이 문제의 답을 옳다고 해둔다. 단, 이 경우의 확률은 동전 던지기의 경우와 그 의미가 다르다. 수학적인 대칭성이나 데이터 등의 객관적인 원가가 받쳐주지 않기 때문이다. 그런 점에서 이것은 이른바 ‘주관적인 추측값’으로서의 확률이다.

폰 노이만의 내기 방법

동전을 던져서 앞면과 뒷면을 맞추는 내기는 동전의 모양이 잘 맞춰져 있으면 공평한 내기가 된다. 하지만 실제 동전은 다소 왜곡이 있거나 무게의 편중이 있기 때문에 앞뒷면이 정확하게 반반으로 나온다는 보장이 없다. 그러면 앞면이 나올 확률이 p (0.5라고는 한정할 수 없다)이며 더구나 그 p 가 어떤 크기인지를 모르는 동전을 사용하여 두 사람이 공평한 내기를 하는 것은 가능할까. 가능하다는 것을 발견한 사람은 악마의 두뇌를 가진 폰노이만이다. 노이만은 다음과 같은 내기 방법을 제안했다.

“이 동전을 두 번 계속해서 던진다. 처음이 앞이고 다음이 뒤라면 A씨의 승리. 처음이 뒤이고 다음이 앞이면 B씨의 승리.”

자. 어째서 이 ‘폰 노이만의 내기 방법’이 공평한 방법일 수 있을까. A씨가 이길 확률과 B씨가 이길 확률을 p 를 사용하여 확인해 보자.

[문제의 답]

앞이 나올 확률이 p 라면 뒤가 나올 확률은 $1-p$ 이다. 따라서

(A씨가 이길 확률)=(처음이 앞이고 다음이 뒷일 확률) $=p \times (1-p)$

(B씨가 이길 확률)=(처음이 뒤고 다음이 앞일 확률) $=(1-p) \times p$

우선 이 계산에서는 ‘독립사건의 곱셈정리’가 이용되고 있다. 곱셈은 교환법칙이 적용되므로 $p \times (1-p) = (1-p) \times p$ 이며 p 가 어떤 값을 가져도 두 사람의 승률은 동일하다. 이것이 ‘폰 노이만의 내기’의 작동 원리다. 확률적 공평성을 위해 ‘독립사건의 곱셈정리’와 ‘곱셈의 교환법칙’을 이용한 것이다.

2009 고려대 모의

학습을 통한 개체 특성의 변화는 인간 사회에서 진화가 발생하는 하나의 방식이다. 개체 특성의 변화에 따라 사회 전체의 특성도 변화할 것이다. 다음은 학습의 한 형태를 기술하고 있다.

어떤 한 사회의 구성원들을 '혁신가'와 '모방자'의 두 유형으로 구분할 수 있다고 하자. 혁신가는 비용을 들여서 새로운 지식을 획득한 후 그에 근거하여 사회생활을 영위하며, 모방자는 스스로 지식의 발전에 기여하지 않고 다른 사람들의 지식을 이용하기만 한다. 전체 인구 중에서 혁신가의 비율은 p 이고, 모방자의 비율은 $1-p$ 이다.

개인들은 다음과 같은 방식에 따라 일대일로 짝을 이루어 사회적 관계를 맺는다. 개인은 확률 s 로 자신과 동일한 유형과 확실히 짝지어지며, 확률 $1-s$ 로 유형에 관계없이 무작위로 선택된 상대와 짝지어진다. 무작위로 상대와 짝지어지는 경우 상대의 구체적인 유형은 그 사회에서 두 유형의 분포에 의해 결정된다. 따라서 한 개인이 자신과 동일한 특성 혹은 다른 특성을 가진 개인을 만날 확률은 p 와 s 에 의해 결정된다.

혁신가는 사회적 관계의 상대방이 혁신가이건 모방자이건 비용을 제외하고 1의 보수를 얻는다. 모방자는 혁신가를 만날 경우 2의 보수를 얻고, 다른 모방자를 만날 경우 0의 보수를 얻는다. 한 개인이 얻을 보수의 기댓값은 특정 유형의 상대를 만날 확률과 상대에 따른 보수에 의해 결정된다. 사회에서 혁신가와 모방자의 비율을 '사회 구성'이라고 하자. 사회 구성은 시간이 흐름에 따라 변할 수 있는데, 혁신가의 보수의 기댓값이 모방자의 보수의 기댓값보다 작으면 혁신가들 중 일부는 모방자로 변한다. 마찬가지로, 모방자의 보수의 기댓값이 혁신가의 보수의 기댓값보다 작으면, 모방자들 중 일부는 혁신가로 변한다. 이러한 과정의 반복을 통해서 사회 구성이 변화하게 된다.

제시문 (라)에서 학습에 의해 사회 구성이 변동할 것이지만, 어떤 조건이 충족될 때 사회 구성이 일정하게 유지될 수도 있다. 제시문에 근거하여 사회 구성이 일정하게 유지될 일반적 조건을 서술하고, 제시문에서 기술된 특정한 경우에 사회 구성을 일정하게 유지할 p 와 s 의 관계를 설명하시오. (20점) - 분량 제한 없음

1) 요구사항은 무엇인가?

- 사회 구성이 일정하게 유지될 일반적 조건을 서술

2) 전제조건과 각 미지수의 범위를 설정해 보면?

3) 각각의 경우에 대한 확률과 기댓값은?

- 혁신가가 혁신가를 만나게 될 확률은 어떻게 계산해야 할까? 혁신가는 주어진 s 의 확률로 혁신가를 만나게 될까?

심슨의 역설

한 의학 연구팀이 ‘프로블리진’이라는 신약을 실험하고 있었다. 프로블리진은 인간의 지적 능력을 개선할 수 있다는 약품이다. 스미스 박사가 첫 번째로 그의 환자 그룹에 실험을 했다. 유능한 과학자인 그는 환자 몇 명에게는 진짜 프로블리진을 나머지 환자들에게는 ‘위약(정신적 효과를 얻기 위해 환자에게 주는 약효가 전혀 없는 약)’을 주었다. 그 결과는 다음과 같다.

스미스 박사의 결과	시험	성공	평균
프로블리진	100	66	66%
위약	40	24	60%

스미스 박사는 결과에 흡족해했다. 그의 실험은 신약 프로블리진이 위약보다 훨씬 효과적이라는 것을 확실히 보여주고 있다. 프로블리진을 먹은 환자의 66%는 위약을 먹은 환자의 60%와 비교했을 때 지능 검사에서 좋은 점수를 받았다.

이번에는 존 박사가 좀더 큰 규모의 환자 집단을 대상으로 다시 실험했다. 결과는 역시 희망적이었다. 프로블리진을 투약한 환자가 위약을 먹은 환자보다 지능 검사 결과가 좋았기 때문에 존 박사는 스미스 박사의 결과를 더 확실히 해준 것이다.

존 박사의 결과	시험	성공	평균
프로블리진	200	180	90%
위약	500	430	86%

위 실험 결과에 흥분한 두 박사는 각자의 자료를 합하여 결과를 발표하기로 했다. 그런데 전혀 예상하지 못했던 결과가 나오고 말았다.

