

거듭제곱근 (p. 05)

예제

1. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 제곱근 중 실수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } a-12 \text{의 세제곱근 중 실수}\}$$

가 있다. $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

2. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $3-n$ 의 n 제곱근 중 서로 다른 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2)+f(3)+f(4)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{9}{2}$ 의 세제곱근 중 실수인 것을 a , 36의 여섯제곱근 중 양수인 것을 b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

지수가 정수일 때의 지수법칙 (p. 07)

예제

4. $|n| \leq 10$ 인 정수 n 에 대하여

$$(-2)^n \times (-4)^{-2n}$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 n 의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

유제

5. $\sqrt[3]{2} \times 16^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

6. $(3^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}} \times (3^{\sqrt{3}+1})^{-1}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

로그의 정의와 성질 (p. 09)

예제

7. $2^a = \sqrt{\frac{1}{3}}$ 을 만족시키는 실수 a 에 대하여 $a + \frac{1}{2} \log_2 12$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

유제

8. $\log_3 4 + \log_4 16 + \log_3 \frac{1}{12}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 자연수 n 에 대하여 $\log_2 \sqrt[3]{4^n}$ 의 값이 10 이하의 자연수가 되도록 하는 n 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

로그의 밑의 변환 (p. 11)

예제

10. $\log_2 3 \times \left(\log_3 20 - \frac{1}{\log_5 3} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

유제

11. $3\log_2 \sqrt{6} + \log_{\frac{1}{4}} 27$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12. $\sqrt{3} \times 2^{\log_4 3}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 6

상용로그 (p. 13)

예제

13. $\log 2 = a$ 라 할 때, $\log \sqrt{10} + \log_4 50$ 를 a 로 옳게 나타낸 것은?

- ① $\frac{1}{2a}$ ② $\frac{1}{a}$ ③ $\frac{3}{2a}$ ④ $\frac{2}{a}$ ⑤ $\frac{5}{2a}$

유제

14. $\log \sqrt[3]{300}$ 의 값은? (단, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.)

- ① 0.4257 ② 0.5251 ③ 0.6257 ④ 0.7251 ⑤ 0.8257

15. $\log A = 2.3010$, $\log B = 1.7093$ 인 두 양수 A , B 에 대하여
부등식 $(x-A)(x-B) < 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를
구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 5.12 = 0.7093$ 으로 계산한다.)

Level 1. 기초연습 (p. 14~15)

1. $\sqrt[3]{\sqrt{12}+2} \times \sqrt[3]{\sqrt{12}-2}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

2. $9^{\frac{1}{6}} \times \sqrt[3]{\frac{1}{8}+1}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

3. $\sqrt[3]{-24} \times 81^{\frac{1}{6}}$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ -2 ④ 3 ⑤ 6

4. $(\sqrt[6]{27}+1)(9^{\frac{1}{4}}-1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. $(\sqrt{2\sqrt{3}})^{\frac{1}{\sqrt{12}}} \times 2^{-\frac{5}{4}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

6. $\log_3 \sqrt[3]{\frac{9}{8}} + \log_3 2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

7. $(\log_3 6)^2 - (\log_3 2)^2$ 의 값은?

- ① $\log_3 8$ ② $\log_3 10$ ③ $\log_3 12$
④ $\log_3 14$ ⑤ $\log_3 16$

8. $\log_3 2 + \log_3 9 \times \log_3 \frac{1}{\sqrt{6}}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. $(\log_4 3 + \frac{1}{2}) \times \log_6 8$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

10. $6^{\log_3 2} \times (\frac{1}{2})^{\log_3 2}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

Level 2. 기본연습 (p. 16~17)

1. 2 이상 100 이하의 자연수 n 과 2가 아닌 실수 a 에 대하여
2, a 가 어떤 실수의 n 제곱근이기 위한 모든 n 의 개수를 p 라
할 때, $p+a$ 의 값은?

