

수열의 극한에 대한 기본 성질 (p. 5)

예제

1. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n+3}{3a_n-4} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (4a_n+2)$ 의

값은? (단, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq \frac{4}{3}$ 이다.)

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

유제

2. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = (-2)^n$ 일 때, <보기>에서 수렴하는 수열만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

㉠. $\{a_n \times a_{n+1}\}$

㉡. $\{2^{a_{2n-1}}\}$

㉢. $\left\{ \frac{a_{2n+1}}{a_{2n}} \right\}$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n-1)a_n = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \{(4n-1)(a_{2n} + a_{2n+1}) + 2a_{2n+1}\}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수열의 극한값의 계산 (p. 7)

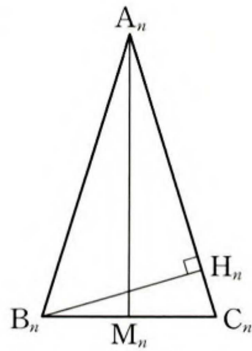
예제

4. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여

$$\overline{A_n B_n} = \overline{A_n C_n} = 4n, \quad \overline{B_n C_n} = 2\sqrt{n}$$

인 이등변삼각형 $A_n B_n C_n$ 이 있다. 선분 $B_n C_n$ 의 중점을 M_n , 점 B_n 에서 선분 $A_n C_n$ 에 내린 수선의 발을 H_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{A_n M_n} - \overline{B_n H_n}^2)$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

유제

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{9 + \frac{2}{n}} - 3 \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n - \frac{n}{2} < 2n^2 b_n < na_n + \frac{n}{2}$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 4$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

등비수열의 극한 (p. 9)

예제

7. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} + 2}{x^{2n} + 1}$ 에 대하여 $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(2)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

유제

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{-n+1} + 3^{-n-1}}{\frac{1}{2^n} + \left(\frac{1}{3}\right)^n}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{2n-1} + a^{-2n+1}}{a^{2n+1} + a^{-2n-1}} = \frac{1}{4}$ 을 만족시키는 모든 양수 a 의 값의

합은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

Level 1. 기초연습 (p. 10)

1. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n(3a_n+1)}{n^2}$ 의 값은?
 ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an+3}{4n} = 2$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an}-n) = b$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?
 ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 첫째항이 2이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n \times a_n - 1}{3 \times 2^{n+1}}$$
의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

4. 수열 $\left\{ \left(\frac{x+2}{5} \right)^{2n} \right\}$ 이 수렴하도록 하는 정수 x 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

Level 2. 기본연습 (p. 11)

1. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2n(n+1), \quad \sum_{k=1}^n a_k b_k = n^2(n+1)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

2. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여
 $5n^2 + 2n < 4na_n + b_n < 5n^2 + 4n + 1$ 이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+4)a_n}{2n^2+n} = \frac{1}{2}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^2}$ 의 값은?

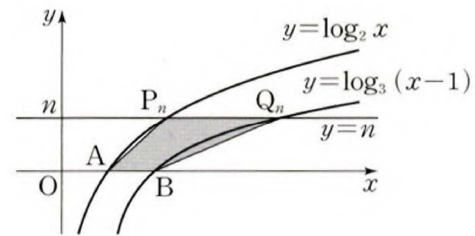
- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

3. $0 < k < 1$ 인 상수 k 와 2 이상의 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 원점 O 와 두 점 $A_n(2 - \frac{k}{n}, 0)$, $B_n(2, \frac{1}{n})$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OA_nB_n 의 외접원의 반지름의 길이를 R_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \frac{5}{4}$ 일 때, k 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{17}{24}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{19}{24}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_3(x-1)$ 과 만나는 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하고, x 축이 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_3(x-1)$ 과 만나는 점을 각각 A , B 라 하자.



사각형 P_nABQ_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{n \times P_nQ_n}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

Level 3. 실력완성 (p. 12)

1. 양수 m 에 대하여 곡선 $y = x\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 과 직선 $y = mx$ 가 만나는 점 중 원점이 아닌 점의 x 좌표가 자연수 n 일 때, 곡선 $y = x\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 과 직선 $y = mx$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+1}{S_n}$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 모든 항이 실수인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

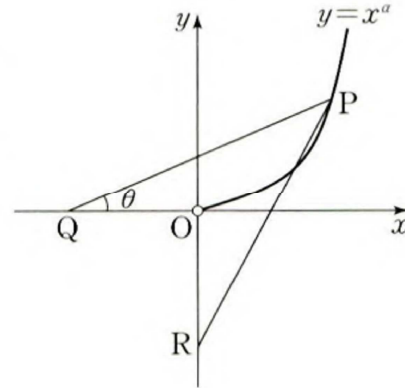
$$\left(\frac{1+i}{2}\right)^n = a_n + b_n \times i$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}^2 + b_{n+1}^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^n}{a_n^2 + b_n^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. 그림과 같이 1보다 큰 상수 α 와 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^\alpha (x > 0)$ 위의 점 $P(n, n^\alpha)$ 과 점 $R(0, (-\alpha+1)n^\alpha)$ 이 있다.



음의 실수 t 에 대하여 점 $Q(t, 0)$ 이 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 을 만족시킬 때, 직선 PQ 와 x 축이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \theta = \frac{\pi}{4}$ 일 때, 상수 α 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

급수의 합 (p. 15)

예제

1. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 $P_n(n, \sqrt{3}n)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 사이의 거리의 최댓값과 최솟값을 각각

a_n, b_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{a_n b_n}$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

유제

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n+1}{n+2} \right)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. 자연수 n 에 대하여 1부터 $(n+2)$ 까지의 자연수가 하나씩 적힌 $(n+2)$ 개의 공 중에서 서로 다른 2개를 택하는 경우의 수를

a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2a_n}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

급수와 수열의 극한 사이의 관계 (p. 17)

예제

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2) = 10$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_{n+2} - 2n)$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

유제

5. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n + \frac{3n}{n+2} \right) = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - 4) = 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 6)(b_n + 2)$ 의 값을 구하시오.

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{an^2+1}{n^2+2n} = b$ 일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

등비급수의 합 (p. 19)

예제

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 6, \sum_{n=1}^{\infty} a_n = -\frac{27}{5}$$

일 때, a_4 의 값은?

- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

유제

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_n = 4^n + c \text{ 일 때, } c + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} \text{의 값은? (단, } c \text{는 상수이다.)}$$

- ① $-\frac{5}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

9. 두 자연수 $p, q (p < q)$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 는 첫째항이 p 이고

$$\text{공비가 } \frac{1}{q} \text{인 등비수열이다. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 6 \text{일 때, } p \times q \text{의 값을}$$

구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 20)

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (3a_n - b_n) = 1$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + n^2 - 3n}{2a_n + 3n^2 - n}$ 의

값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{7^n}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{23}{12}$ ④ 2 ⑤ $\frac{25}{12}$

Level 2. 기본연습 (p. 21)

1. 세 수 $a+13$, $a+1$, $a-2$ 가 이 순서대로 공비가 r 인 등비수열을 이룰 때, $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{2n}$ 의 값은?
- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_3 = 11$, $a_6 = 17$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n + 8}$ 의 값은?
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

3. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 양수 k 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - ka_n}{a_n} = 1$ 이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 a_n + 7a_n^2}{a_n^2 + n^4} = 1$

k 의 값을 구하십시오.