합한 결과	시험	성공	평균
프로블리진	300	246	82%
위약	540	454	84%

두 실험 모두 위약보다 프로블리진이 효과가 있다는 것을 보여주었음에도 불구하고 두 결과를 합했을 때 위약을 투약한 환자가 프로블리진 투약 환자보다 지능 검사 결과가 좋다고 나타났다. 이러한 의외의 결과를 보고 어떤 사람들은 수학적 동치의 착각이라고 한다. 어디에서 분류가 잘못된 것일까?

잘못된 것은 백분율도 다른 일반 숫자들과 같은 방법으로 더할 수 있다고 생각한 논리에 있다. 백분율은 덧셈을 하여 평균값을 구할 수 없다.

2011 고려대 인문 B

(5)

테바이를 통치하는 오이디푸스 왕은 종종 백성들에게 수수께끼를 낸다. 왕은 그들에게 ‘수수께끼 1’이나 ‘수수께끼 2’를 내는데, 같은 사람에게 두 가지 수수께끼를 모두 내는 경우는 없다. 수수께끼를 풀기 위하여 백성들은 ‘방법 A’와 ‘방법 B’ 중 하나를 사용한다. 그리고 모든 백성은 단 한 번만 수수께끼를 받고, 수수께끼 풀기를 거부할 수 없다.

지난 5년간 왕에게서 수수께끼를 받은 사람들에 대한 통계치는 다음의 표들에 나타나 있다.

〈표 1〉 수수께끼를 받은 사람들 전체에 관한 통계

	답을 맞힌 사람들의 수	답을 못 맞힌 사람들의 수	정답률
방법 A 사용	700	300	0.7
방법 B 사용	600	400	0.6

〈표 2〉 수수께끼 1을 받은 사람들에 관한 통계

	답을 맞힌 사람들의 수	답을 못 맞힌 사람들의 수	정답률
방법 A 사용	600	150	0.8
방법 B 사용	225	25	0.9

〈표 3〉 수수께끼 2를 받은 사람들에 관한 통계

	답을 맞힌 사람들의 수	답을 못 맞힌 사람들의 수	정답률
방법 A 사용	100	150	0.4
방법 B 사용	375	375	0.5

IV. 제1문 (5)와 관련하여 다음 문항에 모두 답하시오. (25점)

(가) 이오카스테는 지난 5년 중 어느 시점에 왕에게서 수수께끼 하나를 받았다. 그녀가 ‘방법 A’를 사용하여 답을 맞췄을 경우, 왕이 그녀에게 ‘수수께끼 1’과 ‘수수께끼 2’ 중 어느 것을 냈을 가능성이 더 높은지 근거를 제시하여 논하시오.

(나) 전령 1, 전령 2, 미디어는 모두 지난 5년 중 어느 시점에 왕에게서 ‘수수께끼 1’을 받았다. 왕은 그들이 각각 독립적으로 수수께끼를 풀되, 왕의 백성인 전령 1과 전령 2는 ‘방법 A’를 사용하여 수수께끼를 풀고, 왕의 백성이 아닌 미디어는 ‘방법 A’, ‘방법 B’ 이외의 방법으로 수수께끼를 풀도록 하였다. 미디어는 수수께끼 풀기를 거부할 수 없다. 미디어가 ‘수수께끼 1’의 답을 맞힐 확률은 50%이다. 전령 1이 ‘수수께끼 1’의 답을 맞힐 가능성과 전령 1, 전령 2, 미디어 세 명 중 두 명 이상이 ‘수수께끼 1’의 답을 맞힐 가능성을 비교하고, 그 근거를 제시하시오.

(다) 크레온은 오이디푸스 왕에게서 수수께끼 하나를 받고 다음과 같은 사실을 발견했다. 〈표 1〉에서는 ‘방법 A’의 정답률이 ‘방법 B’의 정답률보다 높지만 〈표 2〉와 〈표 3〉에서는 ‘방법 B’의 정답률이 ‘방법 A’의 정답률보다 높은 역전 현상이 나타났다. 표들에 나타난 추세가 지속된다면, 그가 답을 맞힐 가능성을 높이기 위해서는 어떤 방법을 사용해야 하는지 표들에 나타난 역전 현상과 연관 지어 설명하시오.

2013 고려대 인문 B

(4)

동판이 살았던 은척읍의 인구수는 매우 크고 짝수이다. 그곳 사람들은 매 시기 두 사람씩 무작위로 짝을 지어 만나는데, 두 사람이 만나면 각자는 상대방에게 선행을 베풀거나 그렇지 않을 수 있다. 두 사람이 만날 때마다 선행을 한 사람은 $c(>0)$ 만큼 손실을 보고 선행을 받은 사람은 $b(>c)$ 만큼 이익을 본다. t 기에 어떤 사람에 대한 평판의 좋고 나쁨은 그 사람이 $t-1$ 기에서 다른 사람에게 선행을 했는지 여부에 따라 결정된다. 0기를 제외한 매시기에 임의로 만난 두 사람은 항상 상대방의 평판에 대해 잘 알고 있다고 가정한다.

은척읍의 사람들은 세 가지 유형으로 나뉜다. 그 유형들은, 만나는 상대방에게 항상 선행을 하는 이타주의자들로 이루어진 '유형 I', 만나는 상대방에게 항상 선행을 하지 않는 이기주의자들로 이루어진 '유형 II', 그리고 평판이 좋은 상대방에게는 선행을 하지만 평판이 나쁜 상대방에게는 선행을 하지 않는 상호주의자들로 이루어진 '유형 III'이다. 상호주의자는 상대방의 평판을 전혀 모르는 0기에는 항상 상대방에게 선행을 한다. 유형 I, 유형 II, 유형 III의 사람들의 비율은 시기별로 변화가 없고 모두 $\frac{1}{3}$ 로 같다. 은척읍의 인구 규모는 매우 크므로 각 유형의 인구 비율은 어떤 사람이 각 유형의 사람을 상대방으로 만날 확률이기도 하다.

t 기에 평판이 좋은 사람들의 비율을 P_t 라 하면 다음의 (식 1)이 성립한다.

$$(\text{식 1}) \quad P_{t+1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}P_t, \quad \text{단 } t \geq 1 \text{ 이다.}$$

임의의 유형 I, 유형 II, 유형 III의 사람이 $t (\geq 1)$ 기에 얻게 되는 순이익의 기댓값을 각각 $p_t^I, p_t^{II}, p_t^{III}$ 라 하자. 이기주의자(유형 II)는 어떤 유형의 상대방을 만나도 손실을 전혀 보지 않는 반면 이타적인 상대방(유형 I)을 만나면 이익을 얻게 된다. 그런데 이기주의자가 이타적인 상대방을 만날 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 이기주의자가 $t (\geq 1)$ 기에 얻게 되는 순이익(=이익-손실)의 기댓값은 $p_t^{II} = \frac{1}{3}b$ 이다. 동일한 논리를 사용하여 p_t^I 와 p_t^{III} 를 구할 수 있다.

II. (4)를 읽고 다음의 논제에 답하시오. (25점)

1. (식 1)이 왜 성립하는지 설명하시오. 그리고 P_t 가 (식 1)에 따라 변할 때 P_t 는 어떤 값으로 수렴하는지 보이시오.