- ① 45 ② 46 ③ 47 ④ 48 ⑤ 49

2. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 $\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{4}$ 가 어떤 자연수 a 의
 n 제곱근이 되도록 하는 n 의 최솟값을 α 라 하고, 이때의 a 의
값을 β 라 하자. $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

3. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{3}x - \frac{2\sqrt{3}}{3} = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

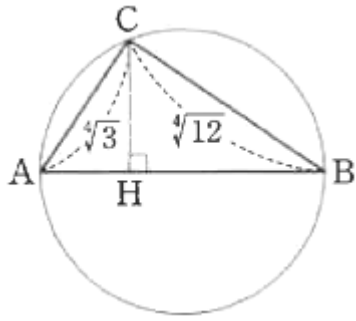
$\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

4. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위에

$$\overline{CA} = \sqrt[3]{3}, \overline{CB} = \sqrt[3]{12}$$

인 점 C를 잡는다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 AH의 길이는?



- ① $\frac{2}{5\sqrt[3]{3}}$ ② $\frac{3}{5\sqrt[3]{3}}$ ③ $\frac{4}{5\sqrt[3]{3}}$
 ④ $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ⑤ $\frac{6}{5\sqrt[3]{3}}$

5. 두 양수 a, b 에 대하여 직선 $y = 2x + 3$ 이 두 점 $A(0, \log_2 ab)$,

$B(1, \log_2 \frac{b}{a})$ 를 지날 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 15 ② $\frac{31}{2}$ ③ 16 ④ $\frac{33}{2}$ ⑤ 17

6. $\log_4 a + \log_4 b = \frac{5}{2}$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b 의

모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

7. 두 직선 $y = (\log_2 3)x$, $y = (\log_9 a)x$ 가 서로 수직이 되도록 하는 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

8. 1이 아닌 두 양수 $a, b (a \neq b)$ 가

$$\log_a b : \log_b a = \log_a ab : 2$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b \frac{1}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

Level 3. 실력완성 (p. 18)

1. 집합 $A_1 = \{64\}$ 이고, 2 이상의 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 은 $a^n \in A_{n-1}$ 을 만족시키는 모든 실수 a 의 값만을 원소로 갖는다. 집합 A_3 의 모든 원소의 곱을 p , 집합 A_5 의 원소의 개수를 q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 다음 조건을 만족시키는 두 정수 $p, q(p < q)$ 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수는?

$$\sqrt[n]{p} \times \sqrt[n]{q} = -\sqrt[3]{2} \text{ 인 자연수 } n(2 \leq n \leq 20) \text{ 이 존재한다.}$$

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. 다음 조건을 만족시키는 500 이하의 두 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

$$\log_{2n} \sqrt{m} + \log_{2n} \sqrt{m+1} \times \log_{m+1} m = \frac{3}{2}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

지수함수의 그래프 (p. 21)

예제

1. 두 함수 $y=a^x$, $y=3x+1$ 의 그래프가 만나는 모든 점의 x 좌표의 합이 1보다 크도록 하는 모든 자연수 $a(a \geq 2)$ 의 값의 합은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

유제

2. 함수 $f(x)=a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)이 $f(1)+f(-1)=\frac{5}{2}$ 를 만족시키고

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=-x+2$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. 직선 $y=mx+k(k > 1)$ 이 두 함수 $y=2^x$, $y=3^x$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 각각 a, b 라 하면 $\{a, b\}=\{1, 2\}$ 이다. 두 상수 m, k 에 대하여 mk 의 값은?
(단, $m \neq 0$)

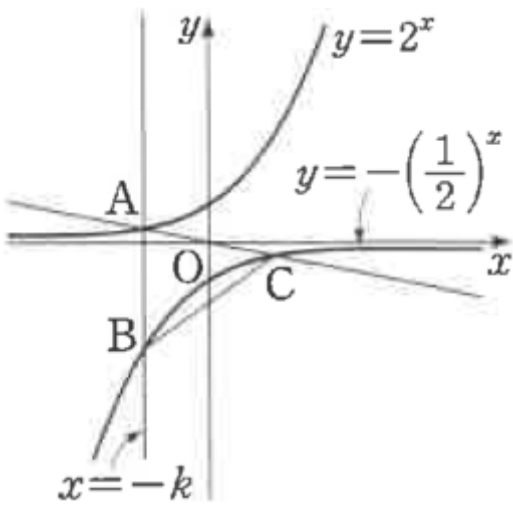
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

지수함수의 그래프의 대칭이동 (p. 23)

예제

4. 직선 $x = -k (k > 0)$ 이 두 함수 $y = 2^x$, $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, O를 지나는 직선이 함수 $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(-1, a)$ 일 때, 상수 a 의 값은?
(단, O는 원점이다.)