4. $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n a_{n+1} a_{n+2} = \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{11}{3}$ ③ $\frac{23}{6}$ ④ 4 ⑤ $\frac{25}{6}$

Level 3. 실력완성 (p. 22~23)

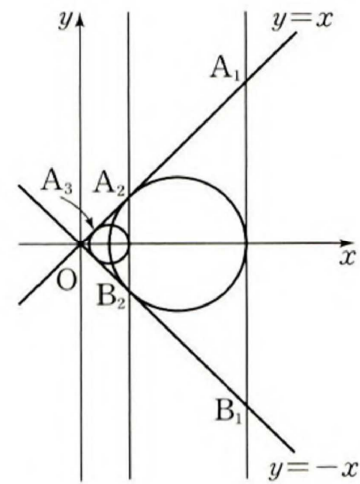
1. 자연수 k 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x-k}{5}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는

모든 정수 x 의 개수를 $f(k)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} f(k)$ 의 값은?

- ① 74 ② 78 ③ 82 ④ 86 ⑤ 90

2. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=x$ 위의 점 $A_n(x_n, x_n)$ 을 다음 규칙에 따라 정한다

점 $A_n(x_n, x_n)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 직선 $y=-x$ 와 만나는 점을 B_n 이라 할 때, 삼각형 A_nOB_n 에 내접하는 원이 직선 $y=x$ 와 만나는 점이 $A_{n+1}(x_{n+1}, x_{n+1})$ 이다.



$x_1 = 8$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $8\sqrt{2}-2$ ② $8\sqrt{2}-1$ ③ $8\sqrt{2}$
 ④ $8\sqrt{2}+1$ ⑤ $8\sqrt{2}+2$

3. 3의 배수인 자연수 p 에 대하여 첫째항이 p 이고 공비가 $\frac{3}{4}$ 인

등비수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 6이고 공비가 $\frac{2p-10}{p-2}$ 인

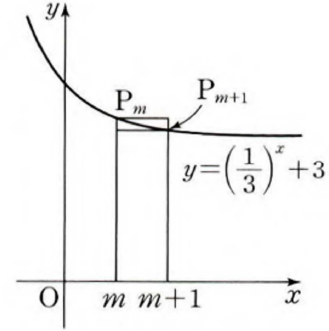
등비수열 $\{b_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - a_n) = q$ 를 만족시킨다. $p+q$ 의 값은?

(단, q 는 상수이다.)

- ① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

4. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 곡선 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$ 과

직선 $x = m$ 이 만나는 점을 P_m 이라 하자.



선분 $P_m P_{m+1}$ 을 대각선으로 하고 모든 변이 x 축 또는 y 축과 평행한 직사각형의 넓이를 S_m 이라 할 때,

부등식 $\sum_{n=1}^{\infty} S_{m+2n} > \frac{1}{1200}$ 을 만족시키는 m 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

지수함수와 로그함수의 극한 (p. 27)

예제

1. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{3x} - 1}{\log_a(1 + 4x)} = 12(\ln 3)^2$$

일 때, a 의 값을 구하시오.

유제

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x} - e^{2x} + 1}{x^2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 두 함수 $f(x) = 3^x$, $g(x) = 4^{-x}$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(1+x) + g(1-x)}{f(2+x) + g(2-x)}$$
의 값을 구하시오.

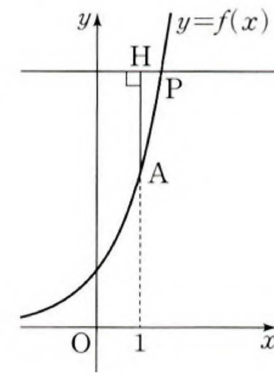
지수함수와 로그함수의 미분 (p. 29)

예제

4. 함수 $f(x) = 9^x + 30 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 에 대하여 $f'(a) = 8 \ln 3$ 을 만족시키는 상수 a 의 값은?
 ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

유제

5. 그림과 같이 함수 $f(x) = \frac{1}{2}e^{x+1}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위에 두 점 $A(1, f(1)), P(t, f(t))$ 가 있다.



점 A 에서 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\overline{AH}}{\overline{PH}}$ 의 값은? (단, $t > 1$)

- ① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{2}$ ③ e^2
 ④ $2e^2$ ⑤ $4e^2$

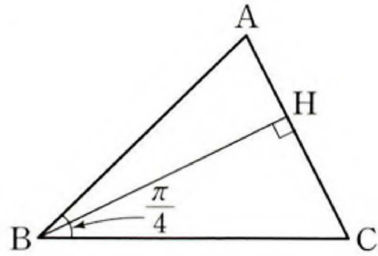
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 \ln x + 4x - 4}{x - 1}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

삼각함수의 덧셈정리 (p. 31)

예제

7. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{10}$, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ 인 예각삼각형 ABC의 꼭짓점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AH} = 1$ 일 때, 선분 CH의 길이는?

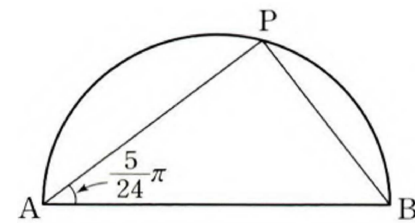
- ① $\frac{11}{8}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{13}{8}$
- ④ $\frac{7}{4}$
- ⑤ $\frac{15}{8}$

유제

8. 기울기가 $m(m > 1)$ 이고 원점을 지나는 직선을 l 이라 하고, 직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l' 이라 하자. 두 직선 l, l' 이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 가 되도록 하는 m 의 값은?

- ① 2
- ② $1 + \sqrt{2}$
- ③ $1 + \sqrt{3}$
- ④ 3
- ⑤ $1 + \sqrt{5}$

9. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle PAB = \frac{5}{24}\pi$ 인 점 P가 있다.



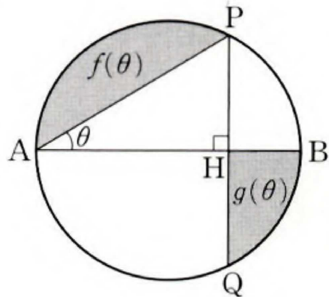
$\overline{PA}^2 \times \overline{PB}^2 = 4(2 + \sqrt{3})$ 일 때, 선분 AB의 길이는?

- ① $2\sqrt{2}$
- ② 4
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ 8
- ⑤ $8\sqrt{2}$

삼각함수의 극한 (p. 33)

예제

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위에 점 P가 있다. 점 P에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H, 점 P를 직선 AB에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하자.



$\angle PAB = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{4})$ 일 때, 선분 AP와 호 AP로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 BH, QH와 호 BQ로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{2\pi - f(\theta) - g(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 호 AP의 길이와 호 BQ의 길이는 모두 2π 보다 작다.)

유제

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 2x}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

삼각함수의 미분 (p. 35)

예제

12. $0 < k < \frac{\pi}{2}$ 인 상수 k 와 함수 $f(x) = \sin x + 3 \cos x$ 가

$$f(k) + f'\left(\frac{\pi}{2} - k\right) = \frac{8}{5}$$

을 만족시킬 때, $f(-k) + f'(-k)$ 의 값은?

- ① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{17}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$ ④ $\frac{19}{5}$ ⑤ 4

유제

13. 함수 $f(x) = x \cos x - \sin x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{2} + 3h\right) + 1}{h}$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

14. 함수 $f(x) = ax - 3 \sin x$ 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $f'(x) = 0$ 의 실근이 존재하도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

Level 1. 기초연습 (p. 36)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x^2+2x}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 함수 $f(x) = x^2(\ln x + 2)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e^2+2h) - f(e^2-3h)}{h}$ 의 값은?

- ① $30e^2$ ② $35e^2$ ③ $40e^2$ ④ $45e^2$ ⑤ $50e^2$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + a}{\sin 3x} = b$ 를 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

4. 두 함수 $f(x) = 2(x - \cos x)$, $g(x) = 2(1 - \sin x)$ 에 대하여

$$h(x) = \{f'(x)\}^2 + \{g'(x)\}^2$$

이러 할 때, 함수 $h(x)$ 의 최댓값을 구하시오.

Level 2. 기본연습 (p. 37~38)

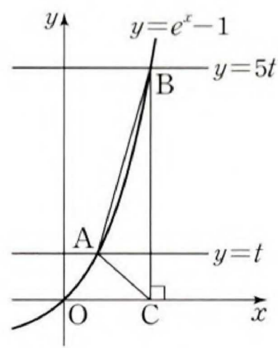
1. $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ 인 두 실수 α , β 가

$$\sin \alpha + 2 \cos \beta = \frac{9}{5}, \quad \cos \alpha + 2 \sin \beta = \frac{12}{5}$$

를 만족시킬 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

2. 그림과 같이 양수 t 에 대하여 곡선 $y = e^x - 1$ 이 두 직선 $y = t$, $y = 5t$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라 하자.



삼각형 ACB의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2}$ 의 값을 구하시오.

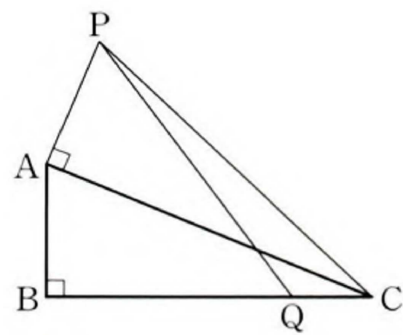
3. $0 < \alpha < \beta < \gamma < 2\pi$ 인 세 실수 α , β , γ 가

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0, \quad \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$$

을 만족시킬 때, $\tan(\beta - \alpha) + \tan(\gamma - \beta)$ 의 값은?

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ 0
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

4. 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC에서 점 A를 지나고 직선 AC에 수직인 직선 위에 $\overline{AB} = \overline{AP}$ 인 점 P를 잡는다.



선분 BC 위의 점 Q에 대하여 삼각형 PQC의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{13\sqrt{194}}{20}$ 일 때, 선분 PQ의 길이는?
 (단, 선분 PQ와 선분 AC는 한 점에서 만난다.)

- ① $\frac{23}{2}$ ② $\frac{47}{4}$ ③ 12 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{25}{2}$

5. 실수 a 와 자연수 n 이

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax - \sin ax}{x^n} = 108$$

을 만족시킬 때, $a+n$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\lim_{x \rightarrow a} \left\{ (x^2 - a^2) \tan \left(\frac{\pi}{2a} x \right) \right\} = -\frac{36}{\pi}$ 을 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{4}{x} \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - \frac{2}{x} \cos x + x \cos \frac{2}{x} \right\}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

8. 함수 $f(x) = \sin x \cos x$ 와 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $f'(x) = \frac{1}{n}$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을

$g(n)$ 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값은?

- ① 36π ② 37π ③ 38π ④ 39π ⑤ 40π

Level 3. 실력완성 (p. 39~40)

1. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = a^x + \log_b x, \quad g(x) = c^x + \log_c x$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2g(x) - 2b^{2x}}{x-1} = -\frac{1}{\ln a}$

(나) $\frac{g(1)}{f(1)} = \frac{1}{64}$

$f(2) + g\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

2. 양수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여 $(n+2)$ 개의 수

$1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, e^2$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루고, 양수 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 에 대하여 $(n+2)$ 개의 수

$1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, e^2$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

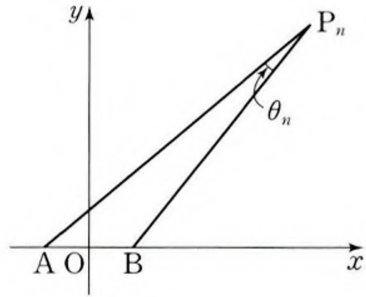
$$f(n) = 1 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + e^2,$$

$$g(n) = 1 + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n + e^2$$

이러 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(n)}{f(n)}$ 의 값은?

- ① $\frac{e^2 - 2}{1 + e^2}$ ② $\frac{e^2 - 1}{1 + e^2}$ ③ $\frac{e^2}{1 + e^2}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{e^2 + 2}{1 + e^2}$

3. 그림과 같이 좌표평면에 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 이 있다.

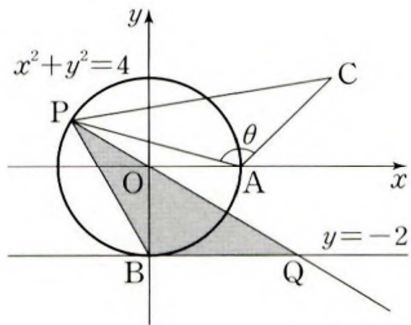


점 $P_n(2n, 5)$ 에 대하여 $\angle AP_nB = \theta_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{10} \frac{2 \tan \theta_n}{2 - 5 \tan \theta_n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{33}{7}$ ③ $\frac{100}{21}$
- ④ $\frac{101}{21}$ ⑤ $\frac{34}{7}$

4. 그림과 같이 좌표평면에서 세 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$, $C(4, 2)$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 제2사분면에 있는 점 P 에 대하여 직선 PO 와 직선 $y = -2$ 가 만나는 점을 Q 라고 하고, $\angle PAC = \theta$ 라 하자.



삼각형 PBQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} \{(3\pi - 4\theta)S(\theta)\}$ 의

값은? (단, O 는 원점이다.)

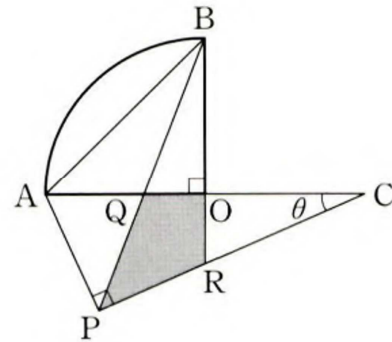
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$ 이고 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 AOB 가

있다. 선분 OA 를 $1:2$ 로 외분하는 점 C 에 대하여 $\angle CPA = \frac{\pi}{2}$,

$\angle PCA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)인 점 P 를 선분 OA 와 선분 BP 가

만나도록 정한다.



두 선분 OA , BP 가 만나는 점을 Q , 두 직선 OB , CP 가 만나는 점을 R 이라 할 때, 사각형 $OQPR$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

함수의 몫의 미분법 (p. 43)

예제

1. 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+4}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$
 ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

유제

2. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}}$ 위의 점 $(8, a)$ 에서의 접선의 기울기를 b 라

할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 5
 ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{17}{3}$

3. 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cot x + \csc x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} = -\frac{4}{3} \text{ 일 때, 상수 } a \text{ 의 값은?}$$

(단, $0 < a < \pi$)

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

합성함수의 미분법 (p. 45)

예제

4. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin x + \cos x, \quad g(x) = \ln(\tan x)$$

에 대하여 $f'(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $g'(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

유제

5. 함수 $f(x) = \sqrt{3 + \ln x}$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5e}$ ② $\frac{1}{4e}$ ③ $\frac{1}{3e}$
 ④ $\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{1}{e}$

6. 함수 $f(x) = xe^{\cos x}$ 에 대하여 $f'(\frac{\pi}{2})$ 의 값은?

