수학 영역

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{1+2\sqrt{3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2^{2-2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}} = 2^3$

2. $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-x\right)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4x-x^2}{\sqrt{x^2+4x}+x} = \frac{4}{2} = 2$

3. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5-a_3=8$일 때, a_2의 값은? [3점]

$2d=8$, $\therefore d=4$.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+2h)-4}{h}=6$일 때, $f(1)+f'(1)$의 값은? [3점]

$2f'(1)$

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f(1)=4$, $f'(1)=3$

5. $\sin(-\theta)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{8}{5}$이고 $\cos\theta<0$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

$-\sin\theta - \sin\theta = \frac{8}{5}$, $\therefore \sin\theta = -\frac{4}{5}$, $\tan\theta = \frac{4}{3}$

① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+3a$가 $x=-2$에서 극대일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f'(-2) = 12-4a=0$. $a=3$

$f'(x) = 3x(x+2)$

$\therefore f(0) = 9$

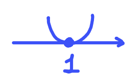
7. 다항함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 증가하고

$$f'(x)=\{3x-f(1)\}(x-1) \geq 0.$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$\boxed{f'(x) \geq 0 \text{ 인데 } f'(1)=0 \text{ 이면 } f'(x)\text{는 } (x-1)^2\text{을 인수로 갖는다.}}$



$3x - f(1)$ 은 $(x-1)$ 을 인수로 갖는다.

$\therefore f(1)=3$.

$f'(x) = 3(x-1)^2 \rightarrow f(x) = (x-1)^3+3$.

$f(2) = 4$.

8. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx$의 주기가 6π이고 닫힌구간 $[\pi, 4\pi]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 1일 때, $a+b$의 값은? [3점]

$b=\frac{1}{3}$

$f(\pi)=\frac{a}{2}=1$, $a=2$

① $\frac{5}{3}$　② $\frac{11}{6}$　③ 2　④ $\frac{13}{6}$　⑤ $\frac{7}{3}$

9. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=1-4\times S_n$$

이고 $a_4=4$일 때, $a_1\times a_6$의 값은? [4점]

① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

$\boxed{S_n,\ \sum_{k=1}^{n} a_k \text{ 의 등장 } \Rightarrow a_n=S_n-S_{n-1} \text{ 이용}}$

$a_{n+1}=1-4S_n$

$\ominus)\ a_n=1-4S_{n-1}$　$(n\geq 2)$

$a_{n+1}-a_n=-4a_n$　$(n\geq 2)$

$\therefore a_{n+1}=-3a_n$　$\underbrace{(n\geq 2)}$ 주의

↳ 공비 -3인 등비수열. $a_6=36$.

$n=1$, $a_2=1-4a_1=\frac{4}{9}$, $\therefore a_1=\frac{5}{36}$

$\therefore \frac{5}{36}\times 36=5$.

10. 실수 m에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도를 각각

$$v_1(t)=3t^2+1,\quad v_2(t)=mt-4$$

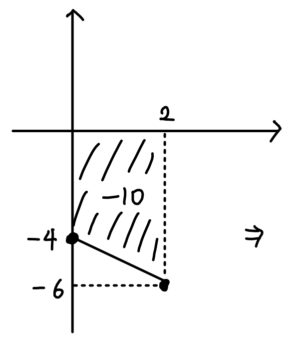
라 하자. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 두 점 P, Q가 움직인 거리가 같도록 하는 모든 m의 값의 합은? [4점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

$\int_0^2 |3t^2+1|\,dt=\int_0^2 \underline{|mt-4|}\,dt=10.$

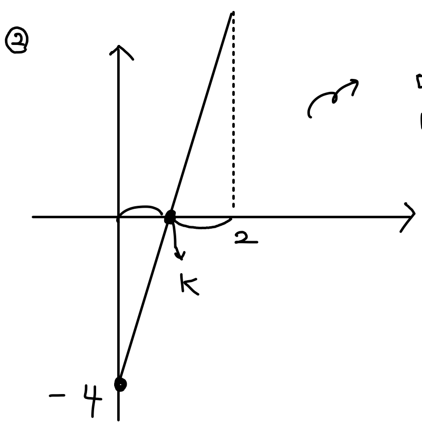
y절편 -4.

①



$\Rightarrow m=-1.$

②



닮음비 $1:(2-k)$

넓이비 $1:(2-k)^2$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot k\right)\left(1+\frac{(2-k)^2}{k^2}\right)=10.$

$\Rightarrow k=\frac{1}{2}$. $\therefore m=8$.