- ① $-\frac{5}{3}$ ② -2 ③ $-\frac{7}{3}$
- ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ -3



유제

5. 두 함수 $y = 2^{x+2} + 3$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} + k$ 의 그래프가

제2사분면에서 만나도록 하는 모든 자연수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

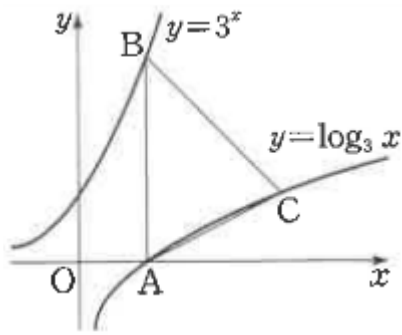
6. 정의역이 $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = -3^x + a$ 의 최솟값은 1이고 최댓값은 b 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

로그함수의 그래프 (p. 25)

예제

7. 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y = 3^x$ 의 그래프와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



유제

8. 함수 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)에 대하여 직선 $y = -x + 2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수가 2이고 $|f(2)| = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

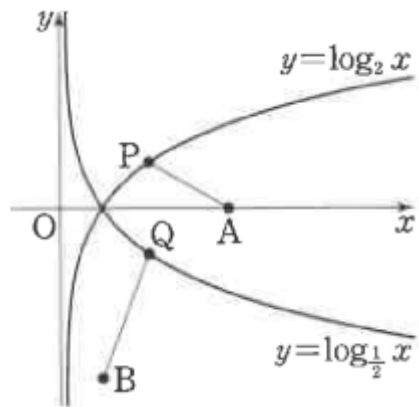
- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

9. 원 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ 이 두 함수 $y = \log_2 x, y = \log_4 x$ 의 그래프와 만나는 네 점의 x 좌표 중 가장 큰 값이 8일 때, $4r^2$ 의 값을 구하시오. (단, r 은 상수이다.)

로그함수의 그래프의 대칭이동 (p. 23)

예제

10. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위를 움직이는 점 $P(a, \log_2 a)$ ($1 < a < 4$)와 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프 위를 움직이는 점 $Q(b, \log_{\frac{1}{2}} b)$ ($1 < b < 4$)가 $\overline{OP} = \overline{OQ}$ 를 만족시킨다. 두 점 $A(4, 0)$, $B(1, -4)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{QB}$ 의 최솟값은?
- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6



유제

11. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프와 함수 $y = \log_3(-x+m)$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나도록 하는 자연수 m 의 최솟값은?
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 정의역이 $\left\{x \mid -4 \leq x \leq -\frac{1}{8}\right\}$ 인 함수 $y = -\log_2(-x) + a$ 의 최댓값은 4이고 최솟값은 b 이다. $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

지수에 미지수를 포함한 부등식 (p. 29)

예제

13. 부등식 $(x-2)(3^{x-3}-26) < x-2$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

유제

14. 함수 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 의 그래프가 원

$x^2 + (y-1)^2 = 1$ 과 만날 때, 부등식 $\log_a(3x+1) \leq \log_a(x+6)$ 을 만족시키는 10 이하의 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.

