2025학년도 대학수학능력시험 대비

제 2 교시 랑데뷰 DailyTest (1)

랑데뷰 컨텐츠가 필요한 선생님

① 재종반 또는 단과학원에서 수능 수학 강의하시는 선생님
② 중상위권 이상의 고3 학생 위주의 수업을 하시는 선생님
③ 수시를 챙겨야 하는 고3 학생들에게 수☆☆강 변형 문제와 3, 5월 교육청 및 6월 평가원 모고 변형 문제를 내신 대비 자료로 활용하실 선생님
④ 자체 모의고사를 제작하여 모의고사를 치르는 선생님

랑데뷰 컨텐츠는 양질의 자작 문항의 **한글 파일**을 제공합니다.
출판을 제외하고 개인 교재 탑재등 자유로이 사용 가능합니다.

랑데뷰 컨텐츠 자료 소개 및 문의 → 풀이지 참고

[랑데뷰 DailyTest]는 제가 근무하는 학원의 한 반 학생들을 위해 제작한 [난이도 중]인 개인 자료입니다. 랑데뷰 컨텐츠 홍보차 공개합니다. 랑데뷰 컨텐츠와 단 한문제도 겹치지 않습니다.

랑데뷰수학 시리즈 네이버 카페에서 20회 공개할 예정입니다.
네이버 카페 주소 : https://cafe.naver.com/Rmath

[랑데뷰 데테]는 8번, 19번, 27번급의 [3점] 문항과 12번, 13번, 20번, 28번, 29번급의 [4점] 문항으로 구성된 수학 일일학습지이다.
수1/수2/미적분/확통 → 각2문제씩 [기하 미안]

[제작자 : 황보백T]
[for 송원 M25반]

수학Ⅰ

1. 함수

$$f(x)=\sin^2\left(x-\frac{5}{6}\pi\right)+a\cos\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)$$

의 최댓값이 4일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 9의 네제곱근 중 양수인 것을 a라 하고, $-\frac{1}{9}$의 세제곱근 중 실수인 것을 b라 하자. 1000보다 작은 자연수를 원소로 갖는 집합 A에 대하여 $(3\times a\times b)^n\in A$를 만족시키는 n의 값을 구하시오. [4점]

수학II

3. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & (|x|\le 1) \\ -x^2+1 & (|x|>1) \end{cases},\ g(x)=x^3-6x^2+8x$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [3점]

① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -|x+1|+a & (x<0) \\ x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+a-1 & (x\ge 0) \end{cases}$$

의 모든 극값의 합이 0일 때, 상수 a의 값은? [4점]

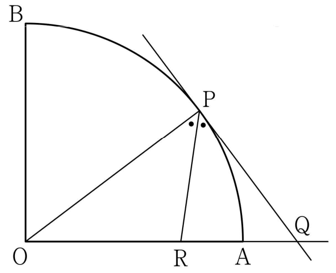
① $-\frac{3}{16}$ ② $-\frac{3}{8}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -3

미적분

5. $x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=-\dfrac{\cos(\ln x)}{x}$가 $x=e^{\alpha\pi}$에서 극값을 가질 때, $\displaystyle\int_{e^{\alpha\pi}}^{e^{\pi}} f(x)\,dx$의 값은? (단, $0<\alpha<1$) [3점]

① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

6. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\dfrac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서의 접선이 직선 OA와 만나는 점을 Q, $\angle$OPQ의 이등분선이 선분 OA와 만나는 점을 R라 하자. 선분 OR의 길이의 최솟값은? (단, $0<\angle\mathrm{POA}<\dfrac{\pi}{2}$) [4점]



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

황보백T 현강용

확률과통계

7. 두 집합

$$A=\{k \mid |k| \le 2,\ k\text{는 정수}\},\ B=\{ki \mid k \in A\}$$

에 대하여 집합 $A \cup B$의 원소 중에서 임의로 선택한 서로 다른 세 원소의 곱이 실수일 확률은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

8. 주머니에 숫자 0이 적힌 공 4개와 숫자 1이 적힌 공 6개가 들어 있다. 이 주머니에서 공을 하나씩 순서대로 10개의 공을 모두 꺼낼 때, 서로 다른 숫자가 연속해서 나오는 경우가 4번인 경우의 수를 구하시오. [4점]