- ① $2 - \pi$ ② $1 - \frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 ④ $1 + \frac{\pi}{2}$ ⑤ $2 + \pi$

매개변수로 나타낸 함수의 미분법 (p. 47)

예제

7. 매개변수 t 로 나타낸 곡선 $x = e^{at}$, $y = t^2 - 4$ 가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 P, Q라 하자. 곡선 위의 점 P에서의 접선과 곡선 위의 점 Q에서의 접선이 서로 수직일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

8. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타낸 곡선 $x = t + \frac{2}{t}$, $y = t^2 + t \ln t$ 에서

$t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

9. 매개변수 $t(0 < t < \pi)$ 로 나타낸 곡선

$$x = 3\cos t + \sin t, \quad y = 4\sin t$$

에 대하여 $t = a(0 < a < \pi)$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기가 1일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

음함수의 미분법 (p. 49)

예제

10. 곡선 $ax^2 - xy + y \ln x = 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 m 일 때, $a+m$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유제

11. 곡선 $x^5 + 2x^3y + y^2 = 4$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서의 접선의 기울기는?
- ① $-\frac{15}{4}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{13}{4}$
 ④ -3 ⑤ $-\frac{11}{4}$
12. 곡선 $x \cos y + \sin 2y - x = 4$ 위의 점 $(a, \frac{\pi}{2})$ 에서의 접선의 기울기가 m 일 때, $a+m$ 의 값은?
- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

역함수의 미분법 (p. 51)

예제

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = (x^2 + a)e^{-x}$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재할 때, $g'(f(3))$ 의 최솟값은? (단, a 는 실수이다.)

- ① $-\frac{e^3}{5}$ ② $-\frac{e^3}{4}$ ③ $-\frac{e^3}{3}$
 ④ $-\frac{e^3}{2}$ ⑤ $-e^3$

유제

14. 함수 $f(x) = \ln x - \frac{k}{x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

곡선 $y = g(x)$ 가 점 $(\frac{1}{4}, e)$ 를 지날 때, $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{g(x) - g(\frac{1}{4})}{x - \frac{1}{4}}$ 의

값은? (단, k 는 음이 아닌 상수이다.)

- ① $\frac{3}{7}e$ ② $\frac{4}{7}e$ ③ $\frac{5}{7}e$
 ④ $\frac{6}{7}e$ ⑤ e

15. 함수 $f(x) = x \tan x$ 에 대하여 $f''(\frac{\pi}{4})$ 의 값은?

- ① π ② $2 + \pi$ ③ $4 + \pi$
 ④ $2 + 2\pi$ ⑤ $4 + 2\pi$

5. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타낸 곡선

$$x = \frac{1}{4}(t+7)\ln t, \quad y = \sqrt[3]{t+7}$$

이 y 축과 만나는 점에서의 접선의 기울기는?

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$
 ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

6. 곡선 $y^3 e^{2x} + x^2 = y$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

7. 함수 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

8. 함수 $f(x) = x^2 e^{\frac{x}{2}}$ 에 대하여 $f''(2)$ 의 값은?

- ① $6e$ ② $7e$ ③ $8e$
 ④ $9e$ ⑤ $10e$

Level 2. 기본연습 (p. 54~55)

1. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f(1) \times f'(1) \neq 0$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)e^x}{x^k + 1}$$

이라 하자. $\frac{g(1)}{f(1)} = \frac{g'(1)}{f'(1)}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

2. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x^2)}{\ln x}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - 4e}{x - e} = 3$ 일 때, $g'(\sqrt{e})$ 의 값은?

- ① $-5\sqrt{e}$ ② $-4\sqrt{e}$ ③ $-3\sqrt{e}$
 ④ $-2\sqrt{e}$ ⑤ $-\sqrt{e}$

3. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = \frac{1}{x^2 + a}$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5g(f(x)) - 1}{x - 1} = b$$

일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $a > 0$ 이다.)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

4. 함수 $f(x) = x^3 + 2x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수가 $g(e^{2x})$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

5. 함수 $f(x) = \frac{ax}{x^2+b}$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h)}{h} = \{f(1)\}^2$$

을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $a \neq 0, b \neq -1$ 이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

6. 매개변수 $t(0 < t < 4)$ 로 나타낸 곡선

$$x = 3 + \ln \frac{2}{4-t}, \quad y = 1 + t^2$$

에 접하고 기울기가 m 인 직선의 개수가 1일 때, 이 직선이 곡선과 접하는 점의 좌표를 (a, b) 라 하자. $m+a+b$ 의 값을 구하시오.

7. 곡선 $e^{2x} - ke^{x+y} + y^2 = -4$ 가 x 축과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고, 곡선 위의 두 점 P, Q에서의 접선의 기울기의 차이가 $\frac{6}{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k > 4$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = ax \tan x$ 의 역함수를

$$g(x)$$
라 하자. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2g(x) - x}{2x - \pi} = b$ 일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 상수이고, $a > 0$ 이다.)

- ① $-\frac{4\pi}{1+\pi}$ ② $-\frac{4\pi}{2+\pi}$ ③ $-\frac{2\pi}{1+\pi}$
 ④ $-\frac{2\pi}{2+\pi}$ ⑤ $-\frac{\pi}{2+\pi}$

Level 3. 실력완성 (p. 56)

1. 두 함수 $f(x)=e^{|\cos \pi x|}$, $g(x)=ax^3+ax-2a+1$ 에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 열린구간 $(0, 2)$ 에서 미분가능하도록 하는 양수 a 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{12}$
 ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

2. $0 < t < \frac{5}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수

$f(x)=2tx-t\cos x-5\sin x$ 가 있다. x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하면 함수 $g(t)$ 는 열린구간 $(0, \frac{5}{2})$ 에서 미분가능하다.

$g(\alpha)=\frac{\pi}{6}$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times g'(\alpha)$ 의 값은?

- ① $-\frac{7\sqrt{3}}{8}$ ② $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $-\frac{5\sqrt{3}}{8}$
 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$

3. 함수 $f(x)=e^{ax}-e^{-ax}$ ($a < 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 등식

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)+g(x)}{(x-b)g\left(x-\frac{3}{2}\right)} = -\frac{4a^3+a}{2f''\left(\frac{3}{2}\right)}$$

를 만족시키는 실수 b 가 존재할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}\ln 2$ ② $-\frac{4}{3}\ln 2$ ③ $-\ln 2$
 ④ $-\frac{2}{3}\ln 2$ ⑤ $-\frac{1}{3}\ln 2$

접선의 방정식 (p. 59)

예제

1. 곡선 $y = 2x + \tan x \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ 에 접하고 기울기가 4인 직선의 y 절편은?

- ① $2 - 2\pi$ ② $2 - \pi$ ③ $1 - \pi$
 ④ $1 - \frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$

유제

2. 원점에서 곡선 $y = \frac{e^x}{x}$ 에 그은 접선의 기울기는?