15. 방정식 $4^{|x-1|} = 2\sqrt{2}$ 를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Level 1. 기초연습 (p. 30~31)

1. 함수 $f(x)=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)에 대하여 $(f \circ f)(0)=\sqrt{2}$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

2. 정의역이 $\{x|0\leq x\leq 1\}$ 인 함수 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)의 치역이 $\{y|\frac{1}{3}\leq y\leq b\}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

3. 함수 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수 $y=4\times 2^{x-1}+3$ 의 그래프와 일치할 때, $a+m+n$ 의 값은?
(단, a, m, n 은 실수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 정의역이 $\{x|-1\leq x\leq 3\}$ 인 함수 $y=-\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}+1$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 함수 $y=2^{x-1}+2$ 의 그래프 위의 점 (a, b) 와 함수 $y=2^{x-1}+2$ 의 그래프의 점근선 사이의 거리가 1일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $y=\frac{2}{3}\log_4\frac{1}{x}$ 의 그래프가 함수 $y=\log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)의 그래프와 일치할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 8

7. 함수 $y=\log_3 x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프가 점 $(4, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수 $y=4^{x-1}+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표는?

- ① $\frac{17}{16}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{19}{16}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{21}{16}$

9. 함수 $y = \log_7(8x-1)$ 의 그래프의 점근선이 함수 $y = \log_{\frac{1}{4}}x$ 의

그래프와 만나는 점의 y 좌표는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

10. 부등식 $\log_2(x+7) < 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ 을 만족시키는 자연수 x 의

최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

Level 2. 기본연습 (p. 32~33)

1. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2^x & (2^x \geq 4^x) \\ 4^x & (2^x < 4^x) \end{cases}$ 에 대하여

$f(a) \times f(-a) = f(0) + 7$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. $y = 2^x + 1$ 의 그래프의 점근선과 함수 $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + a$ 의 그래프

의 점근선 사이의 거리가 3이고, 두 함수 $y = 2^x + 1$,

$y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + a$ 의 그래프가 만날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

3. 정의역이 $\{x|2 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y = a^{x-1} + 2$ ($a > 0, a \neq 1$)의 최솟값이 $\frac{9}{4}$ 이고 최댓값이 b 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

4. 기울기가 -2 인 직선이 두 함수 $y = 3^x, y = 3^{x+2} + 4$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB의 중점의 좌표가 $(2, a)$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

5. 다음 조건을 만족시키는 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여 정의역이 $\{x|-1 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x$ 의 최댓값이 2일 때, 최솟값은?

- (가) 함수 $y = a^x$ 의 그래프와 직선 $y = 2x$ 는 서로 다른 두 점에서 만난다.
(나) 함수 $y = \log_b x$ 의 그래프는 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 와 만나지 않는다.

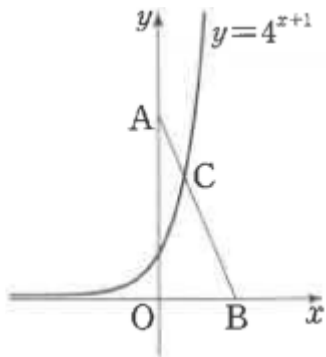
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

6. 함수 $y = -|x| + k$ ($k > 1$)의 그래프가 함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하고, 함수 $y = -|x| + k$ ($k > 1$)의 그래프가 두 함수 $y = \log_2 x, y = \log_2(-x)$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{2}{3}, a\right)$ 일 때, $k+a$ 의 값은?
(단, k, a 는 상수이다.)

- ① $\frac{23}{3}$ ② 8 ③ $\frac{25}{3}$ ④ $\frac{26}{3}$ ⑤ 9

7. 실수 k 에 대하여 직선 $y=k$ 가 두 함수 $y=\log_2 2x$, $y=\log_2(ax+b)$ ($a < 0$)의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고 직선 $y=k$ 가 직선 $x=2$ 와 만나는 점을 R이라 하자. $k \neq 2$ 인 임의의 실수 k 에 대하여 $\overline{PR}=\overline{QR}$ 을 만족시킬 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)
- ① -19 ② -18 ③ -17 ④ -16 ⑤ -15