2024년 제작 랑데뷰 컨텐츠 종류

① 3, 5, 7, 10월 교육청 모의고사
 ➪ 싱크로율99% (46문항 전체 제작)
② 6, 9월 평가원 모의 평가
 ➪ 싱크로율99% (46문항 전체 제작)
③ 2025학년도 수☆☆강
 ➪ 수I, 수II, 미적분 lev2&Lev3 전문항 변형
④ 2025학년도 수☆☆성
 ➪ 수I, 수II, 미적분 주요문항 변형

랑데뷰 현강 자료 소개 [샘플 R-20 제0회 참고]
R-20 (공통15+선택5 : 합계 20문항 모의고사)
➪ 공통 : 3점 7문항 + 4점 8문항
➪ 확률과통계 : 3점 3문항 + 4점 2문항
➪ 미적분 : 3점 3문항 + 4점 2문항
➪ 기하 : 3점 3문항 + 4점 2문항

⑤ 3월~7월 매월 [R-20 3회분 & R-30 1회분] (총 20회 (15회+5회) 공

⑥ 9월~10월 매주 Final-R-30 (4점 전문항 신규 총 8회)

⑦ 3월~7월 매주 매월 [R+20 3회분 & R+30 1회분]
⑧ 9월~10월 매주 Final+R+30 (4점 전문항 신규 총 8회)

R-시리즈 : 대중적
R+시리즈 : 지역 한정

모든 파일 한글 제공이며 출판을 제외하고 자유로이 사용가능합니다.

문의 카톡 → hbb100

[빠른답]

1	④	2	6	3	④	4	②
5	①	6	②	7	⑤	8	45

[풀이]

1) 정답 ④

$\sin\left(x-\frac{5}{6}\pi\right)=\sin\left(2\pi+x-\frac{5}{6}\pi\right)=\sin\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)$

이므로

$f(x)=\sin^2\left(x-\frac{5}{6}\pi\right)+a\cos\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)$

$=\sin^2\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)+a\cos\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)$

$=1-\cos^2\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)+a\cos\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)$

$\cos\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)=X$라 하면 $-1\le X\le 1$이고

$g(X)=-X^2+aX+1=-\left(X-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+1$

(i) $0<\frac{a}{2}\le 1$, 곧 $0<a\le 2$일 때,

함수 $g(X)$는 $X=\frac{a}{2}$일 때, 최댓값 $\frac{a^2}{4}+1$을 갖는다.

$\frac{a^2}{4}+1=4$에서 $a=2\sqrt{3}>2$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $\frac{a}{2}>1$, 곧 $a>2$일 때,

함수 $g(x)$는 $X=1$일 때 $g(1)=-1^2+a+1=a$으로 최댓값 a를 갖는다.

$\therefore\ a=4$

2) 정답 6

$a=\sqrt[4]{9}=\sqrt[4]{3^2}=3^{\frac{1}{2}}$

$b=\left(-\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}=-\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}=-\left(3^{-2}\right)^{\frac{1}{3}}=-3^{-\frac{2}{3}}$

이므로

$3\times a\times b$

$=3\times 3^{\frac{1}{2}}\times\left(-3^{-\frac{2}{3}}\right)$

$=-3^{1+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}$

$=-3^{\frac{5}{6}}$

따라서 $(3\times a\times b)^n=(-1)^n\times 3^{\frac{5n}{6}}$

이때, $(3\times a\times b)^n$이 자연수가 되려면 자연수 n은 6의 배수이어야 한다.

$n=6k$ (k는 자연수)라 하면

$(3\times a\times b)^n=(-1)^n\times 3^{\frac{5n}{6}}$
$=(-1)^{6k}\times 3^{5k}$
$=3^{5k}$
이때, $3^5=243$, $3^{10}>1000$이고 3^{5k}이 1000보다 작은 자연수이어야 하므로 자연수 k는 1뿐이다.
따라서 $n=6$이다.