11. 공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 $m(m \geq 3)$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|a_1 - b_1| = 5$ $\rightsquigarrow$ $a_1 = b_1 + 5$ or $b_1 = a_1 + 5$.
> (나) $a_m = b_m$, $a_{m+1} < b_{m+1}$

$\sum_{k=1}^{m} a_k = 9$일 때, $\sum_{k=1}^{m} b_k$의 값은? [4점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

(가), (나) 조건이 모두 $a_n - b_n$ 꼴이다. 그걸 새로운 수열로 정의하자

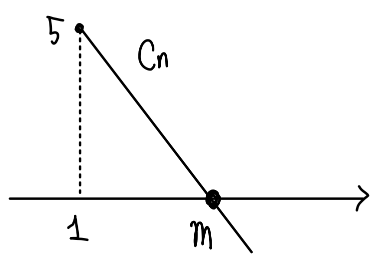
→ $h(x) = f(x) - g(x)$ 차함수처럼

$C_n = a_n - b_n$ 차수열

$a_n - b_n = C_n$ 이라 하자.

$|C_1| = 5$, $C_m = 0$, $C_{m+1} < 0$.

공차 음수



if) $m = 3$, 공차 $= -\frac{5}{2}$ (x)

if) $m = 4$, 공차 $= -\frac{5}{3}$ (x)

if) $m = 6$, 공차 $= -1$ (o).

$\therefore \sum_{k=1}^{m} C_k = \underbrace{\sum_{k=1}^{m} a_k}_{9} - \underbrace{\sum_{k=1}^{m} b_k}_{-6} = 15.$

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여

곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = \frac{1}{2}x$가 원점 O에서 접하고

x좌표가 양수인 두 점 A, B($\overline{\text{OA}} < \overline{\text{OB}}$)에서 만난다.

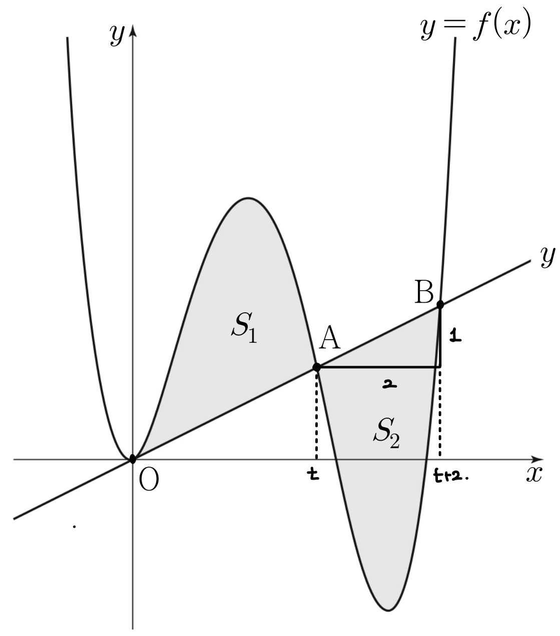
곡선 $y = f(x)$와 선분 OA로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1,

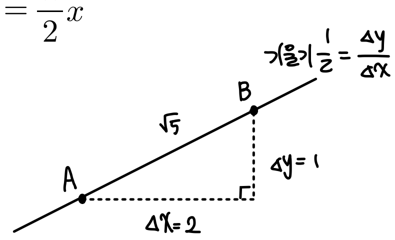
곡선 $y = f(x)$와 선분 AB로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2라 하자.

$\overline{\text{AB}} = \sqrt{5}$이고 $\underline{S_1 = S_2}$일 때, $f(1)$의 값은? [4점]

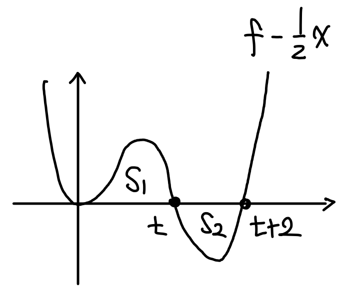
정적분=0

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$





$f(x) - \frac{1}{2}x = x^2(x-t)(x-t-2)$



$S_1 = S_2 \Rightarrow \int_0^{t+2} x^2(x-t)(x-t-2)\,dt = 0$

$\Rightarrow \frac{(t+2)^5}{5} - \frac{(2t+2)(t+2)^4}{4} + \frac{t(t+2)^4}{3}$

$= (t+2)^4 \cdot \left(\frac{t-3}{30}\right) = 0. \quad \therefore t = 3.$

$f(1) = \frac{17}{2}.$

$2^{a+3}+b$ 와 $2^{-a+5}+3b$ 의 대소를 모르겠다

⇒ 케이스 분류

13. 두 상수 a, $b\,(b>0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

지수로그함수 그래프 그릴땐 점근선 체크!