2. 모든 $t (\geq 1)$ 에 대해 $P_t = P^*$ 이 성립한다고 가정하자. 여기서 P^* 는 위 문항 1에서 P_t 가 수렴하는 상수이다. $t \geq 1$ 의 경우 p_t^I 와 p_t^{III} 를 구하고, $p_t^I = p_t^{III}$ 가 성립할 조건을 b 와 c 를 이용하여 표현하시오.

2013 고려대 모의

(4)

가.

신문과 같은 전통적인 미디어와 함께 최근에는 SNS(Social Networking Services)와 같은 새로운 미디어를 통해 정보가 유통되고 있다. 신문과 SNS에 유통되는 거짓 정보의 비율이 같다는 가설을 H, 신문을 비해 SNS에 유통되는 거짓 정보의 비율이 더 높다는 가설을 K라는 한다. H와 K 중 하나를 선택하는 의사결정에서 초래되는 손실은 <표1>과 같다.

<표1> 손실 구조

	H를 선택	K를 선택
H가 참(true)	0	1
K가 참(true)	1	0

나.

의사결정을 위해 실시한 설문조사에서 신문에 보도된 특정 정보가 거짓이라고 응답한 수를 X라 하고, SNS에 유통된 같은 정보가 거짓이라고 응답한 수를 Y라고 할 때, <표 2>와 같은 확률분포를 가정하자.

<표 2> 확률분포

	$X=Y$	$X>Y$	$X<Y$
H가 참(true)	0.2	0.4	0.4
K가 참(true)	0.1	0.3	0.6

다.

위와 같은 상황에서 다음과 같은 4가지 의사결정 방법 (A1, A2, A3, A4)을 고려하자.

A1: 언제나 H를 선택

A2: 언제나 K를 선택

A3: $X>Y$ 이면 H, $X\leq Y$ 이면 K를 선택

A4: $X\geq Y$ 이면 H, $X<Y$ 이면 K를 선택

라.

위의 <표 1>과 같은 손실 구조에서 의사결정을 할 때 발생하는 기대손실은 오류를 범할 확률로 표현된다. 가령 A3을 사용하는 경우 H가 참일 때 K를 선택하는 오류를 범할 확률은 0.6이다(H가 참일 때, $X<Y$ 일 확률 0.4와 $X=Y$ 일 확률 0.2의 합).

II. (4)를 읽고 다음 논제에 답하시오. (25점)

1. 만약 K가 참인 경우, 주어진 의사결정 방법들 중 기대손실을 기준으로 선택 순서는 A2, A3, A4, A1이다. 그 이유를 논하시오.

2. 의사결정 방법 A3과 A4 중에서 기대손실을 기준으로 A4를 선택하는 경우 그 근거를 논하시오.

Part 2. 합리적 선택과 해석

2011 고려대 모의

(5) 개인들의 합리적인 선택이 사회적으로도 합리적인 결과를 낳는가? 자원 고갈, 환경오염, 교통체증 등 현실의 많은 문제에서 우리는 개인의 합리성이 사회적으로 불합리한 결과를 초래하는 것을 보게 된다. 이러한 현상들은 ‘합리성의 역설’의 사례라 할 수 있다.

합리성의 역설을 체계적으로 이해하기 위해 두 사람의 개별적 의사결정이 자신의 이득뿐만 아니라 상대방의 이득에도 영향을 미치는 상황을 생각해 보자. 갑과 을이 각자 선택지 A와 B중에서 하나를 취한다. 이 경우, 두 사람이 어떤 선택을 하는가에 따라 네 가지 결과, AA(갑과 을 모두 A를 선택), AB(갑은 A를, 을은 B를 선택), BA(갑은 B를, 을은 A를 선택), BB(갑과 을 모두 B를 선택)가 가능하다.

개인의 합리적 선택 원칙 중 하나는 자신의 선택이 가져올 수 있는 최소의 이득을 극대화하는 것이다. 이를 ‘최소극대화 원칙’이라 한다. 가령, 갑이 A를 선택할 때, 을도 A를 선택하면 갑은 4의 이득을 얻고 을이 B를 선택하면 갑은 1의 이득을 얻는다고 하자. 이때 갑이 A를 선택함으로써 얻는 최소 이득은 1이다. 갑이 B를 선택할 때, 을도 B를 선택하면 갑은 2의 이득을 얻고 을이 A를 선택하면 갑은 3의 이득을 얻는다고 하자. 이때 갑이 B를 선택함으로써 얻는 최소 이득은 2이다. B를 선택할 때 얻는 최소 이득이 A를 선택할 때 얻는 최소 이득보다 크므로 갑은 최소극대화 원칙을 따른다면 B를 선택할 것이다.

‘사회적 합리성’은 더 이상 사회구성원들의 이득을 동시에 높일 수 없을 때 달성된다. 예를 들어, AA의 경우 각자 4의 이득을 얻고 BB의 경우 각자 3의 이득을 얻는다고 하자. 아울러 AB와 BA에서는 A를 선택하는 사람은 5의 이득을 얻고 B를 선택하는 사람은 1의 이득을 얻는다고 하자. 이때 갑과 을 모두 BB보다 AA에서 더 큰 이득을 얻으므로 BB라는 결과는 사회적 합리성을 결여한다. 반면 AB나 BA 어느 것도 AA에 비해서 두 사람 모두에게 더 큰 이득을 주지 않으므로, AA라는 결과는 사회적 합리성을 가진다.

최소극대화 원칙에 따른 개인들의 합리적 선택이 사회적 합리성에 어긋나는 결과를 초래할 때 ‘합리성의 역설’이 발생한다. 이와 관련하여 다음 세 가지 상황을 살펴보자.

상황 1: 이득이 큰 순서대로 결과를 나열하면 갑의 경우에는 BA, AA, BB, AB 이고, 을의 경우에는 AB, AA, BB, BA 이다.

상황 2: 이득이 큰 순서대로 결과를 나열하면 갑의 경우에는 BA, AA, AB, BB 이고, 을의 경우에는 AB, AA, BA, BB 이다.

상황 3: 이득이 큰 순서대로 결과를 나열하면 갑의 경우에는 AA, BA, BB, AB 이고, 을의 경우에는 AA, AB, BB, BA 이다.

IV. 제시문 (5)의 상황 1, 상황 2, 상황 3 각각에서 갑과 을이 최소극대화 원칙을 따를 경우 어떤 선택을 할지 분석하고, 그러한 선택의 결과를 합리성의 역설이라는 관점에서 평가하시오. (25점)

2010 고려대 수시

제시문 (5)에서 정부가 취할 분배정책과 관련하여 아래의 세 제안이 있을 수 있다.

제안 A: 개인이 사용할 배경자원과 복지자원의 합($x + y$)이 사람들 사이에 균등하게 되도록 복지자원이 배분되어야 한다.

제안 B: 노력수준이 같은 사람들 사이에 배경자원의 차이로 인한 후생격차가 발생하지 않도록 하되, 노력수준이 다른 사람들 사이에 후생격차가 극대화되도록 복지자원이 배분되어야 한다.

제안 C: 모든 국민의 후생수준의 총합이 극대화되도록 복지자원이 배분되어야 한다.