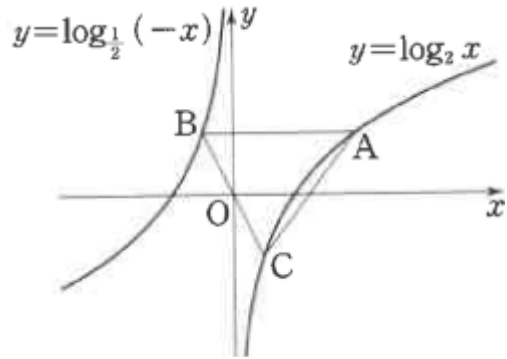
8. 두 점 $A(0, 6\sqrt{2})$, $B(a, 0)$ ($a > 0$)에 대하여 선분 AB가 함수 $y=4^{x+1}$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AC}:\overline{CB}=1:2$ 일 때, 점 C의 x 좌표는? (단, a 는 상수이다.)
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$



Level 3. 실력완성 (p. 34)

1. 원점 O를 지나는 직선 l 이 함수 $y=2^x$ 의 그래프와 서로 다른 두 점 P, Q ($\overline{OP} > \overline{OQ}$)에서 만난다. 직선 l 이 함수 $y=-2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점 중 점 O와 가까운 점을 R이라 하자. $\overline{PQ}:\overline{QR}=3:2$ 일 때, 점 Q의 x 좌표는?
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 제1사분면에 있는 점 A에 대하여 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 의 그래프와 만나는 점을 B, 두 점 O, B를 지나는 직선이 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

3. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |2^{x+3} - 3| & (x \leq 0) \\ 3^{-x+2} - n & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수를 구하시오.

x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 t 가 존재한다.

호도법 (p. 37)

예제

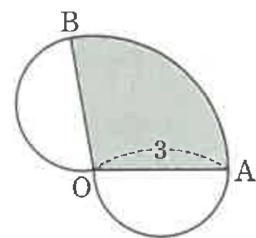
1. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 2인 부채꼴 OAB 에 대하여 호 AB 의 길이를 l , 부채꼴 OAB 의 넓이를 S 라 하자. $S=l^2$ 일 때, 부채꼴 OAB 의 중심각인 $\angle AOB$ 의 크기는? (단, $l > 0$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

유제

2. 중심이 O 인 원 C 위의 점 X 에 대하여 반직선 OX 를 시초선으로 잡을 때, 두 각 $-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{5}$ 가 나타내는 동경이 원 C 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 부채꼴 OAB 의 넓이가 $\frac{33}{5}\pi$ 일 때, 원 C 의 반지름의 길이를 구하시오. (단, 점 X 는 부채꼴 OAB 의 호 AB 위에 있다.)

3. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 부채꼴 OAB 와 두 선분 OA, OB 를 각각 지름으로 하는 반원이 있다. 세 호 OA, OB, AB 로 둘러싸인 도형의 둘레의 길이가 $\frac{14}{3}\pi$ 일 때, 부채꼴 OAB 의 넓이는?



- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π
 ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

삼각함수의 뜻 (p. 39)

예제

4. $m < -1$ 인 음수 m 에 대하여 원 $x^2 + y^2 + 1$ 과 직선 $y = mx$ 가 만나는 점 중 제2사분면 위의 점을 A, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = \frac{1}{m}x$ 가 만나는 점 중 제4사분면 위의 점을 B라 하고, 두 동경 OA, OB가 나타내는 각의 크기를 각각 α, β 라 하자. $\sin \alpha \sin \beta = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ 일 때, 상수 m 의 값은? (단, O는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.)

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ -2
 ④ $-\sqrt{5}$ ⑤ $-\sqrt{6}$

유제

5. $\sin \theta = \frac{3}{5}$ 이고 $\cos \theta + \tan \theta < 0$ 일 때, $\cos \theta - \tan \theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{10}$ ② $-\frac{1}{20}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{20}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

6. $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ 의 값을 구하시오.