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+3}+b & (x \le a) \\ 2^{-x+5}+3b & (x>a) \end{cases}$$

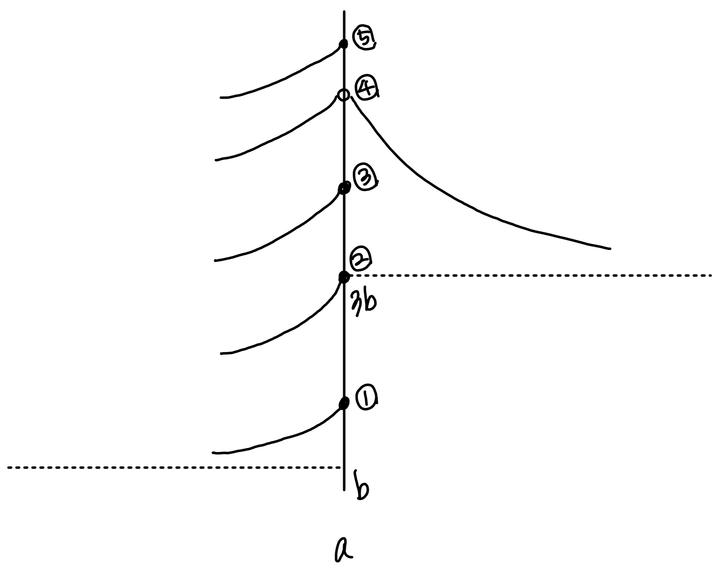
↝ 점근선 $y=b$

↝ 점근선 $y=3b$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 $4b+8$일 때, $a+b$의 값은? (단, $k>b$) [4점]

> $b<t<k$인 모든 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$의 교점의 개수는 1이다.

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



①, ③, ④, ⑤ 의 경우, k 최댓값은 $3b$.

∴ ② 가 올바른 케이스.

$2^{a+3}+b=b$

$2^{-a+5}+3b=4b+8$

) 연립, $a=1$, $b=8$.

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t)=f(t)-f'(t)$

> $|f(k)|+|g(k)|=0$을 만족시키는 실수 k의 개수는 2이다.

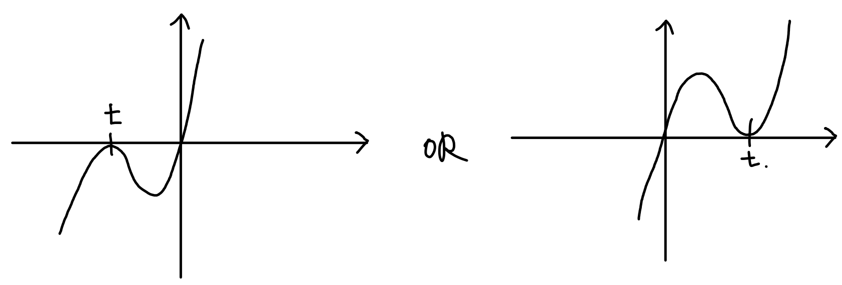
⇒ $f(k)=g(k)=0$.

⇒ 꺾인점과 $f'(k)=0$

$4f(1)+2g(1)=-1$일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

$=6f(1)-2f'(1)$

① 46 ② 49 ③ 52 ④ 55 ⑤ 58



$f(x)=x\cdot(x-t)^2$

$f'(x)=(x-t)\cdot(3x-t)$

$6f(1)-2f'(1)=6(1-t)^2-2(1-t)(3-t)=-1.$

⇒ ∴ $t=\frac{1}{2}$.

∴ $f(4)=4\cdot\left(4-\frac{1}{2}\right)^2=49.$

(k는 자연수)

$a_n = 3k$ 일 때 $a_{n+1} = k$

$a_n = 3k-1$ 일 때 $a_{n+1} = 3k^2-2k+2$

$a_n = 3k-2$ 일 때 $a_{n+1} = 3k^2-4k+3$

⇒ ∴ 수열 $\{a_n\}$의 모든 항은 자연수

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\underbrace{a_{n+1}}_{\text{항상 자연수}} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{3} & (a_n\text{이 3의 배수인 경우}) \\ \dfrac{{a_n}^2+5}{3} & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4 + a_5 = 5$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

① a_4가 3의 배수 : $a_4 + \frac{a_4}{3} = 5$, $a_4 = \frac{15}{4}$ (x)

② a_4가 3의 배수 x : $a_4 + \frac{{a_4}^2+5}{3} = 5$, $a_4 = 2$ or $\cancel{-5}$

$a_4 = 2$
- $a_3 = 6$
  - $a_2 = 18$
    - $a_1 = 54$
    - $a_1 = 7$
  - $a_2 = \sqrt{13}$ (x)
- $a_3 = 1$
  - $a_2 = 3$
    - $a_1 = 9$
    - $a_1 = 2$
  - $a_2 = \sqrt{-2}$ (x)

단답형

16. 방정식

$$\log_2 \underbrace{(x-3)}_{>0} = 1 - \log_2 \underbrace{(x-4)}_{>0}$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점] 5.