각 제안 하에서 집단별로 1인당 배분될 복지자원의 크기를 구하고, (5)에 나타난 공평성의 관점과 공리주의적 관점에서 세 제안을 비교하시오. (30점)

(5)

다음 세 가지 요인이 개인의 후생수준을 결정하는 경우를 고려하자. 첫째는 개인적 배경의 차이에서 오는 ‘배경자원’의 수준(x)이고, 둘째는 정부로부터 배분되는 ‘복지자원’의 수준(y)이며, 셋째는 개인의 ‘노력수준’(z)이다. 최종적인 후생수준(u)은 배경자원과 복지자원의 합에 노력수준을 곱한 값이라고 하자. 즉, $u = (x + y)z$.

한 국가의 국민이 다음과 같이 구성되어 있다고 가정하자.

배경자원이 1이고 노력수준이 1인 사람들이 25% (집단1)

배경자원이 1이고 노력수준이 3인 사람들이 25% (집단2)

배경자원이 3이고 노력수준이 1인 사람들이 25% (집단3)

배경자원이 3이고 노력수준이 3인 사람들이 25% (집단4)

또한 정부는 개개인의 배경자원과 노력수준을 고려하여 복지자원을 배분할 수 있고, 이렇게 배분될 총 복지자원의 크기는 고정되어 있으며, 만약 정부가 복지자원을 모든 국민들에게 균등하게 배분한다면 국민 일인당 4의 복지자원을 받게 된다고 가정하자.

배경자원은 개인이 선택할 수 없는 것이고 제시문 (3)의 ‘비선택적 운’에 해당한다. 공평성의 관점에서는 이러한 비선택적 운으로 인한 후생 격차를 없앨 것을 요구하지만, 노력수준과 같이 개인이 선택한 결과로 발생하는 후생 격차의 교정을 요구하지는 않는다. 한편, 공리주의적 관점에서는 복지자원의 배분을 통하여 모든 국민의 후생수준의 총합을 높일 것을 요구한다.

2015 고려대 모의

제시문 ③

(가) 10명의 시민들로 구성된 사회가 있고, 각 시민들에게는 $\{1, 2, \dots, 9, 10\}$ 의 번호가 부여되어 있다. 시민들은 스마트 폰의 메신저 앱을 사용하여 대화하기를 좋아한다. 시중에는 A와 B 두 종류의 메신저 앱이 있고, 시민들은 이 중 하나를 골라 사용한다. 메신저 앱을 통한 대화는 동일한 앱을 사용하는 시민들 사이에서만 가능하다.

시민 x 는 A를 사용할 때와 B를 사용할 때는 다른 수준의 만족감을 느끼는데, 그 만족감은 다음의 식과 같다.

A를 사용할 때 만족감 = $2x$

B를 사용할 때의 만족감 = $10-x$

단, $x=1, 2, \dots, 10$ 이다.

예컨대, 시민 1이 A를 사용할 때의 만족감은 2고, B를 사용할 때의 만족감은 9다.

(나) (가)에서 설명한 사용자의 만족감에 더하여 같은 앱을 사용하는 시민의 수가 많을수록 앱 사용자로부터 추가적인 편익이 발생한다. 만약, A의 사용자 수가 n 이라면 A를 사용할 때 시민 x 가 얻는 총편익은 $2x+n$ 이고 B를 사용할 때 시민 x 가 얻는 총편익은 $10-x+(10-n)$ 이다.

(다) 기술적인 문제로 인해 메신저 앱 B가 사라지고 모든 시민이 A를 사용하고 있다. 기술 혁신으로 사용자의 만족감이 개선된 메신저 앱 C가 출시되었다. 시민 x 가 C를 사용할 때의 만족감은 $2x+5$ 이다.

II. ③에 관한 다음의 질문들에 근거를 제시하시오,

1. 만약 시민들이 (가)에 나타난 사용 만족감만을 고려하여 메신저 앱 서비스를 고른다면, 몇 명의 시민들이 A를 쓸까?
2. 이제 시민들은 (나)에서처럼 총편익을 고려하여 그들이 사용할 앱을 고른다. 각 앱 사용자가 위 1에서 구해진 결과와 같을 때 현재 사용하는 앱을 다른 앱으로 교체하고자 하는 시민이 있겠는가? (단, 시민들이 앱을 선택할 때 고려하는 앱의 사용자 수는 자신의 선택에 영향을 받지 않는 기존의 사용자 수이다.) 이 경우 시민 모두가 A를 사용하는 것이 가능한가?
3. 모두가 C를 사용하는 것이 A를 사용하는 것보다 시민의 총편익을 더 크게 한다는 것을 보이시오. 그럼에도 (다)의 상황에서 A에서 C로 전환할 시민이 없다는 것을 보이시오. 이러한 결과를 간략히 해석하시오.

2015 고려대 인문 A

④

A와 B 두 사람은 함께 정원을 가꾸려 한다. A와 B가 정원을 가꾸는 데 각각 들일 수 있는 노력의 수준은 {0, 10, 20}의 세 가지이며, 이 수치는 각 노력의 수준에 따라 발생하는 비용이기도 하다.

A와 B가 들이는 노력과 그들이 누리게 될 정원의 아름다움 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\text{정원의 아름다움} = 0.6 \times (\text{A의 노력} + \text{B의 노력})$$

(가) A는 B에게 공동체의 성원으로서 동질감을 느끼기 때문에, B의 만족도가 높아질수록 A의 만족도도 증가한다. 구체적으로 A와 B의 만족도는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{A의 만족도} = \text{정원의 아름다움} - \text{자기 노력의 비용} + (\alpha \times \text{B의 만족도})$$

$$\text{B의 만족도} = \text{정원의 아름다움} - \text{자기 노력의 비용}$$

단, α 는 A가 B에 대해서 느끼는 동질감의 정도이며, $\alpha \geq 0$ 이다.

예를 들어, A와 B 모두 10의 노력을 들였다면 정원의 아름다움은 $0.6 \times (10+10)=12$ 이다. B는 정원의 아름다움 12에서 노력의 비용 10을 뺀 2의 만족도를, A는 $2+(\alpha \times 2)$ 의 만족도를 느낀다.

(나) 만약 B 역시 A에게 동질감을 느낀다면 A와 B의 만족도는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{A의 만족도} = \text{정원의 아름다움} - \text{자기 노력의 비용} + (\alpha \times \text{B의 만족도})$$

$$\text{B의 만족도} = \text{정원의 아름다움} - \text{자기 노력의 비용} + (\alpha \times \text{A의 만족도})$$

(다) 다음과 같은 주장이 있다.

“나 혼자 일방적으로 타인을 배려하는 것보다 타인도 나를 배려할 때, 나는 조금 더 나를 희생해 타인을 도울 수 있을 것이다. 전자의 경우는 내가 타인을 도움으로써 얻는 나의 기쁨만을 생각한다. 후자의 경우는 타인을 돕는 것이 나의 기쁨을 크게 할 뿐 아니라, 나를 배려하는 타인의 기쁨이 커져 타인의 그 기쁨이 다시 나의 기쁨으로 돌아온다. 이런 과정이 반복되어 기쁨이 커지므로 내가 남을 도울 때 나의 만족도가 더 많이 늘어나고, 남에게 도움이 되는 행동 역시 늘어난다.”