삼각함수의 그래프 (p. 41)

예제

7. 자연수 n 에 대하여 $0 < x < n$ 에서 함수 $y = 2 \sin \frac{\pi}{2}x$ 의 그래프가 직선 $y=1$ 과 서로 다른 네 점 A, B, C, D에서만 만난다. 네 점 A, B, C, D의 x 좌표를 각각 p, q, r, s 라 할 때, $\frac{n}{p+q+r+s}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. Mm 의 값은? (단, $p < q < r < s$)
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

유제

8. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $y = a \cos bx + ab$ 의 주기가 π 이고 최댓값이 3일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
9. 함수 $y = a \tan 2x + b$ 의 그래프가 두 점 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right), \left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ 을 지날 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

삼각함수의 성질 (p. 43)

예제

10. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{4}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)<0$ 일 때,
 $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 ④ $\frac{5\sqrt{6}}{8}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

유제

11. $\sin(\pi-\theta)=\frac{3}{5}$ 이고 $\tan\theta<0$ 일 때, $\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

12. x 에 대한 이차방정식

$$x^2+2x\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\tan(\pi+\theta)=0$$

의 두 근을 α, β 라 하자. $(4\alpha-1)(4\beta-1)=1$ 일 때,
 $\tan^2\theta$ 의 값은? (단, θ 는 상수이다.)

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

삼각함수의 활용 (p. 45)

예제

13. $0 \leq x < 2\pi$ 이고 $\cos x \neq 0$ 일 때, 방정식

$$2\sin x - \tan x - 2\cos x + 1 = 0$$

을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합은?

- ① 3π ② $\frac{7}{2}\pi$ ③ 4π
 ④ $\frac{9}{2}\pi$ ⑤ 5π

유제

14. x 에 대한 이차방정식 $2x^2 + (2\sin\theta)x + \sin\theta\cos\theta = 0$ 이 중근을

갖도록 하는 상수 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)에 대하여 $\tan\theta$ 의 값을

구하시오.

15. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 부등식 $\cos^2 x + \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin x > 1 + \sqrt{2}$ 의

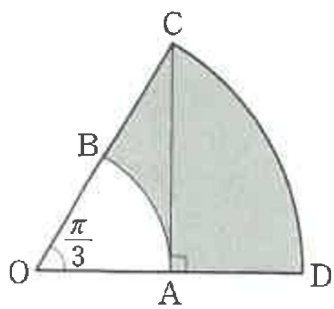
해가 $\alpha < x < \beta$ 이다. $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ π
 ④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

Level 1. 기초연습 (p. 46~47)

1. 두 상수 a, b 에 대하여 $400^\circ = a\pi, 320^\circ = b\pi$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

2. 그림과 같이 중심이 O , 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$, 반지름의 길이가 4인 부채꼴 OAB 가 있다. 점 A 를 지나고 선분 OA 에 수직인 직선이 반직선 OB 와 만나는 점을 C 라 하고, 중심이 O 이고 선분 OC 를 반지름으로 하는 원이 반직선 OA 와 만나는 점을 D 라 할 때, 두 호 AB, CD 와 두 선분 AD, BC 로 둘러싸인 도형의 넓이는?



- ① 6π ② 7π ③ 8π
- ④ 9π ⑤ 10π

3. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 OAB 의 둘레의 길이가 24일 때, 선분 AB 의 길이는?

- ① $12 \sin 1$ ② $12 \cos 1$ ③ $14 \sin 2$
- ④ $14 \cos 2$ ⑤ $16 \sin 1$

4. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{25}{81}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{49}{81}$
- ④ $\frac{64}{81}$ ⑤ 1

5. $\sin \frac{\pi}{6} \times \cos \frac{2}{3}\pi \times \tan \frac{7}{6}\pi$ 의 값은?

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{12}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{12}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

6. 함수 $f(x) = 3 \tan(\pi + 2x) - 1$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2$
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 주기는 π 이다.
 ㄷ. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, -1)$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. $\left\{ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\pi - \frac{\pi}{7}\right) \right\}^2 + \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{7}\right) \right\}^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

8. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 $\sin x > \frac{1}{6}$ 일 때, 방정식

$$\log_2 \sin x + \log_2 (6 \sin x - 1) = 0$$

을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은?