$(x-3)(x-4) = 2$

17. 함수 $f(x) = (x-1)(x^3+x^2+5)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점] 7

$f'(1) = (1^3 + 1^2 + 5) = 7.$

18. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$3x^2+\cdots$

$$\int_0^x f(t)dt = 2x^3 + \int_0^{-x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점] 16.

$$\int_0^x f - \int_0^{-x} f = \int_{-x}^{x} f(t)\,dt = 2x^3$$

미분) $f(x)+f(-x) = 6x^2 \Rightarrow f(x)$의 상수항 0.

$\therefore f(x) = 3x^2 + ax$, $f(1)=5$, $a=2$

$\therefore f(2) = 16$.

19. 집합 $U=\{x \mid -5 \le x \le 5,\ x$는 정수$\}$의 공집합이 아닌 부분집합 X에 대하여 두 집합 A, B를

$=a$

$A=\{a \mid a$는 x의 실수인 네제곱근, $x \in X\}$,

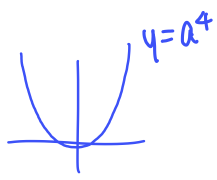
$B=\{b \mid b$는 x의 실수인 세제곱근, $x \in X\}$

$=b$

라 하자. $n(A)=9$, $n(B)=7$이 되도록 하는 집합 X의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오. [3점] 11

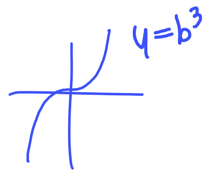
양수 4개와 0. X 원소개수 7개.

$a^4 = x$



$\rightsquigarrow$ $x>0$: 2개, $x=0$: 1개, $x<0$: 0개

$b^3 = x$



$\rightsquigarrow$ 무조건 1개

$\therefore X = \{5, 4, 3, 2, 0, -1, -2\}$ 일 때 최대.

$\therefore \underline{11}$

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x) = \left(-\frac{1}{2}x+3\right)g(x) - x^3 + 2x^2$$

$\rightsquigarrow$ $x=2$, $2f(2) = 2g(2)$

을 만족시킨다. 상수 $k\,(k \ne 0)$에 대하여

차수결정용

$g(1)=0$

$$\lim_{x\to 2}\frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)} \times \lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)} = k$$

일 때, k의 값을 구하시오. [4점] 25

$f(x)$	1차	2차	3차	$\cdots$
$g(x)$	2차	4차	6차	$\cdots$
	o	×	×	$\cdots$

$\therefore f(x) = ax+b$ 이면, $g(x) = -2x^2 - (2a+8)x$

$g(1)=0$, $f(2)=g(2) \Rightarrow a=-5$, $b=6$.

$$k = \lim_{x\to 2}\frac{-2(x-1)(x-2)}{(2x-3)(x-2)} \times \lim_{x\to\infty}\frac{(-5x)^2}{-2x^2} = 25.$$

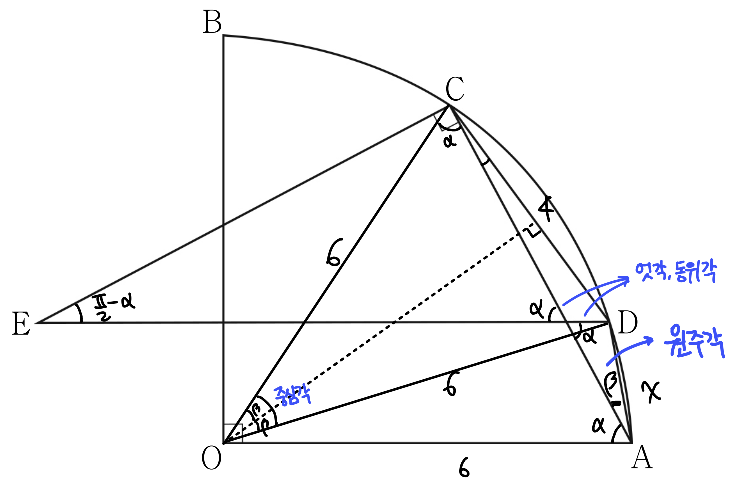
<원의 등장>
① 중심과 연결
② 원주각

수학 영역

< $g(x)h(x)$의 연속 >
연속×연속 = 연속
연속×불연속 → (연속)=0 이여야 연속
불연속×불연속 → 좌극한=함숫값=우극한 확인

21. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 점 C를 $\overline{AC}=4\sqrt{2}$가 되도록 잡는다. 호 AC 위의 한 점 D에 대하여 점 D를 지나고 선분 OA에 "평행"한 직선과 점 C를 지나고 선분 AC에 수직인 직선이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 CED의 외접원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$일 때, $\overline{AD}=p+q\sqrt{7}$을 만족시키는 두 유리수 p, q에 대하여 $9\times|p\times q|$의 값을 구하시오. (단, 점 D는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.) [4점]

→ 엇각, 동위각



$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\left(\frac{\frac{1}{2}\overline{AC}}{\overline{OA}}\right)$

