

지수함수와 로그함수의 극한 (p. 27)

예제

1. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{3x} - 1}{\log_a(1 + 4x)} = 12(\ln 3)^2$$

일 때, a 의 값을 구하시오.

유제

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x} - e^{2x} + 1}{x^2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 두 함수 $f(x) = 3^x$, $g(x) = 4^{-x}$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(1+x) + g(1-x)}{f(2+x) + g(2-x)}$$
의 값을 구하시오.

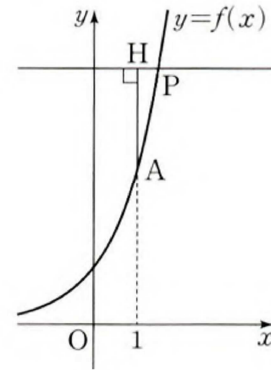
지수함수와 로그함수의 미분 (p. 29)

예제

4. 함수 $f(x) = 9^x + 30 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 에 대하여 $f'(a) = 8\ln 3$ 을 만족시키는 상수 a 의 값은?
 ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

유제

5. 그림과 같이 함수 $f(x) = \frac{1}{2}e^{x+1}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위에 두 점 $A(1, f(1))$, $P(t, f(t))$ 가 있다.



점 A 에서 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\overline{AH}}{\overline{PH}}$ 의 값은? (단, $t > 1$)

- ① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{2}$ ③ e^2
 ④ $2e^2$ ⑤ $4e^2$

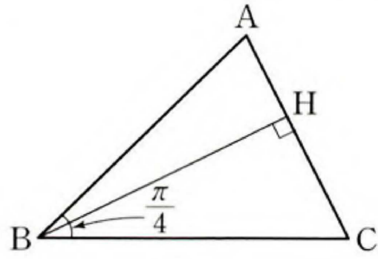
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 \ln x + 4x - 4}{x - 1}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

삼각함수의 덧셈정리 (p. 31)

예제

7. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{10}$, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ 인 예각삼각형 ABC의 꼭짓점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AH} = 1$ 일 때, 선분 CH의 길이는?

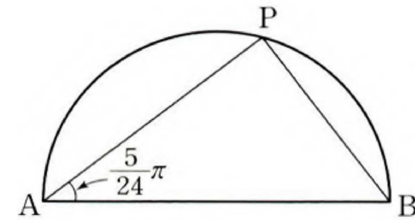
- ① $\frac{11}{8}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{13}{8}$
- ④ $\frac{7}{4}$
- ⑤ $\frac{15}{8}$

유제

8. 기울기가 $m(m > 1)$ 이고 원점을 지나는 직선을 l 이라 하고, 직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l' 이라 하자. 두 직선 l, l' 이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 가 되도록 하는 m 의 값은?

- ① 2
- ② $1 + \sqrt{2}$
- ③ $1 + \sqrt{3}$
- ④ 3
- ⑤ $1 + \sqrt{5}$

9. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle PAB = \frac{5}{24}\pi$ 인 점 P가 있다.



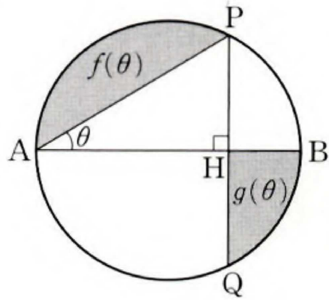
$\overline{PA}^2 \times \overline{PB}^2 = 4(2 + \sqrt{3})$ 일 때, 선분 AB의 길이는?

- ① $2\sqrt{2}$
- ② 4
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ 8
- ⑤ $8\sqrt{2}$

삼각함수의 극한 (p. 33)

예제

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위에 점 P가 있다. 점 P에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H, 점 P를 직선 AB에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하자.



$\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) 일 때, 선분 AP와 호 AP로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 BH, QH와 호 BQ로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{2\pi - f(\theta) - g(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 호 AP의 길이와 호 BQ의 길이는 모두 2π 보다 작다.)