- ① $\frac{\pi^2}{36}$ ② $\frac{\pi^2}{18}$ ③ $\frac{\pi^2}{12}$
 ④ $\frac{\pi^2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}\pi^2$

9. 함수 $f(x) = 2\sin^2 x + \cos x - 1$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

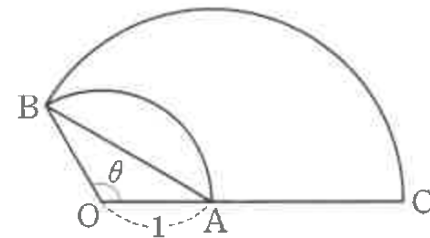
- ① 3 ② $\frac{25}{8}$ ③ $\frac{13}{4}$
- ④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

Level 2. 기본연습 (p. 48~50)

1. 각 $\frac{50}{n}\pi$ 가 제2사분면의 각이 되도록 하는 두 자리의 자연수 n 의 개수는?

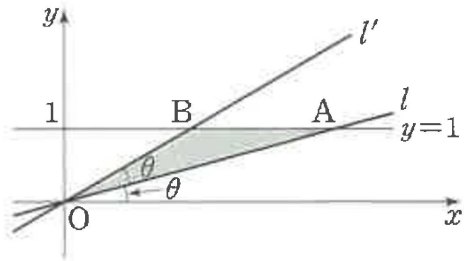
- ① 51 ② 53 ③ 55
- ④ 57 ⑤ 59

2. 그림과 같이 중심이 O, 중심각의 크기가 θ , 반지름의 길이가 1인 부채꼴 OAB에 대하여 반직선 OA 위의 점 C를 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 부채꼴 ACB의 넓이가 $\frac{3}{4}(\pi + \theta)$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)



- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{5}}{4}$

3. 그림과 같이 원점 O 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ , 2θ 인 직선을 각각 l , l' 이라 하고, 직선 $y=1$ 과 두 직선 l , l' 이 만나는 점을 각각 A , B 라 하자. 삼각형 OAB 의 넓이가 1일 때, $\sin 6\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

4. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은?

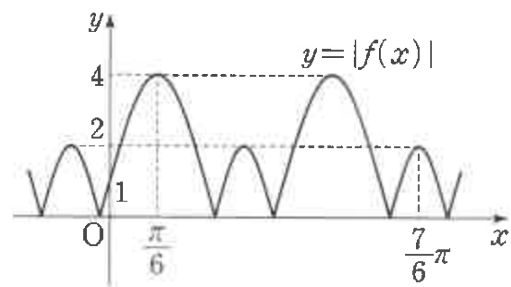
함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{n}x$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+20) = f(x)$ 를 만족시킨다.

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

5. 직선 $x+ny-n=0$ 과 함수 $y = \tan \frac{\pi}{4}x$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은?

- ① 42 ② 46 ③ 50
- ④ 54 ⑤ 58

6. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 가 있다. 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프가 그림과 같이 $|f(0)| = 1$, $|f(\frac{\pi}{6})| = 4$, $|f(\frac{7}{6}\pi)| = 2$ 가 되도록 하는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M-m$ 의 값은?



- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

7. 함수 $f(x) = a \sin b(x + \pi) + c$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 최솟값은?

(가) 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값은 각각 7, -3이다.
 (나) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

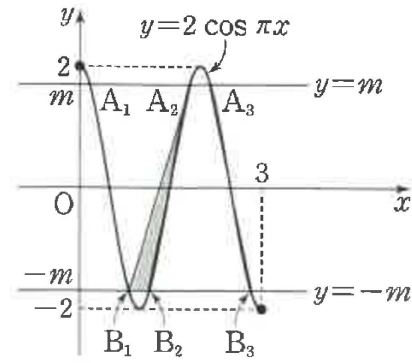
- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

8. $-3 < x \leq 3$ 에서 두 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{3}x$, $g(x) = \sin \frac{5}{3}\pi x$ 의

그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 n 이라 하고,
 이 n 개의 점의 x 좌표의 합을 S 라 할 때, $n \times S$ 의 값은?