- ① $\frac{e^2}{5}$ ② $\frac{e^2}{4}$ ③ $\frac{e^2}{3}$
 ④ $\frac{e^2}{2}$ ⑤ e^2

3. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타낸 곡선

$$x = \frac{6}{t+1}, \quad y = t^3 \ln t + 2t$$

에 대하여 $t=1$ 에 대응하는 점에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

극대와 극소 (p. 61)

예제

4. 함수 $f(x) = x - \frac{4}{x} + a \ln x$ 가 $x=1$ 에서 극댓값을 가질 때,

함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① $3 - 10 \ln 2$ ② $3 - 9 \ln 2$ ③ $3 - 8 \ln 2$
 ④ $3 - 7 \ln 2$ ⑤ $3 - 6 \ln 2$

유제

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 6x + a)e^x$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오.

6. 곡선 $y = \frac{3x}{x^2 + 2}$ 의 변곡점이 모두 직선 $y = mx$ 위에 있을 때,

상수 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{7}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

함수의 그래프 (p. 63)

예제

7. 함수 $f(x) = \frac{k \ln x^2}{x}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 4$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 양수 k 의 값은?
(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$)

- ① $\frac{1}{2e}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1
④ e ⑤ $2e$

유제

8. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 함수 $y = \cos x + x \sin x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은?

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0
④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

9. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = (x-a)e^{-ax}$ 이 $x = \frac{5}{2}$ 일 때

최댓값 M 을 갖는다. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 양수일 때, $a \times M$ 의 값은? (단, a 는 0 이 아닌 상수이다.)

- ① e^{-1} ② $e^{-\frac{5}{4}}$ ③ $e^{-\frac{5}{3}}$
④ $e^{-\frac{5}{2}}$ ⑤ e^{-5}

방정식에의 활용 (p. 65)

예제

10. 두 곡선 $y = x^2 + 3ax$, $y = 2a^2 \ln x$ 가 교점을 갖기 위한 양수 a 의 최솟값은?

- ① $2e^{\frac{1}{8}}$ ② $2e^{\frac{3}{8}}$ ③ $2e^{\frac{5}{8}}$
 ④ $2e^{\frac{7}{8}}$ ⑤ $2e^{\frac{9}{8}}$

유제

11. 방정식 $(x-a)^2 = 4e^{x-7}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x} = 0$)

12. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $3 \tan x \geq 4x + a$ 가 성립하도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

- ① $\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ② $\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ③ $\sqrt{3} - \pi$
 ④ $\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

속도와 가속도 (p. 67)

예제

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가 두 양의 상수 a, b 에 대하여

$$x = e^{a(t-2)}, y = be^{t-2}$$

이다. 시간 $t=3$ 에서의 점 P의 속력과 가속도의 크기가 모두 $4e$ 일 때, ab 의 값은?

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
 ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

유제

14. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = a \ln t, y = t + \frac{b}{t}$$

이다. 시간 $t=2$ 에서의 점 P의 속도가 (b, a) 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = e^t - 4t, y = -e^t + 1$$

일 때, 점 P의 속력의 최솟값은?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

Level 1. 기초연습 (p. 66~67)

1. 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y = (x+2)e^x$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $0 \leq a < b \leq 2\pi$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = (1 + \sin x)\cos x$$

가 열린구간 (a, b) 에서 증가할 때, $b-a$ 의 최댓값은?

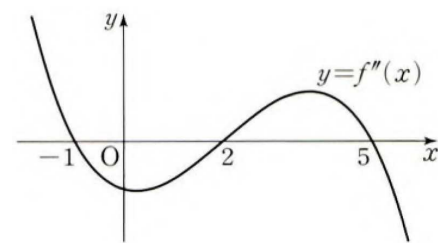
- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{6}\pi$
 ④ π ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

3. 함수 $f(x) = |x^2 - 3|e^{-x}$ 의 모든 극댓값의 곱은?

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x} = 0$)

- ① $\frac{10}{e^2}$ ② $\frac{12}{e^2}$ ③ $\frac{14}{e^2}$
 ④ $\frac{16}{e^2}$ ⑤ $\frac{18}{e^2}$

4. 실수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = f''(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

- ㄱ. 점 $(-1, f(-1))$ 은 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이다.
- ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 는 열린구간 $(2, 5)$ 에서 위로 볼록하다.
- ㄷ. $f'(0) = 0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 닫힌구간 $[a, a+6]$ 에서 함수 $f(x) = \frac{8x}{x^2 - 2x + 9}$ 의 최댓값이 2, 최솟값이 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오.

7. 모든 양의 실수 x 에 대하여 부등식 $\ln 2x \leq \frac{x}{e^2} + k$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은?

- ① $1 + \ln 2$ ② $1 + 2\ln 2$ ③ $2 + \ln 2$
 ④ $2 + 2\ln 2$ ⑤ $3 + \ln 2$

6. 함수 $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$)

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=e$ 에서 극솟값을 갖는다.
 ㄴ. 점 $(e^2, \frac{e^2}{2})$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.
 ㄷ. 방정식 $|f(x)| = \frac{3}{2}e$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t (0 \leq t \leq \frac{\pi}{4})$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sqrt{2} \cos 2t + 2, \quad y = \sqrt{3} \sin 2t - \cos 2t$$

이다. 시각 $t=a$ 에서 점 P 가 x 축 위에 있을 때, 시각 $t=a$ 에서의 점 P 의 속력은? (단, $0 < a < \frac{\pi}{4}$)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{14}$ ③ 4
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

Level 2. 기본연습 (p. 68~69)

1. 두 함수 $f(x)=2\ln(x+a)$, $g(x)=b\left(x+6+\frac{8}{x}\right)$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 가 x 축 위의 한 점 P에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 P에서의 접선이 일치할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고, $b > 0$ 이다.)

2. 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x)=a^2\sin x+a\cos x+2x$ 가 $x=k$ 와 $x=\frac{3}{2}\pi$ 에서 극값을 갖는다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 m 이라 할 때, $m+ak$ 의 값은? (단, a 는 상수이고, $k \neq \frac{3}{2}\pi$ 이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 곡선 $y=(\ln 2x)^2+3$ 의 변곡점을 P라 하자. 곡선 위의 점 P에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{2}{e}$ ② $\frac{4}{e}$ ③ $\frac{6}{e}$
 ④ $\frac{8}{e}$ ⑤ $\frac{10}{e}$

4. 함수 $f(x)=(x^2+a)e^x$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

—<보 기>—

ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖기 위한 a 의 값의 범위는 $a < 1$ 이다.

ㄴ. 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이 존재하면 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.

ㄷ. $a > 0$ 일 때, 함수 $\frac{1}{f(x)}$ 이 극댓값 M , 극솟값 m 을 가지면 $M \times m > \frac{e^2}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = \ln(1+e^x) - tx$ 의 극값을 $g(t)$ 라 할 때, $g(t)$ 의 최댓값은?

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$
 ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

6. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos^2 x + 7\cos x$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선 중 y 절편이 최대인 직선이 곡선과 접하는 점을 P라 할 때, 점 P의 y 좌표는?