유제

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 2x}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

삼각함수의 미분 (p. 35)

예제

12. $0 < k < \frac{\pi}{2}$ 인 상수 k 와 함수 $f(x) = \sin x + 3 \cos x$ 가

$$f(k) + f'\left(\frac{\pi}{2} - k\right) = \frac{8}{5}$$

을 만족시킬 때, $f(-k) + f'(-k)$ 의 값은?

- ① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{17}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$ ④ $\frac{19}{5}$ ⑤ 4

유제

13. 함수 $f(x) = x \cos x - \sin x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{2} + 3h\right) + 1}{h}$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

14. 함수 $f(x) = ax - 3 \sin x$ 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $f'(x) = 0$ 의 실근이 존재하도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

Level 1. 기초연습 (p. 36)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x^2+2x}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 함수 $f(x) = x^2(\ln x + 2)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e^2+2h) - f(e^2-3h)}{h}$ 의 값은?

- ① $30e^2$ ② $35e^2$ ③ $40e^2$ ④ $45e^2$ ⑤ $50e^2$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + a}{\sin 3x} = b$ 를 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

4. 두 함수 $f(x) = 2(x - \cos x)$, $g(x) = 2(1 - \sin x)$ 에 대하여

$$h(x) = \{f'(x)\}^2 + \{g'(x)\}^2$$

이러 할 때, 함수 $h(x)$ 의 최댓값을 구하시오.

Level 2. 기본연습 (p. 37~38)

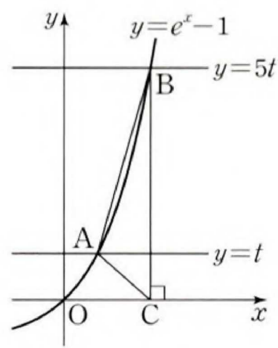
1. $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ 인 두 실수 α , β 가

$$\sin \alpha + 2 \cos \beta = \frac{9}{5}, \quad \cos \alpha + 2 \sin \beta = \frac{12}{5}$$

를 만족시킬 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

2. 그림과 같이 양수 t 에 대하여 곡선 $y = e^x - 1$ 이 두 직선 $y = t$, $y = 5t$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라 하자.



삼각형 ACB의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2}$ 의 값을 구하시오.

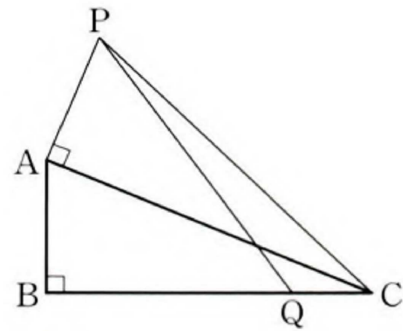
3. $0 < \alpha < \beta < \gamma < 2\pi$ 인 세 실수 α , β , γ 가

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0, \quad \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$$

을 만족시킬 때, $\tan(\beta - \alpha) + \tan(\gamma - \beta)$ 의 값은?

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ 0
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

4. 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC에서 점 A를 지나고 직선 AC에 수직인 직선 위에 $\overline{AB} = \overline{AP}$ 인 점 P를 잡는다.



선분 BC 위의 점 Q에 대하여 삼각형 PQC의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{13\sqrt{194}}{20}$ 일 때, 선분 PQ의 길이는?
(단, 선분 PQ와 선분 AC는 한 점에서 만난다.)

- ① $\frac{23}{2}$ ② $\frac{47}{4}$ ③ 12 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{25}{2}$

5. 실수 a 와 자연수 n 이

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax - \sin ax}{x^n} = 108$$

을 만족시킬 때, $a+n$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\lim_{x \rightarrow a} \left\{ (x^2 - a^2) \tan \left(\frac{\pi}{2a} x \right) \right\} = -\frac{36}{\pi}$ 을 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{4}{x} \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - \frac{2}{x} \cos x + x \cos \frac{2}{x} \right\}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

8. 함수 $f(x) = \sin x \cos x$ 와 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $f'(x) = \frac{1}{n}$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을

$g(n)$ 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값은?