2. ④에 관한 다음의 질문들에 근거를 제시하여 답하십시오. (25점)

1) (가)의 상황에서 $\alpha = 0$ 이라고 하자. 만약 정부가 A와 B의 만족도의 합을 가장 크게 만드는 노력의 수준을 A와 B에게 정해 주려고 한다면, 정부가 A와 B에게 부여할 노력의 조합을 구하십시오.

2) (가)의 상황에서 $\alpha = 0$ 이라고 하자. A는 자신의 만족도를 높이기 위하여 노력의 수준을 선택한다. B의 노력이 10일 때, A의 노력을 구하십시오. 또 B의 노력이 20일 경우에는 A의 노력이 어떻게 되는지 구하십시오. (단, 만족도가 같다면 A는 높은 수준의 노력을 선택하며, 이는 이후의 질문들에서도 마찬가지이다.)

3) (가)의 상황에서 A는 자신의 만족도를 높이기 위하여 노력의 수준을 선택한다. A로 하여금 20의 노력을 선택하게 만드는 α 의 범위를 구하십시오.

4) (나)의 상황에서 A는 자신의 만족도를 높이기 위하여 노력의 수준을 선택한다. A로 하여금 20의 노력을 선택하게 만드는 α 의 범위를 구하십시오. 이를 위의 질문 3)의 결과와 비교해 (다)의 주장을 평가하십시오.

2015 고려대 인문 B

③

(가) 정부는 국민의 삶의 질에 대한 높은 관심에 부응하고 지역 농업을 발전시키기 위해 농산물 품질 지도를 만들고자 한다. 전국을 4개 광역권으로 나누었을 때, 각 지역에서 생산되는 농산물의 품질 점수는 다음 표와 같다(점수는 1~100의 정수로 부여된다).

지역 품질 점수	
갑	76
을	81
병	94
정	82

좋은 품질의 농산물일수록 높은 점수를 받는다. 정부는 품질 지도에서 점수는 공개하지 않고 등급만을 공개한다. 품질 등급의 분류 방식으로는 다음 두 가지를 고려한다.

5단계 등급 분류 방식	
등급	점수 구간
A	91~100
B	81~90
C	71~80
D	61~70
E	60 이하

2단계 등급 분류 방식	
등급	점수 구간
우수	X~100
보통	X 미만

단, X값은 61, 66, 71, 76, 81, 86, 91 중 하나이다.

어떤 지역이 농산물의 품질을 등록하지 않으면 그 지역 농산물의 수익은 60원이다. 반면 그 지역이 품질을 등록하면 그 지역 농산물의 수익은 품질 등급에 대응하는 점수 구간의 평균값으로 결정된다.

예를 들어 품질 점수가 84점인 농산물의 경우를 고려해 보자. 5단계 등급 분류에 의하면 이 농산물은 'B' 등급에 속하고 수익은 점수 구간의 평균값인 85.5원이 된다. 반면 X값이 81로 책정된 2단계 등급 분류에 의하면 이 농산물은 '우수' 등급에 속하고 수익은 90.5원이 된다.

정부는 품질 등록에 필요한 수수료를 부과하는데, 그 수수료는 0, 10, 20, 30, 40, 50원 중 하나이다. 품질 등록을 하지 않을 경우 지불해야 할 수수료는 0원이다. 각 지역의 순수익은 지불해야 할 수수료를 수익에서 차감한 값이다. 각 지역은 품질 등록에 따른 순수익이 품질 등록을 하지 않을 때의 순수익보다 크거나 같은 경우 품질을 등록한다. 수수료 부과에 따른 정부의 수입은 등록 수수료에 등록 지역의 수를 곱한 값이다.

(나) 다음과 같이 주장하는 사람이 있다.

“2단계 등급 분류 방식보다 5단계 등급 분류 방식이 더 정확한 정보를 제공한다. 품질 등록 수수료는 품질 정보를 제공한 것에 대한 대가이다. 따라서 품질에 대한 정보가 정확해질수록 정부의 수입과 지역별 순수익은 더 커진다.”

2. ③에 관한 다음의 질문들에 근거를 제시하여 답하시오. (25점)

- 1) 정부가 5단계 등급 분류 방식을 사용한다고 하자. 품질 등록 수수료가 10원일 경우 품질을 등록할 지역을 모두 찾으시오.
- 2) 5단계 등급 분류 방식에서 정부의 수입을 가장 크게 만드는 수수료를 구하고, 이때 정부 수입과 지역별 순수익을 구하시오.
- 3) 정부가 2단계 등급 분류 방식에서 X 값을 71로 책정했다고 하자. 이 경우 정부 수입을 가장 크게 만드는 수수료를 구하고, 이때 정부 수입과 지역별 순수익을 구하시오.
- 4) 질문 3)에서 얻은 결과를 질문 2)에서 얻은 결과와 비교하고, 이에 근거하여 품질 등급 분류 방식의 변화가 정부 수입과 각 지역별 순수익에 미치는 효과의 측면에서 (나)의 주장을 평가하시오.
- 5) 2단계 등급 분류 방식에서 정부의 수입을 가장 크게 만드는 X 값과 수수료를 구하고, 이것이 지역별 순수익의 합을 가장 크게 만드는 X 값과 수수료와 일치하는지 밝히시오.

2016 고려대 모의

④

스파르타의 왕은 다음의 세 가지 정책 중 하나를 선택하고자 한다.

정책 1 : 저수지를 만든다.

정책 2 : 방풍림을 조성한다.

정책 3 : 시민공원을 만든다.

왕은 스파르타의 기후에 대해 다음 세 가지 중 하나로 예측한다.

예측 1 : 큰 가뭄

예측 2 : 심각한 한파

예측 3 : 평온한 기후

각각의 정책이 시행되었을 때 시민들이 누리게 될 사회적인 이익은 세 가지 예측에 따라 다음과 같이 달라진다.

	정책 1	정책 2	정책 3
예측 1	150	50	100
예측 2	50	150	100
예측 3	50	50	100

반면 각각의 정책이 시행되었을 때 왕이 누리게 될 개인적인 이익은 예측에 따라 다음과 같이 달라진다.

	정책 1	정책 2	정책 3
예측 1	7	5	10
예측 2	5	7	10
예측 3	5	5	10

왕은 자신의 개인적인 이익을 최대화하는 정책을 선택하고자 하며 시민들도 이를 알고 있다.

(가) 시민들은 왕의 예측이 무엇인지 안다. 각 예측 하에서 왕의 선택이 시민들의 사회적 이익을 최대화하는 것이 아니라면, 시민들은 왕에게 크기 6의 손실로 제재를 가한다.

(나) 시민들은 왕의 예측이 무엇인지 모르고 다만 그가 어떤 예측을 할지에 대한 확률분포만 안다. 따라서 시민들은 (가)와 같은 방식의 제재를 가할 수 없다. 확률분포는 아래의 표와 같다.