- ① $\frac{21}{16}$ ② $\frac{23}{16}$ ③ $\frac{25}{16}$
 ④ $\frac{27}{16}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

7. $\frac{2}{e} \leq x \leq 2e^2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$ax \leq \ln \frac{x}{2} \leq bx$$

가 성립할 때, $b-a$ 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① $\frac{e+1}{4e}$ ② $\frac{e+1}{2e}$ ③ $\frac{e^2+1}{4e}$
 ④ $\frac{e^2+1}{2e}$ ⑤ $\frac{e^2+1}{e}$

8. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 < t < 2\pi)$ 에서의 위치 (x, y) 가 양의 상수 a 에 대하여

$$x = t - 2\cos t, \quad y = 1 - a\sin t$$

이다. $0 < t < 2\pi$ 에서 점 P의 가속도의 크기의 최솟값이 $\sqrt{3}$ 일 때, $0 < t < 2\pi$ 에서 점 P의 속력의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 3. 실력완성 (p. 70)

1. 함수 $f(x)=2\sqrt{x}-\ln x$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ 에 대하여 점 A에서의 접선을 l , 점 B에서의 접선을 m 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 두 직선 l, m 이 서로 평행하면 $ab > 4$ 이다.
 ㄴ. $a > 1$ 이면 $0 < (\text{직선 } AB \text{ 의 기울기}) \leq \frac{1}{4}$ 이다.
 ㄷ. 두 직선 l, m 이 서로 수직이면 $|f'(a)-f'(b)|$ 의 최솟값은 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 자연수 n 과 실수 k 에 대하여 곡선 $y=\ln(n+x)-\ln(n-x)$ 가 직선 $y=kx$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 16$$

이 되도록 하는 모든 k 의 값의 범위가

$p < k \leq q$ 일 때, $70pq$ 의 값을 구하시오.

3. $f(0)=0$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=f'(x)e^{-f(x)}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$)

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) 실수 t 에 대하여 방정식 $|g(x)|=t$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow g(k)^+} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow g(k)^-} h(t)$ 인 모든 양수 k 의 값의 합은 3이다.

여러 가지 함수의 적분법 (p. 75)

예제

1. $\int_0^1 \frac{e^{2x}-1}{e^x+1} dx$ 의 값은?

- ① $e-2$ ② $e-1$ ③ e
 ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

유제

2. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 이고 $f(1)=2$ 일 때, $f(4)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(0)=2$ 이고 곡선 $y=f(x)$ 위의 모든 점 (x, y) 에서의

접선의 기울기가 $\sin x + 2x$ 일 때, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi^3}{24} + \frac{3}{2}\pi - 2$ ② $\frac{\pi^3}{24} + \frac{3}{2}\pi - 1$ ③ $\frac{\pi^3}{24} + \frac{3}{2}\pi$
 ④ $\frac{\pi^3}{24} + \frac{3}{2}\pi + 1$ ⑤ $\frac{\pi^3}{24} + \frac{3}{2}\pi + 2$

치환적분법 (p. 77)

예제

4. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x \cos x dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{20}$
 ④ $\frac{1}{24}$ ⑤ $\frac{1}{28}$

유제

5. $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

6. $\int_0^1 2x\sqrt{x^2+1} dx - \int_{\sqrt{3}}^1 2x\sqrt{x^2+1} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$
 ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

부분적분법 (p. 79)

예제

7. $\int_0^1 (x+1)e^x dx$ 의 값은?

- ① e ② $2e$ ③ $3e$
 ④ $4e$ ⑤ $5e$

유제

8. $\int_1^e x^2 \ln x dx$ 의 값은?

- ① $\frac{e^3+1}{9}$ ② $\frac{2e^3+1}{9}$ ③ $\frac{3e^3+1}{9}$
 ④ $\frac{4e^3+1}{9}$ ⑤ $\frac{5e^3+1}{9}$

9. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

정적분으로 표시된 함수의
미분과 극한 (p. 81)

예제

10. 함수 $f(x) = \int_x^{x^2} e^t (\sin t + \cos t) dt$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

유제

11. 모든 실수 x 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\int_x^1 f(t) dt = xe^x + a \text{ 를 만족시킬 때, } f\left(\frac{a}{e}\right) \text{ 의 값은?}$$

(단, a 는 상수이다.)

- ① $-2e$ ② $-e$ ③ 0
④ e ⑤ $2e$

12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{x^2 - \pi^2} \int_{\pi}^x \sin \frac{t}{2} dt$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{1}{2\pi}$ ③ $\frac{1}{3\pi}$
④ $\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $\frac{1}{5\pi}$

Level 1. 기초연습 (p. 82)

1. $\int_2^3 \frac{x^2-1}{(x-1)(x+2)} dx$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{2}{5}e$ ② $\ln \frac{4}{5}e$ ③ $\ln \frac{6}{5}e$
 ④ $\ln \frac{8}{5}e$ ⑤ $\ln 2e$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3. $\int_1^e x(\ln x)^2 dx$ 의 값은?

- ① e^2-1 ② $\frac{e^2-1}{2}$ ③ $\frac{e^2-1}{3}$
 ④ $\frac{e^2-1}{4}$ ⑤ $\frac{e^2-1}{5}$

4. 함수 $f(x)=e^{\sqrt{x}}$ 에 대하여 $g(x)=\int f(x)dx$ 이고 $g(1)=0$ 일 때, $g(4)$ 의 값은?

- ① e^2 ② $2e^2$ ③ $3e^2$
 ④ $4e^2$ ⑤ $5e^2$

5. 함수 $f(x) = \int_0^x te^t dt$ 에 대하여 $\frac{f(2)}{f'(1)}$ 의 값은?

- ① e ② $e + \frac{1}{e}$ ③ $e + \frac{2}{e}$
 ④ $e + \frac{3}{e}$ ⑤ $e + \frac{4}{e}$

Level 2. 기본연습 (p. 83)

1. $\int_0^{\frac{2}{3}\pi} \left| \sin x - \frac{2}{\pi}x \right| dx$ 의 값은?

- ① $\frac{6-\pi}{18}$ ② $\frac{7-\pi}{18}$ ③ $\frac{8-\pi}{18}$
 ④ $\frac{9-\pi}{18}$ ⑤ $\frac{10-\pi}{18}$

2. 1보다 큰 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^1 \frac{1}{4 + (x-1)e^t} dt$$

일 때, $f'(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1-e}{5(e+4)}$ ② $\frac{1-e}{4(e+4)}$ ③ $\frac{1-e}{3(e+4)}$
 ④ $\frac{1-e}{2(e+4)}$ ⑤ $\frac{1-e}{e+4}$

3. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \int_x^{2x} \frac{\ln t}{t^2} dt$ 가

$x=a$ 에서 최댓값 b 를 가질 때, 두 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$2\pi \int_0^{2x} |t-x| \cos 2\pi t dt = x \sin 4\pi x$$

의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

Level 3. 실력완성 (p. 84)

5. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와

다항함수 $g(x) = x^2 + \int_0^1 (x+t)g(t) dt$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \int_0^{g(x)} e^{f(t)} dt$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 극솟값을 가질 때, $g(2k)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{17}{6}$ ③ -3
 ④ $-\frac{19}{6}$ ⑤ $-\frac{10}{3}$

6. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ ($a < b$)에서만 만나고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(a)=g(a+2)=0$
- (나) $f\left(\frac{a+b}{2}\right) > g\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$g(-1)=1$ 이고 $f''(1)=0$ 일 때, $\int_5^6 \frac{\left(\frac{5}{x}-2\right)g(x)}{f(x)} dx$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{3}{2}$
- ② $\ln \frac{5}{2}$
- ③ $\ln \frac{7}{2}$
- ④ $\ln \frac{9}{2}$
- ⑤ $\ln \frac{11}{2}$

7. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을

만족시킬 때, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xf'(x)}{1+\pi^{f(x)}} dx$ 의 값은?