- ① 36π ② 37π ③ 38π ④ 39π ⑤ 40π

Level 3. 실력완성 (p. 39~40)

1. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = a^x + \log_b x, \quad g(x) = c^x + \log_c x$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2g(x) - 2b^{2x}}{x-1} = -\frac{1}{\ln a}$

(나) $\frac{g(1)}{f(1)} = \frac{1}{64}$

$f(2) + g\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

2. 양수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여 $(n+2)$ 개의 수

$1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, e^2$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루고, 양수 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 에 대하여 $(n+2)$ 개의 수

$1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, e^2$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

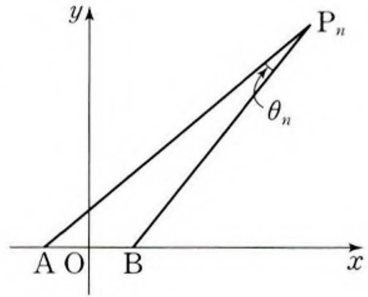
$$f(n) = 1 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + e^2,$$

$$g(n) = 1 + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n + e^2$$

이러 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(n)}{f(n)}$ 의 값은?

- ① $\frac{e^2 - 2}{1 + e^2}$ ② $\frac{e^2 - 1}{1 + e^2}$ ③ $\frac{e^2}{1 + e^2}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{e^2 + 2}{1 + e^2}$

3. 그림과 같이 좌표평면에 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 이 있다.

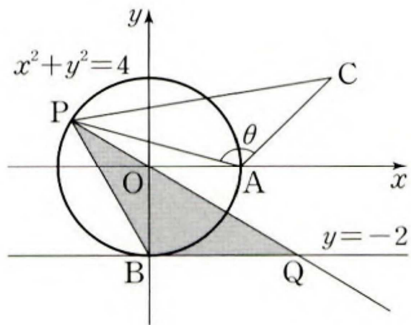


점 $P_n(2n, 5)$ 에 대하여 $\angle AP_nB = \theta_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{10} \frac{2 \tan \theta_n}{2 - 5 \tan \theta_n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{33}{7}$ ③ $\frac{100}{21}$
- ④ $\frac{101}{21}$ ⑤ $\frac{34}{7}$

4. 그림과 같이 좌표평면에서 세 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$, $C(4, 2)$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 제2사분면에 있는 점 P 에 대하여 직선 PO 와 직선 $y = -2$ 가 만나는 점을 Q 라고 하고, $\angle PAC = \theta$ 라 하자.



삼각형 PBQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} \{(3\pi - 4\theta)S(\theta)\}$ 의

값은? (단, O 는 원점이다.)

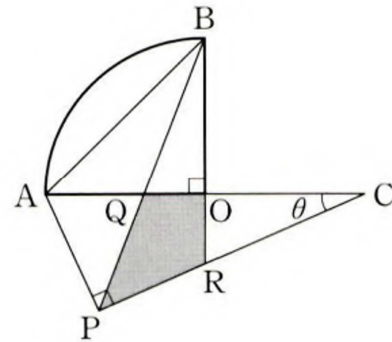
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$ 이고 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 AOB 가

있다. 선분 OA 를 $1:2$ 로 외분하는 점 C 에 대하여 $\angle CPA = \frac{\pi}{2}$,

$\angle PCA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)인 점 P 를 선분 OA 와 선분 BP 가

만나도록 정한다.