	확률
예측 1	0.4
예측 2	0.4
예측 3	0.2

II. ④에 관한 다음의 질문들에 대해 근거를 제시하여 답하시오. (25점)

1. (가)의 상황에서 왕이 예측 1을 하고 정책 1을 선택한다고 하자. 이 경우 시민들은 왕에게 제재를 가하겠는가?
2. (가)의 상황에서 왕이 시민들의 제재로 입게 될 손실까지 고려하여 개인적인 이익을 최대화한다고 하자. 왕이 각 예측 하에서 어떤 정책을 선택할지 설명하시오.
3. (나)의 상황에서 왕의 선택에 대해 아무런 제재가 없다고 하자. 왕이 각 예측 하에서 어떤 정책을 선택할지 설명하시오.
4. (나)의 상황에서 왕이 정책 3을 선택하면 시민들은 크기 6의 손실로 왕에게 제재를 가하는 법령을 제정하려고 한다. 사회적 이익의 기댓값이라는 관점에서 이 법령이 어떻게 정당화될 수 있는지 설명하시오. 그럼에도 불구하고, 만약 왕이 예측 3을 하게 되면 사회적 이익은 법령이 없을 때보다 있을 때 더 작다는 것을 설명하시오.

Part 3. 경우의 수 활용

2013 고려대 인문 A

(4)

시장에 동일한 2개의 물건이 있고, 이를 최대 1개까지 구입하는 4명의 소비자가 있다. 각 소비자의 지불 능력과 가치 평가는 다음 표와 같다. 단, 소비자는 가치 평가와 가격이 같은 경우에도 물건을 살 의사가 있다.

소비자	A	B	C	D
물건에 대한 지불 능력	100	100	20	20
물건 가치에 대한 평가	100	50	70	20

예를 들어, 소비자 B는 물건에 100의 돈을 쓸 수 있지만 50만큼만 지불할 용의가 있고, 소비자 C는 70만큼 지불할 용의가 있지만 쓸 수 있는 돈은 20뿐이다.

이 물건을 소비자에게 배분하기 위하여 아래와 같이 가격을 통한 시장적 배분 방식, 추첨을 통한 비시장적 배분 방식, 그리고 둘을 포괄하는 혼합 방식을 고려할 수 있다.

(가) 가격을 통한 배분 방식: 가격을 0부터 시작하여 10단위씩 올리고 각 가격에서 물건을 살 의사와 능력이 있는 사람이 남는다. 2명의 소비자가 남을 때까지 가격을 올리고 2명의 소비자가 남는 가격에서 물건을 판다.

(나) 가격을 통하지 않은 추첨 방식: 모든 소비자들이 추첨에 참여하여 추첨에서 뽑힌 2명에게 물건을 배분한다. 모든 추첨 참여자는 추첨 시 뽑힐 확률이 동일하다.

(다) 혼합 방식: 먼저 (나)의 추첨 방식으로 물건을 배분하고, 이 물건을 다시 거래한다. 물건을 가진 소비자는 자신이 평가한 가치보다 가격이 비싸게 제시되면 팔 것이고, 물건이 없는 소비자는 자신의 가치 평가와 지불 능력이 허락하는 한에서 가격을 제시할 것이다. 가장 높은 가격을 제시할 수 있는 사람이 가장 낮은 요구 가격을 가진 사람으로부터 물건을 산다. 이러한 거래는 거래의 가능성이 없어질 때까지 계속된다. 예를 들어, 최초로 소비자 1과 소비자 2가 물건을 배분 받았다면, 소비자 1은 100보다 높은 가격을, 소비자 2는 50보다 높은 가격을 요구할 것인데, 소비자 3과 소비자 4는 최대 20의 가격을 제시할 수밖에 없기에 거래가 발생하지 않는다.

어떤 방법으로 물건을 배분하는 것이 좋은지를 판단하는 기준은 물건을 갖게 되는 사람의 가치 평가이다. 즉, 가치를 높게 평가하는 사람이 물건을 갖는 게 더 좋다는 것이다.

II. (4)를 읽고 다음 문제에 답하시오. (25점)

1. (가)의 방식을 사용하면 어느 가격에 누가 물건을 갖게 되는가? 그리고 물건을 배분 받는 사람들의 물건 가치 평가의 평균은 얼마인가?
2. (나)의 방식을 사용할 때 물건을 배분 받는 소비자 짝의 경우를 모두 나열하고, 각 경우의 확률이 얼마인지 구하라. 물건을 배분 받는 사람의 물건 가치 평가의 기댓값을 구하라.
3. 이제 (다)의 방식을 사용한다. 위 문항 2에서 구한 (나)를 통한 최초의 배분 각각의 경우에 대해서 거래가 발생할지 여부와 거래가 발생한다면 누가 물건을 최종적으로 갖게 될 것인지를 답하라. 이로부터 최종적인 물건 배분의 경우를 나열하고 각 경우의 확률을 구하라. 물건을 최종적으로 배분 받는 사람의 물건 가치 평가의 기댓값에 근거하여 (가), (나), (다)의 방식 중 어느 것이 더 좋은지 논하라.

2014 고려대 인문 A

제시문 ④

‘빈 섬’에는 12명의 농민이 살고 있다. 전체 농민의 $\frac{1}{3}$ 은 각각 2필지의 논을 소유하고 있고, $\frac{2}{3}$ 는 각각 1필지의 논을 소유하고 있다. 전체 논의 $\frac{1}{2}$ 은 비옥하며, 나머지 $\frac{1}{2}$ 은 비옥하지 않다. 비옥한 논에서는 한 해에 필지 당 10단위의 쌀이 생산되지만, 비옥하지 않은 논에서는 한 해에 필지 당 6단위의 쌀이 생산된다. ‘빈 섬’의 농민들은 자기가 소유한 논의 필지 수와 비옥도에 따라 다음과 같이 5가지 유형으로 나누어진다.

농민 유형	농민 수	필지 수	비옥도
I	1	2	둘 다 비옥함
II	2	2	둘 중 하나만 비옥함
III	1	2	둘 다 비옥하지 않음
IV	4	1	비옥함
V	4	1	비옥하지 않음

‘빈 섬’에서 한 농민이 내야 할 세금이 자신의 연간 쌀 생산량보다 적거나 같은 경우에는 경작을 해서 세금을 내고, 많으면 자신이 소유한 모든 논의 경작을 미리 포기함으로써 세금을 내지 않는다. 따라서 한 농민이 내야 할 세금이 6단위라면 모든 유형의 농민이 경작을 해서 세금을 내지만, 세금이 더 많아지면 세금을 내는 농민 유형의 수는 감소할 수 있다.

세금을 부과하는 데 다음의 세 가지 방식을 고려해 볼 수 있다.

- ㉠ 각 농민 당 세금 S 를 부과한다.
- ㉡ 각 필지 당 세금 T 를 부과한다.
- ㉢ 비옥한 논에는 필지 당 세금 X 를, 비옥하지 않은 논에는 필지 당 세금 Y 를 부과한다.

㉠, S , T , X , Y 각각은 양의 실수이고, 조세 수입은 농민들이 낸 세금의 총합이다.

III. ④를 읽고 다음의 논제에 답하시오. (25점)

1. ㉠의 방식을 사용할 경우, 농민 당 세금 S 가 얼마일 때 이 섬의 조세 수입이 가장 크게 되는가? 이 때 각 유형별로 농민 당 세후 쌀 보유량을 구하시오.

2. ㉡의 방식을 사용할 경우, 필지 당 세금 T 가 얼마일 때 이 섬의 조세 수입이 가장 크게 되는가? 이 때 각 유형별로 농민 당 세후 쌀 보유량을 구하시오. 농민들의 세후 쌀 보유량 분포라는 관점에서 ㉠의 분산과 ㉡의 분산을 비교하시오.