$\overline{CD} = 2\cdot3\sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = 4.$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$ $\left(\frac{\frac{1}{2}\overline{CD}}{\overline{OD}}\right)$

$\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{x^2+32-16}{2\cdot4\sqrt{2}\cdot x} \rightsquigarrow x = \frac{16}{3}-\frac{4}{3}\sqrt{7}$

22. 최고차항의 계수가 4이고 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$와 두 함수 $g(x)$,

$$h(x)=\begin{cases}4x+2 & (x<a) \\ -2x-3 & (x\geq a)\end{cases}$$

$=0 \rightsquigarrow x=-\frac{1}{2}$
$=0 \rightsquigarrow x=-\frac{3}{2}$

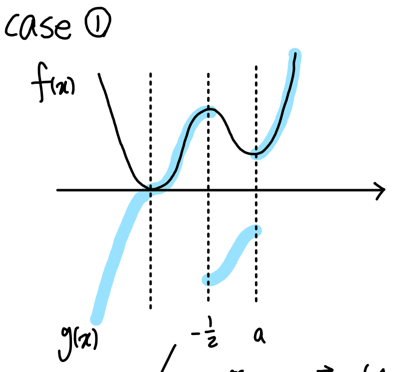
가 있다. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $$|g(x)|=f(x),\ \lim_{t\to0+}\frac{g(x+t)-g(x)}{t}=|f'(x)|$$
> "≥ 0"
> 이다. $g'(x+) = |f'(x)| \geq 0.$
>
> (나) 함수 $g(x)h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$g(0)=\frac{40}{3}$일 때, $g(1)\times h(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

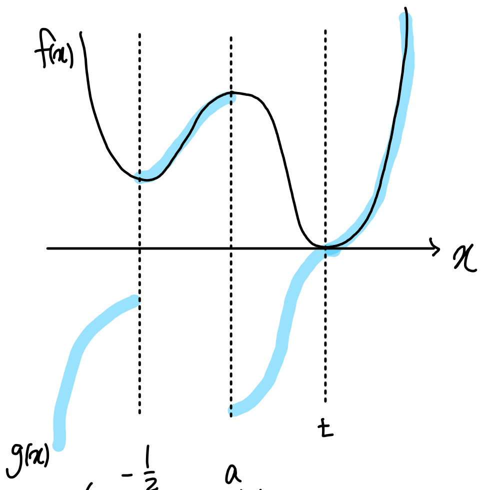
114

case ①



$-\frac{1}{2}$ or a / a, $-\frac{3}{2}$ → $(4a+2) = -(-2a-3) \rightsquigarrow a=\frac{1}{2}$
⇓
$g(0)<0$ (x)

case ②



$f'(x) = 16\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-t)$
↓
$f(x) = 4x^4-\frac{16}{3}tx^3-2x^2+4tx+\frac{40}{3}$

$f(t)=0 \rightarrow t=2$

$\therefore \underbrace{g(1)}_{-f(1)}\times\underbrace{h(3)}_{-9} = 114$

$-\frac{1}{2}$ OR a, a "$=\frac{1}{2}$" $-\frac{3}{2}$ → $(4a+2) = -(-2a-3) \rightsquigarrow a=\frac{1}{2}$
⇓
$g(0)>0$ (o)

※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{3},\quad \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=4\times\mathrm{P}(A\cap B)$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? [2점]

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

$\frac{2}{3} = 4㉮ - ㉮ = 3㉮$

24. 다항식 $(ax^2+1)^6$의 전개식에서 x^4의 계수가 30일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

${}_6C_2 \cdot a^2 x^4 = 15a^2x^4 = 30x^4$.

25. $4 \le x \le y \le z \le w \le 12$를 만족시키는 짝수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는? [3점]

① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

$2 \le X \le Y \le Z \le W \le 6$

$\therefore {}_5H_4 = {}_8C_4 = 70$

26. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to Y$의 개수는? [3점]

(가) $f(1) + f(2) = 4$ (1, 3), (2, 2), (3, 1)
(나) 1은 함수 f의 치역의 원소이다.

① 145 ② 150 ③ 155 ④ 160 ⑤ 165

① (1,3), (3,1) 인 경우 : ${}_2C_1 \times 4^3 = 128$

② (2,2) 인 경우 : $1 \times \{4^3 - 3^3\} = 37$

27. 다음 조건을 만족시키는 10 이하의 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

> (가) $a \times b \times c \times d = 108$ $= 2^2 \times 3^3$ → 1, 2, 3, 4, 6, 9 중 하나.
> (나) a, b, c, d 중 서로 같은 수가 있다.