두 선분 OA , BP 가 만나는 점을 Q , 두 직선 OB , CP 가 만나는 점을 R 이라 할 때, 사각형 $OQPR$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

함수의 몫의 미분법 (p. 43)

예제

1. 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+4}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$
 ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

유제

2. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}}$ 위의 점 $(8, a)$ 에서의 접선의 기울기를 b 라

할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 5
 ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{17}{3}$

3. 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cot x + \csc x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} = -\frac{4}{3} \text{ 일 때, 상수 } a \text{ 의 값은?}$$

(단, $0 < a < \pi$)

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

합성함수의 미분법 (p. 45)

예제

4. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin x + \cos x, \quad g(x) = \ln(\tan x)$$

에 대하여 $f'(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $g'(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

유제

5. 함수 $f(x) = \sqrt{3 + \ln x}$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5e}$ ② $\frac{1}{4e}$ ③ $\frac{1}{3e}$
 ④ $\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{1}{e}$

6. 함수 $f(x) = xe^{\cos x}$ 에 대하여 $f'(\frac{\pi}{2})$ 의 값은?

- ① $2 - \pi$ ② $1 - \frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 ④ $1 + \frac{\pi}{2}$ ⑤ $2 + \pi$

매개변수로 나타낸 함수의 미분법 (p. 47)

예제

7. 매개변수 t 로 나타낸 곡선 $x = e^{at}$, $y = t^2 - 4$ 가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 P, Q라 하자. 곡선 위의 점 P에서의 접선과 곡선 위의 점 Q에서의 접선이 서로 수직일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

8. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타낸 곡선 $x = t + \frac{2}{t}$, $y = t^2 + t \ln t$ 에서

$t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
 ④ -2 ⑤ -1

9. 매개변수 $t(0 < t < \pi)$ 로 나타낸 곡선

$$x = 3\cos t + \sin t, \quad y = 4\sin t$$

에 대하여 $t = a(0 < a < \pi)$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기가 1일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

음함수의 미분법 (p. 49)

예제

10. 곡선 $ax^2 - xy + y \ln x = 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 m 일 때, $a+m$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유제

11. 곡선 $x^5 + 2x^3y + y^2 = 4$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서의 접선의 기울기는?
- ① $-\frac{15}{4}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{13}{4}$
 ④ -3 ⑤ $-\frac{11}{4}$
12. 곡선 $x \cos y + \sin 2y - x = 4$ 위의 점 $(a, \frac{\pi}{2})$ 에서의 접선의 기울기가 m 일 때, $a+m$ 의 값은?
- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

역함수의 미분법 (p. 51)

예제

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = (x^2 + a)e^{-x}$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재할 때, $g'(f(3))$ 의 최솟값은? (단, a 는 실수이다.)

- ① $-\frac{e^3}{5}$ ② $-\frac{e^3}{4}$ ③ $-\frac{e^3}{3}$
 ④ $-\frac{e^3}{2}$ ⑤ $-e^3$

유제

14. 함수 $f(x) = \ln x - \frac{k}{x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

곡선 $y = g(x)$ 가 점 $(\frac{1}{4}, e)$ 를 지날 때, $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{g(x) - g(\frac{1}{4})}{x - \frac{1}{4}}$ 의

값은? (단, k 는 음이 아닌 상수이다.)

- ① $\frac{3}{7}e$ ② $\frac{4}{7}e$ ③ $\frac{5}{7}e$
 ④ $\frac{6}{7}e$ ⑤ e

15. 함수 $f(x) = x \tan x$ 에 대하여 $f''(\frac{\pi}{4})$ 의 값은?

- ① π ② $2 + \pi$ ③ $4 + \pi$
 ④ $2 + 2\pi$ ⑤ $4 + 2\pi$

Level 1. 기초연습 (p. 52~53)

1. 함수 $f(x) = \frac{\cos x}{e^x + 1}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점

$(0, f(0))$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

2. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[k]{x}}$ 에 대하여 $\frac{f'(2)}{f(2)} = -\frac{1}{12}$ 일 때, k 의 값을 구하시오. (단, k 는 2 이상의 자연수이다.)

3. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left\{ \frac{\sin^2 \left(\frac{2}{3}\pi + 2h \right)}{\cos^2 \left(\frac{2}{3}\pi + 2h \right)} - a \right\} = b$ 일 때,

ab 의 값은?

- ① $-60\sqrt{3}$ ② $-48\sqrt{3}$ ③ $-36\sqrt{3}$
 ④ $-24\sqrt{3}$ ⑤ $-12\sqrt{3}$

4. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}e^{\sin ax}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의

점 $\left(\frac{\pi}{a}, \frac{1}{2} \right)$ 에서의 접선과 곡선 $y = f(x)$ 위의

점 $\left(\frac{2\pi}{a}, \frac{1}{2} \right)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

5. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타낸 곡선

$$x = \frac{1}{4}(t+7)\ln t, \quad y = \sqrt[3]{t+7}$$

이 y 축과 만나는 점에서의 접선의 기울기는?

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$
 ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

6. 곡선 $y^3 e^{2x} + x^2 = y$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

7. 함수 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

8. 함수 $f(x) = x^2 e^{\frac{x}{2}}$ 에 대하여 $f''(2)$ 의 값은?

- ① $6e$ ② $7e$ ③ $8e$
 ④ $9e$ ⑤ $10e$

Level 2. 기본연습 (p. 54~55)

1. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f(1) \times f'(1) \neq 0$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)e^x}{x^k + 1}$$

이라 하자. $\frac{g(1)}{f(1)} = \frac{g'(1)}{f'(1)}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

2. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x^2)}{\ln x}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - 4e}{x - e} = 3$ 일 때, $g'(\sqrt{e})$ 의 값은?

- ① $-5\sqrt{e}$ ② $-4\sqrt{e}$ ③ $-3\sqrt{e}$
- ④ $-2\sqrt{e}$ ⑤ $-\sqrt{e}$

3. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = \frac{1}{x^2 + a}$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5g(f(x)) - 1}{x - 1} = b$$

일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $a > 0$ 이다.)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

4. 함수 $f(x) = x^3 + 2x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수가 $g(e^{2x})$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

5. 함수 $f(x) = \frac{ax}{x^2+b}$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h)}{h} = \{f(1)\}^2$$

을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $a \neq 0, b \neq -1$ 이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

6. 매개변수 $t(0 < t < 4)$ 로 나타낸 곡선

$$x = 3 + \ln \frac{2}{4-t}, \quad y = 1 + t^2$$

에 접하고 기울기가 m 인 직선의 개수가 1일 때, 이 직선이 곡선과 접하는 점의 좌표를 (a, b) 라 하자. $m+a+b$ 의 값을 구하시오.

7. 곡선 $e^{2x} - ke^{x+y} + y^2 = -4$ 가 x 축과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고, 곡선 위의 두 점 P, Q에서의 접선의 기울기의 차이가 $\frac{6}{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k > 4$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = ax \tan x$ 의 역함수를

$$g(x)$$
라 하자. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2g(x) - x}{2x - \pi} = b$ 일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 상수이고, $a > 0$ 이다.)

- ① $-\frac{4\pi}{1+\pi}$ ② $-\frac{4\pi}{2+\pi}$ ③ $-\frac{2\pi}{1+\pi}$
 ④ $-\frac{2\pi}{2+\pi}$ ⑤ $-\frac{\pi}{2+\pi}$

Level 3. 실력완성 (p. 56)

1. 두 함수 $f(x)=e^{|\cos \pi x|}$, $g(x)=ax^3+ax-2a+1$ 에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 열린구간 $(0, 2)$ 에서 미분가능하도록 하는 양수 a 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{12}$
 ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

2. $0 < t < \frac{5}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수

$f(x)=2tx-t\cos x-5\sin x$ 가 있다. x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하면 함수 $g(t)$ 는 열린구간 $(0, \frac{5}{2})$ 에서 미분가능하다.