3. 농민들은 자기 필지의 비옥도를 자신만 알고 있다. ㉔의 방식을 사용할 경우, 농민들은 자기 필지의 비옥도를 사실대로 보고할 수도 있고 거짓으로 보고할 수도 있다. 사실대로 보고할 때의 세후 쌀 보유량이 거짓으로 보고할 때의 세후 쌀 보유량보다 크거나 같다면 농민은 사실대로 보고한다. 단, 각 필지 당 필지의 비옥도에 대해 거짓으로 보고하면 거짓 말에 따르는 비용으로 생산이 1단위만큼 줄어든다. 모든 농민들이 자기 필지의 비옥도를 사실대로 보고하게 만드는 세금 X 와 Y 중 이 섬의 조세 수입을 가장 크게 하는 X 와 Y 의 값은 무엇인가? ㉔의 최대 조세 수입과 ㉕의 최대 조세 수입을 비교하시오.

2014 고려대 인문 B

제시문 ④

㉠

S고등학교 학생 6명으로 구성된 인터넷 커뮤니티가 있는데 이들 사이에 정보가 전달되는 직접 경로로 다음의 경우를 고려해 보자.

학생 1 $\rightarrow$ 학생 2, 학생 1 $\leftrightarrow$ 학생 3,
학생 1 $\leftrightarrow$ 학생 5, 학생 2 $\rightarrow$ 학생 3,
학생 3 $\rightarrow$ 학생 4, 학생 4 $\rightarrow$ 학생 6, 학생 6 $\rightarrow$ 학생 3

일방향 화살표($\rightarrow$)는 정보가 일방으로만 전달됨을 의미하고, 양방향 화살표($\leftrightarrow$)는 정보가 양방으로 전달됨을 의미한다. 직접 경로의 거리는 1로 가정한다. 따라서 학생 1 $\rightarrow$ 학생 2 $\rightarrow$ 학생 3의 방식으로 정보가 전달되는 경우 학생 1에서 학생 3까지의 거리는 2이다.

다른 모든 학생들에게 정보를 전달한 거리의 합이 가장 짧은 학생을 발신의 중심이라고 하고, 다른 모든 학생들로부터 정보가 전달된 거리의 합이 가장 짧은 학생을 수신의 중심이라고 한다.

㉡

T아파트 주민 6명은 3개의 서로 다른 동호회에 선별적으로 참여하고 있다. 주민 1, 3, 6은 동호회 A에, 주민 4, 5, 6은 동호회 B에, 주민 2, 5는 동호회 C에 참여하고 있다. 주민들은 그들이 참여한 동호회를 통해 서로 연결되고 동호회는 참여 주민들과 연결된다. 주민과 동호회 간 연결은 양방향이다. 예컨대, 주민 1 $\leftrightarrow$ 동호회 A $\leftrightarrow$ 주민 3일 경우, 주민 1과 주민 3 사이의 연결 길이는 2이다. 동호회 A $\leftrightarrow$ 주민 6 $\leftrightarrow$ 동호회 B일 경우, 동호회 A와 동호회 B 사이의 연결 길이는 2이다.

다른 모든 주민들과 연결 길이의 합이 가장 짧은 주민을 주민 연결의 중심이라고 하고, 다른 모든 동호회들과 연결 길이의 합이 가장 짧은 동호회를 동호회 연결의 중심이라고 한다.

㉢

총 10명의 K아파트 주민들이 대표자 회의를 구성하려고 한다. 대표자 회의가 대표성을 인정받으려면 6명 이상의 주민이 그 회의에 가입해야 한다. 주민 1, 주민 2, 주민 3은 P시 출신이고, 주민 4와 주민 5는 Q시 출신이다. 이들은 대표자 회의에 각각 개별적으로 가입할 수도 있고, 동향 사람들끼리 향우회를 조직하여 동시에 가입할 수도 있다. 따라서 P시 향우회의 가입은 주민 3명의 가입에, Q시 향우회의 가입은 주민 2명의 가입에 해당한다. 대표자 회의에 가입하는 과정은 순차적으로 진행되고 가입 순서는 무작위적이다. 어떤 주민이나 향우회가 가입하기 전에는 기존의 가입자 수가 6미만이었다가, 그 주민이나 향우회가 가입하는 순간 비로소 6 이상이 확보된다면, 그 주민이나 향우회는 대표자 회의를 성립시킬 수 있는 결정력이 있다고 정의한다.

어떤 주민이나 향우회가 결정력이 있는 총 경우의 수를 X 로, 주민들이나 향우회들이 가입하는 순서의 총 경우의 수를 Y 로 정할 때, 어떤 주민이나 향우회가 대표자 회의를 성립시킬 수 있는 결정률은 X 를 Y 로 나눈 값이다.

II. ④를 읽고 다음 논제에 답하시오. (25 점)

1. ㉠에서, 학생 i 가 다른 모든 학생들에게 정보를 전달한 최단 거리의 합을 각각의 i 에 대하여 구하고, 이에 근거하여 발신의 중심을 찾으시오.
그리고 학생 i 가 다른 모든 학생들로부터 정보를 전달받은 최단 거리의 합을 구하고, 이에 근거하여 수신자의 중심을 찾으시오. 단, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 이다.

2. ㉡에서, 주민 i 가 다른 모든 주민들과 연결된 최단 길이의 합을 각각의 i 에 대하여 구하고, 이에 근거하여 주민 연결의 중심을 찾으시오.
그리고 동호회 j 가 다른 모든 동호회들과 연결된 최단 길이의 합을 구하고, 이에 근거하여 동호회 연결의 중심을 찾으시오. 단, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 이고 $j = A, B, C$ 이다.

3. ㉢에서, 10명의 주민 모두가 개별적으로 가입하는 경우에 P시 향우회 소속 주민 3명 각각에 대하여 X 와 Y 를 구하고, 이에 근거하여 세 사람이 지닌 결정률의 합 U 를 구하시오. P시 향우회 소속 주민 3명은 향우회 자격으로 가입하고 나머지 7명은 개별적으로 가입하는 경우에 P시 향우회에 대하여 X 와 Y 를 구하고, 이에 근거하여 P시 향우회의 결정률 V 를 구하시오. 마지막으로 P시 향우회 소속 주민 3명과 Q시 향우회 소속 주민 2명은 향우회 자격으로 가입하고 나머지 5명은 개별적으로 가입하는 경우에 P시 향우회에 대하여 X 와 Y 를 구하고, 이에 근거하여 P시 향우회의 결정률 W 를 구하시오. 이상에서 구한 U, V, W 의 크기를 비교하시오.

Part 4. 수식 조건이 없는 유형의 풀이

2010 고려대 모의

(5)

개인이 단순이익 추구자라면 자신의 물질적 이익만을 추구하면서 타인의 이익이나 손해에 무관심할 것이다. 그러나 현실적으로 개인은 자기의 물질적 이익을 추구할 뿐만 아니라 공정성도 중시하는 복합이익 추구자이다.

복합이익 추구자의 경우, 자기에게 공정한 사람에게 부당한 대우를 할 때 자신의 행동에 대해 부끄러움을 느끼고, 상대방부터 불공정한 대우를 받을 때에 그에 대해 불만을 가질 수 있다. 공정성을 고려한 행위의 양상은 다음과 같은 특성으로 요약될 수 있다.