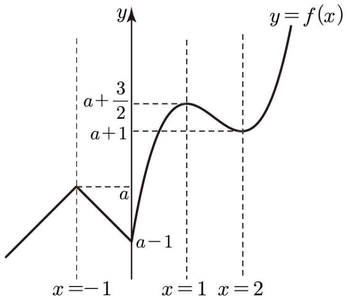
3) 정답 ④
$f(x)$는 $x\neq -1$인 모든 실수 x에서 연속이고 함수 $g(x-a)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
곧, 함수 $f(x)g(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이려면
$\lim\limits_{x\to -1} f(x)g(x-a)=f(-1)g(-1-a)$가 성립해야 한다.
$\lim\limits_{x\to -1-} f(x)g(x-a)=0\times g(-1-a)=0$
$\lim\limits_{x\to -1+} f(x)g(x-a)=(-2)\times g(-1-a)$
$f(-1)g(-1-a)=(-2)\times g(-1-a)$
이므로 함수 $f(x)g(x-a)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로
$-2g(-1-a)=0$, 곧 $g(-1-a)=0$이어야 한다.
$g(x)=x^3-6x^2+8x=x(x-2)(x-4)$이므로
$g(-1-a)=(-1-a)(-3-a)(-5-a)=0$에서
$a=-1$ 또는 $a=-3$ 또는 $a=-5$
따라서 구하는 모든 실수 a의 값의 합은
$-1+(-3)+(-5)=-9$

[다른 풀이]-불방도 [랑데뷰 TacTic 참고]

<table>
<tr><td></td><td>불연속</td><td>방정식</td><td>도우미</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$f(x)$</td><td rowspan="2">$x=-1$</td><td rowspan="2">$f(x)g(x-a)$에
$x=-1$을 대입
$\rightarrow$
$g(-1-a)=0$</td><td>$x<-1$일 때,
없음</td></tr>
<tr><td>$x>-1$일 때,
$-1-a=0$에서
$a=-1$
$-1-a=2$에서
$a=-3$
$-1-a=4$에서
$a=-5$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$g(x-a)$</td><td rowspan="2">X</td><td rowspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td><td>X</td><td></td><td>$a=-1$, $a=-3$,
$a=-5$</td></tr>
</table>

4) 정답 ②
[그림 : 이정배T]
$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0-}(-|x+1|+a)=a-1$
$\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+}\left(x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+a-1\right)=a-1$
$f(0)=a-1$
이므로 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

$g(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+a-1$라 하자.
$g'(x)=3x^2-9x^2+6=3(x-1)(x-2)$
$g(x)$는 $x=1$에서 극대이고 $x=2$에서 극소이다.
$g(1)=\frac{3}{2}+a$, $g(2)=a+1$
함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같고
$x=-1$에서 극댓값 a, $x=0$에서 극솟값 $a-1$,
$x=1$에서 극댓값 $a+\frac{3}{2}$, $x=2$에서 극솟값 $a+1$를 갖는다.

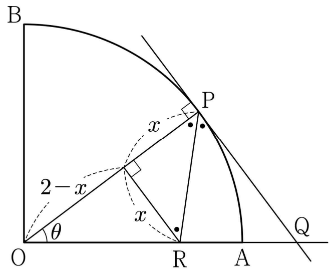


이때 모든 극값의 합이 0이므로
$a+(a-1)+\left(a+\frac{3}{2}\right)+(a+1)=0$
$4a+\frac{3}{2}=0$
$\therefore\ a=-\frac{3}{8}$

5) 정답 ①
$f'(x)=-\dfrac{-\frac{\sin(\ln x)}{x}\times x-\cos(\ln x)}{x^2}$
$=\dfrac{\sin(\ln x)+\cos(\ln x)}{x^2}$
$f'(x)=0$에서 $\sin(\ln x)+\cos(\ln x)=0$
즉, $\tan(\ln x)=-1$
$x=e^{\alpha\pi}$일 때 극값을 가지므로
$\tan(\ln e^{\alpha\pi})=\tan(\alpha\pi)=-1$
$0<\alpha<1$이므로 $\alpha=\frac{3}{4}$
또한, $e^{\frac{3\pi}{4}}<x<e^{\pi}$에서 $\cos(\ln x)<0$이므로 $f(x)>0$이다.
따라서 $\ln x=t$라 하면 $\frac{dt}{dx}=\frac{1}{x}$
그러므로
$\int_{e^{\alpha\pi}}^{e^{\pi}} f(x)\,dx=\int_{e^{\frac{3\pi}{4}}}^{e^{\pi}}-\frac{\cos(\ln x)}{x}\,dx=-\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi}\cos t\,dt$
$=-\Big[\sin t\Big]_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

6) 정답 ②
[그림 : 서태욱T]

$\angle POA=\theta$라 하자.