$g(\alpha)=\frac{\pi}{6}$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times g'(\alpha)$ 의 값은?

- ① $-\frac{7\sqrt{3}}{8}$ ② $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $-\frac{5\sqrt{3}}{8}$
 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$

3. 함수 $f(x)=e^{ax}-e^{-ax}$ ($a < 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 등식

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)+g(x)}{(x-b)g\left(x-\frac{3}{2}\right)} = -\frac{4a^3+a}{2f''\left(\frac{3}{2}\right)}$$

를 만족시키는 실수 b 가 존재할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}\ln 2$ ② $-\frac{4}{3}\ln 2$ ③ $-\ln 2$
 ④ $-\frac{2}{3}\ln 2$ ⑤ $-\frac{1}{3}\ln 2$

접선의 방정식 (p. 59)

예제

1. 곡선 $y = 2x + \tan x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)에 접하고 기울기가 4인 직선의 y 절편은?

- ① $2 - 2\pi$ ② $2 - \pi$ ③ $1 - \pi$
 ④ $1 - \frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$

유제

2. 원점에서 곡선 $y = \frac{e^x}{x}$ 에 그은 접선의 기울기는?

- ① $\frac{e^2}{5}$ ② $\frac{e^2}{4}$ ③ $\frac{e^2}{3}$
 ④ $\frac{e^2}{2}$ ⑤ e^2

3. 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타낸 곡선

$$x = \frac{6}{t+1}, \quad y = t^3 \ln t + 2t$$

에 대하여 $t=1$ 에 대응하는 점에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

극대와 극소 (p. 61)

예제

4. 함수 $f(x) = x - \frac{4}{x} + a \ln x$ 가 $x=1$ 에서 극댓값을 가질 때,
함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.)
- ① $3 - 10 \ln 2$ ② $3 - 9 \ln 2$ ③ $3 - 8 \ln 2$
④ $3 - 7 \ln 2$ ⑤ $3 - 6 \ln 2$

유제

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 6x + a)e^x$ 의 역함수가 존재하도록 하는
실수 a 의 최솟값을 구하시오.

6. 곡선 $y = \frac{3x}{x^2 + 2}$ 의 변곡점이 모두 직선 $y = mx$ 위에 있을 때,
상수 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

함수의 그래프 (p. 63)

예제

7. 함수 $f(x) = \frac{k \ln x^2}{x}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 4$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 양수 k 의 값은?
(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$)

- ① $\frac{1}{2e}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1
④ e ⑤ $2e$

유제

8. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 함수 $y = \cos x + x \sin x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은?

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0
④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

9. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = (x-a)e^{-ax}$ 이 $x = \frac{5}{2}$ 일 때 최댓값 M 을 갖는다. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 양수일 때, $a \times M$ 의 값은? (단, a 는 0 이 아닌 상수이다.)

- ① e^{-1} ② $e^{-\frac{5}{4}}$ ③ $e^{-\frac{5}{3}}$
④ $e^{-\frac{5}{2}}$ ⑤ e^{-5}

방정식에의 활용 (p. 65)

예제

10. 두 곡선 $y = x^2 + 3ax$, $y = 2a^2 \ln x$ 가 교점을 갖기 위한 양수 a 의 최솟값은?

- ① $2e^{\frac{1}{8}}$ ② $2e^{\frac{3}{8}}$ ③ $2e^{\frac{5}{8}}$
 ④ $2e^{\frac{7}{8}}$ ⑤ $2e^{\frac{9}{8}}$

유제

11. 방정식 $(x-a)^2 = 4e^{x-7}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x} = 0$)

12. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $3 \tan x \geq 4x + a$ 가 성립하도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

- ① $\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ② $\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ③ $\sqrt{3} - \pi$
 ④ $\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

속도와 가속도 (p. 67)

예제

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가 두 양의 상수 a, b 에 대하여

$$x = e^{a(t-2)}, y = be^{t-2}$$

이다. 시간 $t=3$ 에서의 점 P의 속력과 가속도의 크기가 모두 $4e$ 일 때, ab 의 값은?