A: 나에게 공정한 사람을 위해 나는 물질적 이익의 일부를 기꺼이 희생하려 한다.

B: 나에게 불공정한 사람에게 피해를 입히기 위해 나는 물질적 이익의 일부를 기꺼이 희생하려 한다.

C: 내가 희생해야 하는 물질적 이익의 크기가 작을수록 A와 B가 나의 행동에 더 큰 영향을 미친다.

아래의 상황은 단순이익 추구 행위와 공정성도 고려하는 복합이익 추구 행위가 다른 사회적 결과를 초래할 수 있는 예이다. 제3자로부터 갑이 일정한 액수의 금액을 제공받고 이중 일부를 을에게 양도해야 한다. 양도하는 금액의 크기는 갑이 결정할 수 있다. 갑이 을에게 양도액을 제안하면 을은 이 제안을 수락하거나 거절할 수 있다. 을이 갑의 제안을 수락 하면 갑의 제안대로 금액이 배분되지만, 을이 갑의 제안을 거절하면 제3자는 갑에게 제공한 금액을 회수하고 그 결과 갑과 을 모두 아무런 금액도 얻지 못한다. 이상의 상황이 한차례 일어난다고 가정하자.

만일 두 사람이 단순이익 추구자라면, 갑이 아무리 적은 금액을 제안하더라도 을은 이를 수락할 것이고 갑은 을에게 가능한 적은 금액을 제안하여 자신이 모든 금액을 독차지하려 할 것이다.

III. (5)에서 갑과 을이 복합이익 추구자일 경우 두 사람이 취할 결정에 대해 A, B, C를 이용하여 논술하시오(단, 갑은 을이 공정한 사람이라고 여기고 을은 갑의 제안에 따라 갑이 공정한지 아닌지를 판단한다). (30점)

2009 고려대 수시

(라)

어떤 사람에게 자유의지가 있다면 그가 제약이 없는 상태에서 행하는 선택을 타인이 정확하게 예측하는 것은 불가능하다. 예를 들어 내가 당신에게 당신의 의지대로 오른손 또는 왼손을 들라고 한다고 하자. 당신이 자유의지를 가지고 있다면 나는 당신이 오른손을 들지 왼손을 들지를 정확하게 예측할 수 없다.

당신 앞에 두 개의 상자가 있는데 하나는 투명하고 다른 하나는 불투명하다. 투명한 상자 안에는 일백만 원이 들어 있다. 불투명한 상자 안에는 일억 원이 있을 수도 있고 아무것도 없을 수도 있는데 당신은 그 안을 들여다 볼 수 없다.

당신은 다음의 두 가지 중 하나를 선택하여 가능한 한 많은 금전적 이득을 얻고자 한다.

(1) 불투명한 상자 하나만을 취한다.

(2) 두 개의 상자를 모두 취한다.

그런데 당신에게는 다음과 같은 정보가 있다. '상당히 뛰어난 예측력을 지닌 어떤 존재가 당신이 할 선택을 미리 예측하고 그 예측의 내용에 따라 불투명한 상자에 일억 원을 넣어둘지 말지를 결정한다. 만약 그 존재가 당신이 (1)을 선택할 것이라고 예측한다면 그는 불투명한 상자에 일억 원을 넣는다. 만약 그 존재가 당신이 (2)를 선택할 것이라고 예측한다면 그는 불투명한 상자에 아무것도 넣지 않는다.'

Part 5. 함수 / 수열의 활용

2012 고려대 모의

III. 다음 문제에 답하십시오.

a. 어느 국가에서 n 년도에 65세 이상 인구에게 지급해야 하는 연금 총액은 $a_n = n \times 2030^n$ 이고 의료비 총액은 $b_n = 2031^n$ 이다. 연금 총액에 대한 의료비 총액의 비 $\frac{b_n}{a_n}$ 이 최대가 되는 해는 몇 연도인가? (15점)

b. 노령화지수는 유소년 인구(14세 이하의 인구)에 대한 65세 이상 인구의 비이다. 그리고 노년부양비는 생산 가능 인구(15세 이상 64세 이하의 인구)에 대한 65세 이상 인구의 비이다. 시점 x 에서의 노년부양비를 $f(x)$ 라고 하자. 여기에서 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수라고 가정한다.

어느 국가의 노령화지수가 (노령화지수) = (노년부양비)²을 만족하고, $f(x)$ 는 R 에서의 일대일 함수라고 가정하면, (노년부양비 - 노령화지수) < $\frac{1}{4}$ 이 되는 시점 x 가 항상 존재함을 설명하십시오. (10점)

고려대 2012 인문 A

※ 아래 제시문을 읽고 논제 3에 답하시오.

(가) 3×3 행렬 $A = (a_{ij})$ 와 $B = (b_{ij})$ 는 A 의 (i, j) 성분과 B 의 (j, i) 성분이 같고 $AB = BA$ 를 만족한다.

(나) 10차 다항함수 $p(x) = (x - 1)(x - 2) \cdots (x - 10)$ 의 x^8 의 계수를 c 라 한다.

(가)와 (나)에서 소개된 행렬과 함수에 대해 아래의 네 문장이 모두 참이라고 하자.

[문장 1] 홍길동이 노래를 좋아하거나 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y = (x^2 + 3)^2 + (2 - x^2)^2$ 의 최솟값이 $y = 2(x^2 + 3)(2 - x^2)$ 의 최솟값과 같다.

[문장 2] 홍길동이 노래와 춤 중 하나만 좋아하고 $a_{12} = a_{13} = a_{23} = 0$ 이다.

[문장 3] $c = 1320$ 이면, $3^{\frac{1}{\pi}} > \pi^{\frac{1}{3}}$ 이거나 홍길동은 재능이 없다.

[문장 4] $b_{12} = b_{13} = b_{23} = 1$ 이면 홍길동이 연습을 열심히 하지 않고, 홍길동이 연습을 열심히 하지 않으면 $b_{12} = b_{13} = b_{23} = 1$ 이다.

논제 3. (25점)

(a) 홍길동이 춤을 좋아하지 않음을 보이시오.

(b) '홍길동은 재능이 없다.'는 문장의 참 또는 거짓을 유추할 수 있는지 논하시오.

(c) '홍길동이 연습을 열심히 하거나 재능이 있으면, 스타가 된다.'는 문장 또한 참일 때 홍길동이 스타가 된다는 결론을 유추할 수 있는지를 논하시오.

2012 고려대 인문 B

※ 아래 제시문을 읽고 문제 3에 답하시오.

자연수 값을 취하는 확률변수 X 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} nP(X=n)$ 이 수렴할 때 이 무한급수의 합을 확률변수 X 의 평균이라 한다.

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 p 이고 공비가 r 인 등비수열이고 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항은 $b_n = \frac{k}{n(n+1)(n+2)}$ 이다. 아래 표는 확률변수 Y 와 Z 의 확률분포를 나타낸다.

n	1	2	3	...	합계
$P(Y=n)$	a_1	a_2	a_3	...	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$
$P(Z=n)$	b_1	b_2	b_3	...	$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 1$

문제 3. 확률변수 Y 의 평균과 확률변수 Z 의 평균이 같을 때 p, r, k 를 구하시오. (25점)