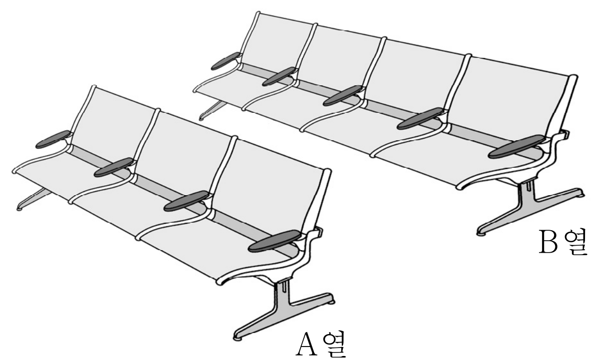
① 32　② 36　③ 40　④ 44　⑤ 48

(나) . $(2, 2, 3, 3^2) \rightarrow 4 \times 3 = 12$
· $(3, 3, 2, 6) \rightarrow 4 \times 3 = 12$
· $(3, 3, 3, 4) \rightarrow {}_4C_1 = 4$
· $(1, 3, 6, 6) \rightarrow 4 \times 3 = 12$

40가지.

28. 그림과 같이 A열에 3개, B열에 4개로 구성된 총 7개의 좌석이 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명 모두가 이 7개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉을 때, 다음 조건을 만족시키도록 앉을 확률은? (단, 한 좌석에는 한 명의 학생만 앉는다.) [4점]

> (가) A열의 좌석에는 서로 다른 두 학년의 학생들이 앉되, 같은 학년의 학생끼리는 이웃하여 앉는다.
> (나) B열의 좌석에는 같은 학년의 학생끼리 이웃하지 않도록 앉는다.



① $\frac{2}{15}$　② $\frac{16}{105}$　③ $\frac{6}{35}$　④ $\frac{4}{21}$　⑤ $\frac{22}{105}$

전체 : $7!$

해당 :
A열 1, 2학년 : ${}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times 2! \times$ B열 조건 불만족.
A열 3학년 1명 : ${}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times 2! \times {}_2C_1 \times 2! \times 2! = 192$
3학년 2명 : ${}_3C_2 \times {}_4C_1 \times 2! \times 2! \times {}_3C_1 \times 2! \times 2! = 576$

$\therefore \frac{192+576}{7!} = \frac{16}{105}$

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수를 구하시오. [4점] 75

(가) $\overbrace{a+b}^{\text{짝}}+\overbrace{c+d+e}^{\text{홀}}=11$
(나) $a+b$는 짝수이다.
(다) a, b, c, d, e 중에서 짝수의 개수는 2 이상이다.

$a+b$ → 짝+짝 ① $c+d+e$ → 홀+홀+홀 ③
홀+홀 ② 홀+짝+짝 ④

①+③ : $(2A+2)+(2B+2)+(2C+1)+(2D+1)+(2E+1)=11$
$\Rightarrow {}_5H_2 = 15.$

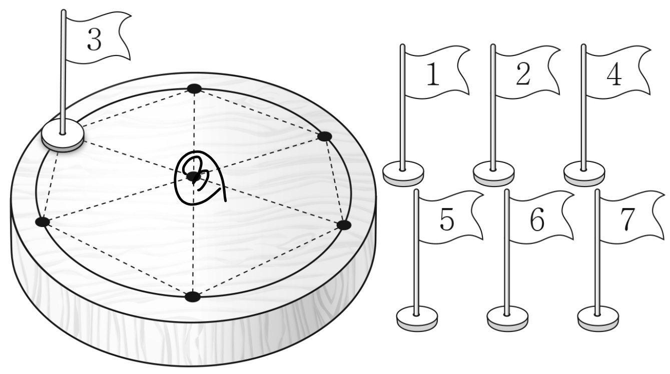
①+④ : ${}_3C_1 \times \{(2A+2)+(2B+2)+(2C+1)+(2D+2)+(2E+2)=11\}$
$= {}_3C_1 \times {}_5H_1 = 15.$

②+④ : ${}_3C_1 \times \{(2A+1)+(2B+1)+(2C+1)+(2D+2)+(2E+2)=11\}$
$= {}_3C_1 \times {}_5H_2 = 45.$

∴ 75

30. 그림과 같이 원판에 반지름의 길이가 1인 원이 그려져 있고, 원의 둘레를 6등분하는 6개의 점과 원의 중심이 표시되어 있다. 이 7개의 점에 1부터 7까지의 숫자가 하나씩 적힌 깃발 7개를 각각 한 개씩 놓으려고 할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점] 40.

깃발이 놓여 있는 7개의 점 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 한 변의 길이가 1인 정삼각형일 때,
세 꼭짓점에 놓여 있는 깃발에 적힌 세 수의 합은 12 이하이다.



가운데가 7일 때 : 없음.
6 〃 〃
5 〃 〃
4 〃 〃
3 〃 〃
2일 때 : $1 \times 2 \times 2 = 4.$
1일 때 : $1 \times {}_3C_2 \times 2! \times 3! = 36.$

⇒ 40가지.