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
 ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

유제

14. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = a \ln t, y = t + \frac{b}{t}$$

이다. 시간 $t=2$ 에서의 점 P의 속도가 (b, a) 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = e^t - 4t, y = -e^t + 1$$

일 때, 점 P의 속력의 최솟값은?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

Level 1. 기초연습 (p. 66~67)

1. 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y = (x+2)e^x$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $0 \leq a < b \leq 2\pi$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = (1 + \sin x)\cos x$$

가 열린구간 (a, b) 에서 증가할 때, $b-a$ 의 최댓값은?

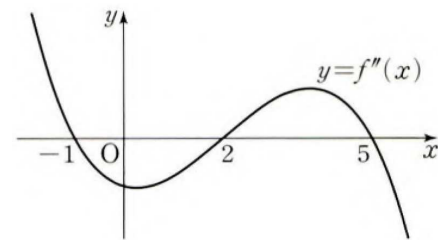
- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{6}\pi$
 ④ π ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

3. 함수 $f(x) = |x^2 - 3|e^{-x}$ 의 모든 극댓값의 곱은?

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x} = 0$)

- ① $\frac{10}{e^2}$ ② $\frac{12}{e^2}$ ③ $\frac{14}{e^2}$
 ④ $\frac{16}{e^2}$ ⑤ $\frac{18}{e^2}$

4. 실수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = f''(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

- ㄱ. 점 $(-1, f(-1))$ 은 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이다.
- ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 는 열린구간 $(2, 5)$ 에서 위로 볼록하다.
- ㄷ. $f'(0) = 0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 닫힌구간 $[a, a+6]$ 에서 함수 $f(x) = \frac{8x}{x^2 - 2x + 9}$ 의 최댓값이 2, 최솟값이 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오.

7. 모든 양의 실수 x 에 대하여 부등식 $\ln 2x \leq \frac{x}{e^2} + k$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은?

- ① $1 + \ln 2$ ② $1 + 2\ln 2$ ③ $2 + \ln 2$
 ④ $2 + 2\ln 2$ ⑤ $3 + \ln 2$

6. 함수 $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$)

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=e$ 에서 극솟값을 갖는다.
 ㄴ. 점 $(e^2, \frac{e^2}{2})$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.
 ㄷ. 방정식 $|f(x)| = \frac{3}{2}e$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t (0 \leq t \leq \frac{\pi}{4})$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sqrt{2} \cos 2t + 2, \quad y = \sqrt{3} \sin 2t - \cos 2t$$

이다. 시각 $t=a$ 에서 점 P 가 x 축 위에 있을 때, 시각 $t=a$ 에서의 점 P 의 속력은? (단, $0 < a < \frac{\pi}{4}$)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{14}$ ③ 4
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

Level 2. 기본연습 (p. 68~69)

1. 두 함수 $f(x)=2\ln(x+a)$, $g(x)=b\left(x+6+\frac{8}{x}\right)$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 가 x 축 위의 한 점 P에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 P에서의 접선이 일치할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고, $b > 0$ 이다.)

2. 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x)=a^2\sin x+a\cos x+2x$ 가 $x=k$ 와 $x=\frac{3}{2}\pi$ 에서 극값을 갖는다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 m 이라 할 때, $m+ak$ 의 값은? (단, a 는 상수이고, $k \neq \frac{3}{2}\pi$ 이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 곡선 $y=(\ln 2x)^2+3$ 의 변곡점을 P라 하자. 곡선 위의 점 P에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{2}{e}$ ② $\frac{4}{e}$ ③ $\frac{6}{e}$
 ④ $\frac{8}{e}$ ⑤ $\frac{10}{e}$

4. 함수 $f(x)=(x^2+a)e^x$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

—<보 기>—

ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖기 위한 a 의 값의 범위는 $a < 1$ 이다.