선분 PQ는 점 P에서의 접선의 일부이므로

$\angle OPQ=\frac{\pi}{2}$, $\angle OPR=\frac{\pi}{4}$

점 R에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle OPR=\frac{\pi}{4}$이므로 $\overline{PH}=\overline{RH}$

또한, $\overline{PH}=\overline{RH}=x$라 하면 $\sin\theta=\frac{\overline{RH}}{\overline{OR}}$이므로

$\overline{OR}=\frac{x}{\sin\theta}$

삼각형 OQP와 삼각형 ORH가 서로 닮음이므로

$\overline{PQ}:\overline{HR}=\overline{OP}:\overline{OH}$

$2\tan\theta:x=2:(2-x)$

$x=\frac{2\tan\theta}{1+\tan\theta}$

따라서 선분 OR의 길이를 $f(\theta)$라 하면

$f(\theta)=\overline{OR}=\frac{2\tan\theta}{(1+\tan\theta)\sin\theta}$

$=\frac{2}{(1+\tan\theta)\cos\theta}=\frac{2}{\cos\theta+\sin\theta}$

$f'(\theta)=\frac{-2(-\sin\theta+\cos\theta)}{(\cos\theta+\sin\theta)^2}$

$f'(\theta)=0$의 실근은 $\cos\theta=\sin\theta$에서 $\theta=\frac{\pi}{4}$이다.

증감표에서 $f'(\theta)$은 $\theta=\frac{\pi}{4}$의 좌우에서 $-\to+$으로 변하므로

$f(\theta)$는 $\theta=\frac{\pi}{4}$에서 극소이자 최솟값을 갖는다.

따라서 $f(\theta)\ \geq\ f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{2}$

7) 정답 ⑤

$A=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$이고,

$B=\{-2i,\ -i,\ 0,\ i,\ 2i\}$이므로

집합 $A\cup B$의 원소의 개수는 9이고, 실수의 개수는 5, 허수의 개수는 4이다.

집합 $A\cup B$의 원소 중에서 임의로 서로 다른 세 수를 선택하는 경우의 수는

${}_9C_3=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$

집합 $A\cup B$의 원소 중에서 임의로 선택한 서로 다른 세 원소의 곱이 실수가 되기 위해서는 선택된 세 원소에 0이 포함되거나 0이 아닌 실수 1개, 0이 아닌 허수 2개를 선택하거나 0이 아닌 실수 3개를 선택하면 된다.

(i) 0이 포함되는 경우

0을 제외한 8개의 원소 중에서 2개를 선택하면 되므로

${}_8C_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

(ii) 0이 아닌 실수 1개, 허수 2개를 선택하는 경우 0이 아닌 실수의 개수는 4이므로 이 중 1개를 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_1=4$이고, 허수의 개수는 4이므로 이 중 2개를 선택하는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$이다.

따라서 경우의 수는 $4\times6=24$

(iii) 0이 아닌 실수 3개를 선택하는 경우

0이 아닌 실수의 개수는 4이므로 이 중 3개를 선택하는 경우의 수는

${}_4C_3=4$

(i)~(iii)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{28+24+4}{84}=\frac{2}{3}$

8) 정답 45

(i) 숫자 10101에서 나머지 두 개의 0을 이미 배열된 숫자의 0과 이웃하도록 배열하고, 나머지 세 개의 1을 이미 배열된 숫자의 1과 이웃하도록 배열한다.

이 경우의 수는

${}_2H_2\times{}_3H_3={}_3C_2\times{}_5C_3=3\times10=30$

(ii) 숫자 01010에서 나머지 네 개의 1을 이미 배열된 숫자의 1과 이웃하도록 배열하고, 나머지 한 개의 0을 이미 배열된 0과 이웃하도록 배열한다.

이 경우의 수는

${}_2H_4\times{}_3H_1={}_5C_4\times{}_3C_1=5\times3=15$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$30+15=45$