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

5지선다형

23. 함수 $f(x)=\sin 2x$에 대하여 $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은? [2점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$f'=2\cos 2x$

$f''=-4\sin 2x$

$\therefore -4.$

24. 첫째항이 1이고 공차가 $d\,(d>0)$인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{a_n}-\frac{n+1}{a_{n+1}}\right)=\frac{2}{3}$일 때, d의 값은? [3점]

$a_n=dn+1-d$

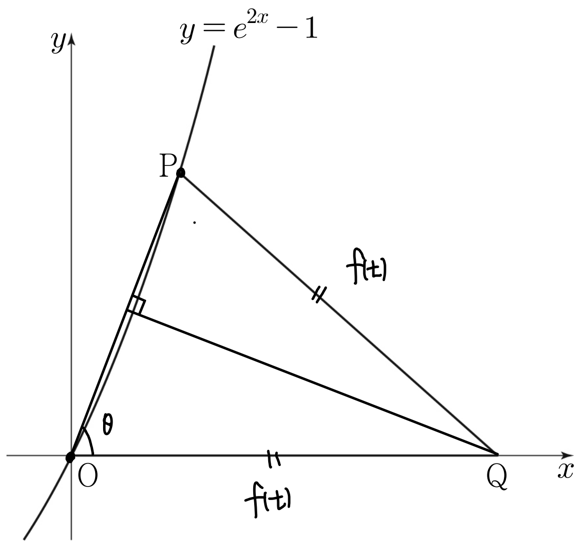
$a_{n+1}=dn+1$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{1}{a_1}-\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{dn+1}=1-\frac{1}{d}=\frac{2}{3}.$ $\therefore d=3.$

25. 곡선 $y=e^{2x}-1$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ e^{2t}-1)(t>0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{OQ}}$를 만족시키는 x축 위의 점 Q의 x좌표를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 0+}\frac{f(t)}{t}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3



$\tan\theta = \frac{e^{2t}-1}{t}$

$\frac{1}{2}\overline{OP} = f(t)\cdot\cos\theta$

$\therefore f(t) = \frac{t^2+(e^{2t}-1)^2}{2t}$

$\therefore \frac{f(t)}{t} = \frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$

26. 열린구간 $(0,\ \infty)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{n+1}+\left(\frac{4}{x}\right)^{n}}{x^{n}+\left(\frac{4}{x}\right)^{n+1}}$$

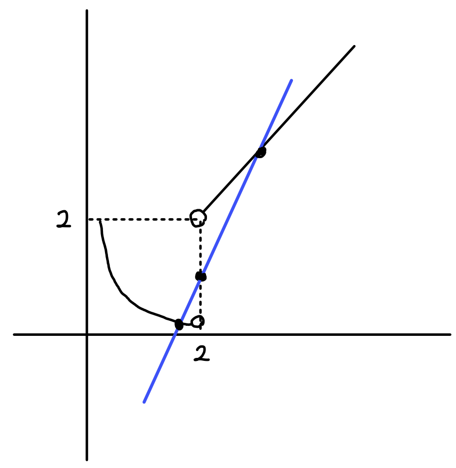
이 있다. $x>0$일 때, 방정식 $f(x)=2x-3$의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{41}{7}$ ② $\frac{43}{7}$ ③ $\frac{45}{7}$ ④ $\frac{47}{7}$ ⑤ 7

$x>\frac{4}{x}$: $f=x$

$x<\frac{4}{x}$: $f=\frac{x}{4}$

$x=\frac{4}{x}$: $f=1$



27. 함수 $f(x)=x^3+x+1$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=g(t)+t,\quad y=g(t)-t$$

에서 $t=3$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $-\dfrac{1}{5}$ ② $-\dfrac{3}{10}$ ③ $-\dfrac{2}{5}$ ④ $-\dfrac{1}{2}$ ⑤ $-\dfrac{3}{5}$

$f(1)=3,\ g(3)=1$

$f'(g(x))\cdot g'(x)=1 \longrightarrow g'(3)=\dfrac{1}{4}$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{g'(t)-1}{g'(t)+1}=\frac{-3}{5}$$

28. 두 상수 $a\,(a>0)$, b에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를

$$f(x)=a\sin x-\cos x,\quad g(x)=e^{2x-b}-1$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\tan b$의 값은? [4점]

> (가) $f(k)=g(k)=0$을 만족시키는 실수 k가 열린구간 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$에 존재한다.
>
> (나) 열린구간 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$에서 방정식 $\{f(x)g(x)\}'=2f(x)$의 모든 해의 합은 $\dfrac{\pi}{4}$이다.