ㄴ. 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이 존재하면 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.

ㄷ. $a > 0$ 일 때, 함수 $\frac{1}{f(x)}$ 이 극댓값 M , 극솟값 m 을 가지면 $M \times m > \frac{e^2}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = \ln(1+e^x) - tx$ 의 극값을 $g(t)$ 라 할 때, $g(t)$ 의 최댓값은?

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$
 ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

6. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos^2 x + 7\cos x$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선 중 y 절편이 최대인 직선이 곡선과 접하는 점을 P라 할 때, 점 P의 y 좌표는?

- ① $\frac{21}{16}$ ② $\frac{23}{16}$ ③ $\frac{25}{16}$
 ④ $\frac{27}{16}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

7. $\frac{2}{e} \leq x \leq 2e^2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$ax \leq \ln \frac{x}{2} \leq bx$$

가 성립할 때, $b-a$ 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① $\frac{e+1}{4e}$ ② $\frac{e+1}{2e}$ ③ $\frac{e^2+1}{4e}$
 ④ $\frac{e^2+1}{2e}$ ⑤ $\frac{e^2+1}{e}$

8. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 < t < 2\pi)$ 에서의 위치 (x, y) 가 양의 상수 a 에 대하여

$$x = t - 2\cos t, \quad y = 1 - a\sin t$$

이다. $0 < t < 2\pi$ 에서 점 P의 가속도의 크기의 최솟값이 $\sqrt{3}$ 일 때, $0 < t < 2\pi$ 에서 점 P의 속력의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 3. 실력완성 (p. 70)

1. 함수 $f(x)=2\sqrt{x}-\ln x$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ 에 대하여 점 A에서의 접선을 l , 점 B에서의 접선을 m 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 두 직선 l, m 이 서로 평행하면 $ab > 4$ 이다.
 ㄴ. $a > 1$ 이면 $0 < (\text{직선 AB 의 기울기}) \leq \frac{1}{4}$ 이다.
 ㄷ. 두 직선 l, m 이 서로 수직이면 $|f'(a)-f'(b)|$ 의 최솟값은 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 자연수 n 과 실수 k 에 대하여 곡선 $y=\ln(n+x)-\ln(n-x)$ 가 직선 $y=kx$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 16$$

이 되도록 하는 모든 k 의 값의 범위가

$p < k \leq q$ 일 때, $70pq$ 의 값을 구하시오.

3. $f(0)=0$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=f'(x)e^{-f(x)}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$)

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) 실수 t 에 대하여 방정식 $|g(x)|=t$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow g(k)^+} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow g(k)^-} h(t)$ 인 모든 양수 k 의 값의 합은 3이다.

[정답표]

3. 여러 가지 함수의 미분

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	81	④	4	③	②	⑤	②	②	①	8
	11번	12번	13번	14번						
	①	⑤	①	②						
Level 1	1번	2번	3번	4번						
	②	④	②	16						
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	③	10	①	⑤	④	3	③	②		
Level 3	1번	2번	3번	4번	5번					
	16	②	③	④	⑤					

4. 여러 가지 미분법

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	④	②	④	⑤	②	②	④	③	⑤	④
	11번	12번	13번	14번	15번					
	③	①	②	②	③					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	⑤	6	②	④	①	②	⑤	②		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	2	②	③	①	②	16	①	⑤		
Level 3	1번	2번	3번							
	②	③	④							

5. 도함수의 활용

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	④	②	6	①	10	②	⑤	②	②	④
	11번	12번	13번	14번	15번					
	5	④	⑤	③	③					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	①	⑤	②	①	4	⑤	①	④		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	9	④	④	③	①	⑤	④	③		
Level 3	1번	2번	3번							
	②	5	4							