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 이다.
- (나) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=12$
- (다) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 12$

- ① $2\pi-12$
- ② $3\pi-12$
- ③ $4\pi-12$
- ④ $5\pi-12$
- ⑤ $6\pi-12$

정적분과 급수 (p. 87)

예제

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tan^2 \frac{k}{4n} \pi$ 의 값은?

- ① $\frac{4-\pi}{\pi}$ ② $\frac{5-\pi}{\pi}$ ③ $\frac{7-\pi}{\pi}$
 ④ $\frac{7-\pi}{\pi}$ ⑤ $\frac{8-\pi}{\pi}$

유제

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{n+2k}$ 의 값은?

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$
 ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k^2 \sqrt{2^k}$ 의 값은?

- ① $\frac{2\ln 2 - 1}{(\ln 2)^2}$ ② $\frac{3\ln 2 - 1}{(\ln 2)^2}$ ③ $\frac{4\ln 2 - 1}{(\ln 2)^2}$
 ④ $\frac{5\ln 2 - 1}{(\ln 2)^2}$ ⑤ $\frac{6\ln 2 - 1}{(\ln 2)^2}$

곡선과 x 축 사이의 넓이 (p. 89)

예제

4. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 곡선 $y=2\cos 2x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

유제

5. 곡선 $y=\frac{x-1}{x-2}$ 과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{5-\ln 2}{9}$ ② $\frac{4-\ln 2}{7}$ ③ $\frac{3-\ln 2}{5}$
 ④ $\frac{2-\ln 2}{3}$ ⑤ $1-\ln 2$

6. 곡선 $y=e^x$ 과 두 직선 $x=a$, $x=a+1$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 e^2-e 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이 (p. 91)

예제

7. 두 곡선 $y=x^2$, $y=2\sqrt{2}x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
 ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

유제

8. $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 에서 두 곡선 $y=\sin x$, $y=\cos x$ 로 둘러싸인

부분의 넓이는?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

9. 곡선 $y=e^x$ 위의 점 $(1, e)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.

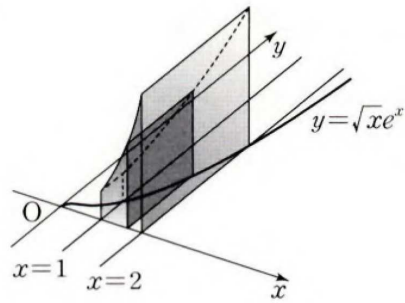
곡선 $y=e^x$ 과 접선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{e}{2} - \frac{1}{3}$ ② $\frac{e}{2} - \frac{1}{2}$ ③ $\frac{e}{2} - \frac{2}{3}$
 ④ $\frac{e}{2} - \frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{e}{2} - 1$

입체도형의 부피 (p. 93)

예제

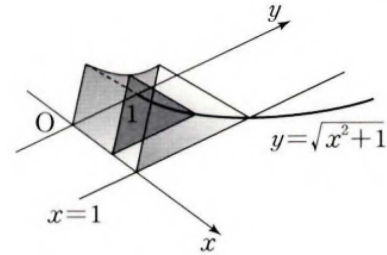
10. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x}e^x$ 과 x 축 및 두 직선 $x=1, x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는?



- ① $\frac{1}{4}e^4 - \frac{1}{4}e^2$ ② $\frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{4}e^2$ ③ $\frac{3}{4}e^4 - \frac{1}{4}e^2$
- ④ $e^4 - \frac{1}{4}e^2$ ⑤ $\frac{5}{4}e^4 - \frac{1}{4}e^2$

유제

11. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x^2+1}$ 과 x 축 및 두 직선 $x=0, x=1$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는?



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

좌표평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리 (p. 95)

예제

12. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sin t + \cos t, \quad y = \sin t - \cos t$$

일 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

유제

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2e^t, \quad y = \frac{t}{2} - e^{2t}$$

일 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=1$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① $e^2 - \frac{1}{2}$ ② $e^2 - 1$ ③ $e^2 - \frac{3}{2}$
 ④ $e^2 - 2$ ⑤ $e^2 - \frac{5}{2}$

14. 함수 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 에 대하여 $0 \leq x \leq \ln 2$ 에서

곡선 $y = f(x)$ 의 길이는?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

Level 1. 기초연습 (p. 96~97)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\frac{k}{n^2} + \frac{1}{n}}{\frac{k^2}{n^2} + \frac{2k}{n} + 1}$ 의 값은?

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$
 ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

2. $-\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = -\frac{4}{3\pi^2}x^2 + \frac{4}{3}$$

에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{\pi}{2}+1$ ② $\pi+1$ ③ $\frac{3}{2}\pi+1$
 ④ $2\pi+1$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi+1$

3. 곡선 $y=\ln x$ 위의 점 $P(e, 1)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 곡선 $y=\ln x$ 와 접선 l 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{e}{2} - \frac{1}{2e}$ ② $\frac{e}{2} - \frac{1}{2e} - \frac{1}{4}$ ③ $\frac{e}{2} - \frac{1}{2e} - \frac{1}{2}$
 ④ $\frac{e}{2} - \frac{1}{2e} - \frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{e}{2} - \frac{1}{2e} - 1$

4. 곡선 $y=(-x^2+4)e^x$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① e^2+5e^{-2} ② $2e^2+6e^{-2}$ ③ $3e^2+7e^{-2}$
 ④ $4e^2+8e^{-2}$ ⑤ $5e^2+9e^{-2}$

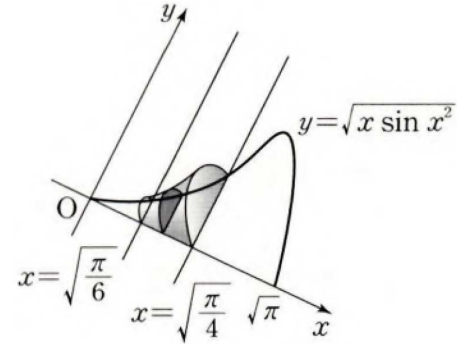
5. 두 곡선 $y = \ln x$, $y = -\ln(x-1) + \ln 2$ 와 직선 $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $3\ln 3 - \ln 2 - 2$ ② $4\ln 3 - \ln 2 - 1$ ③ $5\ln 3 - \ln 2$
 ④ $6\ln 3 - \ln 2 + 1$ ⑤ $7\ln 3 - \ln 2 + 2$

6. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = e^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

7. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x \sin x^2}$ ($0 \leq x \leq \sqrt{\pi}$)와 x 축 및 두 직선 $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{4}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체도형의 부피는?



- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{32}\pi$ ② $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{32}\pi$ ③ $\frac{2-\sqrt{3}}{32}\pi$
 ④ $\frac{\sqrt{5}-2}{32}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{32}\pi$

8. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \cos t + t \sin t, \quad y = \sin t - t \cos t$$

일 때, 시간 $t = \frac{\pi}{2}$ 에서 $t = \pi$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① $\frac{3}{8}\pi^2$ ② π^2 ③ $\frac{13}{8}\pi^2$
 ④ $\frac{9}{4}\pi^2$ ⑤ $\frac{23}{8}\pi^2$

Level 2. 기본연습 (p. 98~99)

1. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 곡선

$$y = 4\sin x \cos x - 6\sin x + 2\cos x - 3$$

과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $6\sqrt{3}-2\pi$ ② $7\sqrt{3}-2\pi$ ③ $8\sqrt{3}-2\pi$
 ④ $9\sqrt{3}-2\pi$ ⑤ $10\sqrt{3}-2\pi$

2. 함수 $f(x) = -xe^x$ 의 그래프 위의 점 $P(-2, f(-2))$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 접선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, 곡선 $y=f(x)$ 와 접선 l 은 점 P 에서만 만난다.)

- ① $\frac{9}{e^2}-1$ ② $\frac{9}{e^2}$ ③ $\frac{9}{e^2}+1$
 ④ $\frac{9}{e^2}+2$ ⑤ $\frac{9}{e^2}+3$

3. 곡선 $y=\ln x$ 위의 점 $P(a, \ln a)$ 에서의 접선과 평행하고 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선을 l 이라 하자. 곡선 $y=\ln x$ 와 x 축 및 직선 $x=e$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 l 이 이등분할 때, a 의 값은?

- ① $e-1$ ② $(e-1)^2$ ③ $(e-1)^3$
 ④ $(e-1)^4$ ⑤ $(e-1)^5$

4. 두 함수 $f(x) = 3e^x - 6$, $g(x) = e^{2x} - 4e^x$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{35}{2} - 6\ln 6$ ② $18 - 6\ln 6$ ③ $\frac{37}{2} - 6\ln 6$
 ④ $19 - 6\ln 6$ ⑤ $\frac{39}{2} - 6\ln 6$

5. 함수 $f(x) = (\ln x)^2 + 2\ln x + 3$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이 $(a, f(a))$ 일 때, 직선 $y = f(a)$ 와 곡선 $y = f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

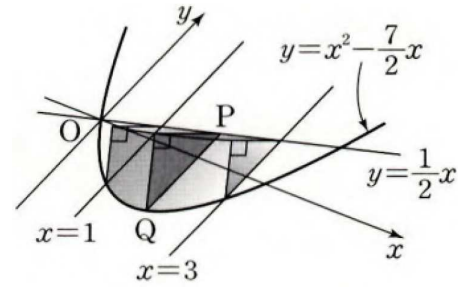
- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{2}{e^2}$ ③ $\frac{3}{e^2}$
 ④ $\frac{4}{e^2}$ ⑤ $\frac{5}{e^2}$

6. 양수 k 에 대하여 세 곡선 $y = e^{kx}$, $y = e^{2kx}$, $y = e^{6k-kx}$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(k)$ 라 할 때, $\lim_{k \rightarrow 0^+} \frac{S(k)}{k}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 그림과 같이 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 와 곡선 $y = x^2 - \frac{7}{2}x$ 및

두 직선 $x = 1$, $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 및 곡선 $y = x^2 - \frac{7}{2}x$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 모든 단면은 빗변이 선분 PQ인 직각이등변삼각형이다. 이 입체도형의 부피는?



- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{197}{30}$ ③ $\frac{199}{30}$
 ④ $\frac{67}{10}$ ⑤ $\frac{203}{30}$

8. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \frac{4\sqrt{3}}{3}t^{\frac{3}{2}}, y = 2t$$

일 때, 시각 $t = 0$ 에서 $t = a$ 까지 점 P가 움직인 거리는 $\frac{28}{9}$ 이다. 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

Level 3. 실력완성 (p. 100)

1. 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = nx(1-x^2)^n$$

이라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x = a_n$ 에서 최댓값을 갖는다고 할 때, 닫힌구간 $[0, a_n]$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $x = a_n$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ② $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ③ $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e\sqrt{e}}\right)$
 ④ $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e^2}\right)$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e^2\sqrt{e}}\right)$

2. 점 $A\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}e\right)$ 를 지나고 함수 $f(x) = k(\ln x)^2$ 의 그래프에 접하는 두 접선 l_1, l_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = f(x)$ 와 두 접선 l_1, l_2 가 접하는 점의 x 좌표는 각각 $p, q (p < q)$ 이다.
 (나) 두 접선 l_1, l_2 는 서로 수직이다.

곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $x = p, x = q$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k 는 양의 상수이다.)

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}(e^4 - 1)$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}(e^4 - 1)$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}(e^4 - 1)$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}(e^4 - 1)$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{6}(e^4 - 1)$

3. 양의 상수 a 에 대하여 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = a \sec x, \quad g(x) = 2 \sin x \cos x$$

의 그래프가 단 한 점에서만 만나고 그 점에서의 접선이 서로 일치한다. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2+\sqrt{3}) - \frac{1}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2+\sqrt{3}) - \frac{1}{3}$
 ③ $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2+\sqrt{3}) - \frac{1}{4}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2+\sqrt{3}) - \frac{1}{5}$
 ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2+\sqrt{3}) - \frac{1}{6}$

[정답표]

1. 수열의 극한

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번
	④	④	④	②	②	②	⑤	④	③
Level 1	1번	2번	3번	4번					
	①	⑤	②	⑤					
Level 2	1번	2번	3번	4번					
	③	①	③	①					
Level 3	1번	2번	3번						
	③	②	①						

2. 급수

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번
	①	②	②	④	18	④	③	①	30
Level 1	1번	2번	3번	4번					
	③	④	③	⑤					
Level 2	1번	2번	3번	4번					
	②	②	3	⑤					
Level 3	1번	2번	3번	4번					
	⑤	③	③	④					

3. 여러 가지 함수의 미분

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	81	④	4	③	②	⑤	②	②	①	8
	11번	12번	13번	14번						
	①	⑤	①	②						
Level 1	1번	2번	3번	4번						
	②	④	②	16						
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	③	10	①	⑤	④	3	③	②		
Level 3	1번	2번	3번	4번	5번					
	16	②	③	④	⑤					

4. 여러 가지 미분법

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	④	②	④	⑤	②	②	④	③	⑤	④
	11번	12번	13번	14번	15번					
	③	①	②	②	③					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	⑤	6	②	④	①	②	⑤	②		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	2	②	③	①	②	16	①	⑤		
Level 3	1번	2번	3번							
	②	③	④							

5. 도함수의 활용

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	④	②	6	①	10	②	⑤	②	②	④
	11번	12번	13번	14번	15번					
	5	④	⑤	③	③					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	①	⑤	②	①	4	⑤	①	④		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	9	④	④	③	①	⑤	④	③		
Level 3	1번	2번	3번							
	②	5	4							

6. 여러 가지 적분법

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	①	④	②	④	①	④	①	②	④	②
	11번	12번								
	③	②								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번					
	②	①	④	②	②					
Level 2	1번	2번	3번	4번						
	④	①	①	③						
Level 3	1번	2번	3번							
	②	②	⑤							

7. 정적분의 활용

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	①	②	①	④	⑤	①	①	③	⑤	③
	11번	12번	13번	14번						
	①	②	①	③						
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	①	③	⑤	②	①	④	②	①		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	①	①	②	①	④	③	⑤	②		
Level 3	1번	2번	3번							
	①	⑤	②							