$f'g+fg'$

① $\dfrac{5}{2}$ ② 3 ③ $\dfrac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\dfrac{9}{2}$

$a\sin k=\cos k$, $\therefore \tan k=\dfrac{1}{a}$, $e^{2k-b}-1=0$. $\therefore b=2k$

$$\underbrace{\left(e^{2x-b}-1\right)}_{x=k}\cdot\underbrace{\left((2a+1)\sin x+(a-2)\cos x\right)}_{=0\ \rightsquigarrow\ \frac{\pi}{4}-k}=0.$$

$$\therefore \tan\left(\frac{\pi}{4}-k\right)=\frac{2-a}{2a+1}=\frac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}$$

$\Rightarrow 3a^2-2a-3=0.$

$$\tan 2b=\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{a}}{1-\frac{1}{a^2}}=\frac{2a}{a^2-1}=\frac{3(a^2-1)}{a^2-1}=3$$

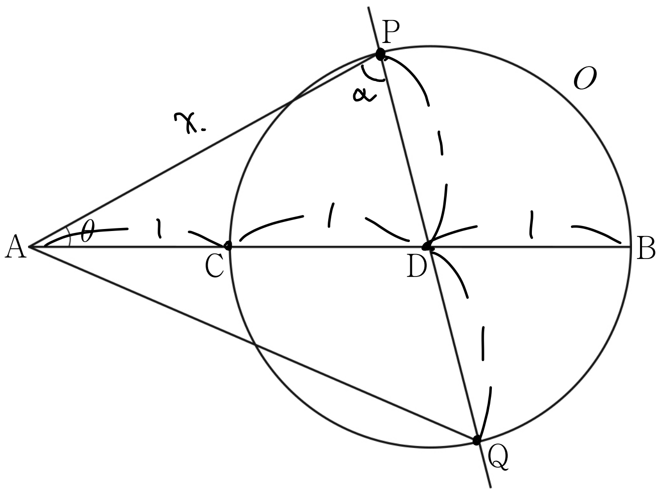
단답형

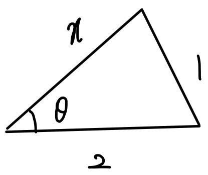
29. 그림과 같이 길이가 3인 선분 AB를 삼등분하는 점 중 A와 가까운 점을 C, B와 가까운 점을 D라 하고, 선분 BC를 지름으로 하는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P를 $\angle \mathrm{BAP} = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$가 되도록 잡고, 두 점 P, D를 지나는 직선이 원 O와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 AQ의 길이를 $f(\theta)$라 할 때, $\cos\theta_0 = \frac{7}{8}$인 θ_0에 대하여 $f'(\theta_0) = k$이다.

$\sin\theta_0 = \frac{\sqrt{15}}{8}$

k^2의 값을 구하시오. (단, $\angle \mathrm{APD} < \frac{\pi}{2}$이고 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{6}$이다.) [4점]

40





$1 = 4 + x^2 - 4x\cos\theta$

$x = 2\cos\theta + \sqrt{4\cos^2\theta - 3}$

$\to dx = \left(-2\sin\theta + \frac{-8\sin\theta\cos\theta}{2\sqrt{4\cos^2\theta-3}}\right) d\theta$

$\cos\alpha = \frac{x^2-3}{2x}$

$\therefore f(\theta) = \sqrt{4 + x^2 - 2(x^2-3)} = \sqrt{-x^2+10}$

$f'(\theta)\,d\theta = \frac{-x}{\sqrt{-x^2+10}}\,dx$

$\therefore f'(\theta_0) = \frac{-2}{\sqrt{-4+10}} \times -2\sqrt{15} = 2\sqrt{10} = k.$

$\therefore k^2 = 40.$

30. 수열 $\{a_n\}$은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\dfrac{5}{a_n} & (|a_n| \geq \alpha) \end{cases} \quad (\alpha\text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 p가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$
>
> (나) $\sum_{n=1}^{m} \frac{a_n}{b_n}$의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m은 p이고,
> $\sum_{n=1}^{p} b_n = 51$, $\sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \frac{1}{64}$이다. $\sum_{n=1}^{p} a_n = \frac{255}{64}$

$32 \times (a_3 + p)$의 값을 구하시오. [4점] 138

$\frac{a_n}{b_n} = -\frac{a_1^2}{5},\ -\frac{a_2^2}{5} \cdots \quad 1, 1, 1 \cdots$

$\therefore |a_p| \geq \alpha,\ |a_{p+1}| < \alpha$

$\therefore \frac{a_1}{1-r} = 4,\quad \frac{a_1\{1-r^p\}}{1-r} = \frac{255}{64},\quad \frac{-\frac{5}{a_1}\cdot\left\{1-\left(\frac{1}{r}\right)^p\right\}}{1-\frac{1}{r}} = 51$

$1 - r^p = \frac{255}{256}$

$r^p = \frac{1}{256}$

$r = -\frac{1}{4}$

$p = 4$

$a_1 = 5$

$\therefore 32 \times \left(5 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + 4\right) = 138$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.