- ① 21 ② 24 ③ 27
 ④ 30 ⑤ 33

9. 그림과 같이 $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2 \cos \pi x$ 의 그래프와 직선 $y = m$ ($0 < m < 2$)가 서로 다른 세 점 A_1, A_2, A_3 ($\overline{OA_1} < \overline{OA_2} < \overline{OA_3}$)에서 만나고, 함수 $y = 2 \cos \pi x$ 의 그래프와 직선 $y = -m$ 이 서로 다른 세 점 B_1, B_2, B_3 ($\overline{OB_1} < \overline{OB_2} < \overline{OB_3}$)에서 만난다. 사각형 $A_2B_2B_3A_3$ 의 넓이가 $2\sqrt{3}$ 일 때, 삼각형 $A_2B_1B_2$ 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.)



- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

10. 모든 실수 θ 에 대하여 등식

$$\left| \sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) \right| = \left| \sin\left(\frac{n+2}{3}\pi - \theta\right) \right|$$

가 성립하도록 하는 두 자리의 자연수 n 의 개수를 구하시오.

11. 두 함수 $f(x) = \sin 2x$, $g(x) = \pi \cos x$ 에 대하여

$n\pi < x < (n+1)\pi$ 에서 방정식 $(f \circ g)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합이

$\frac{51}{2}\pi$ 가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오.

12. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^2 + (2\sin\theta)x - \cos^2\theta + 2\sin\theta \geq 0$$

이 성립하도록 하는 θ 의 값의 범위는 $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 이다.

$3(\beta - \alpha)$ 의 값은?

- ① π ② 2π ③ 3π
 ④ 4π ⑤ 5π

Level 3. 실력완성 (p. 51)

1. 양수 a 에 대하여 정의역이 $\{x|0 \leq x \leq 4\}$ 인 함수

$f(x) = a \cos \frac{\pi}{2}x + a$ 가 있다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와

직선 $y = 2a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 8일 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자. $a + S$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

2. 다음 조건을 만족시키는 네 실수 α, β, M, k 에 대하여

$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{k}{M}$ 의 최솟값은?

$0 \leq x \leq \frac{5}{2}\pi$ 에서 함수

$$f(x) = \sin^2 \left(\frac{11}{10}\pi - x \right) + \sin \left(x - \frac{3}{5}\pi \right) + k$$

는 $x = \alpha$ 일 때 최댓값 M 을 갖고, $x = \beta$ 일 때 최솟값 0을 갖는다.

- ① $\frac{5}{7}$ ② $\frac{16}{21}$ ③ $\frac{17}{21}$
 ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{19}{21}$

3. 10보다 작은 두 자연수 a, b 에 대하여 $0 < x < 2\pi$ 에서 함수 $y = a\sin x + b$ 의 그래프가 세 직선 $y=1, y=3, y=5$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p+q+r=3$ 이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 4$ 일 때, $f(x) = \sin \frac{\pi}{2}x$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x), f(x+8) = f(x)$ 이다.

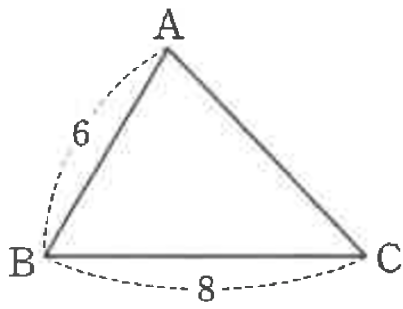
$0 < x < 20$ 일 때, 방정식 $|f(x) + f(x-2)| = 2$ 의 모든 근의 합은?

- ① 41 ② 42 ③ 43
 ④ 44 ⑤ 45

사인법칙 (p. 55)

예제

1. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$ 인 예각삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 18π 일 때, $\frac{\overline{AC}}{\sin(2C+A) \times \sin B}$ 의 값은?



- ① $14\sqrt{2}$ ② $16\sqrt{2}$ ③ $18\sqrt{2}$
 ④ $20\sqrt{2}$ ⑤ $22\sqrt{2}$

유제

2. $\overline{AB}=4$, $\sin(A+B)=\frac{1}{3}$ 인 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.

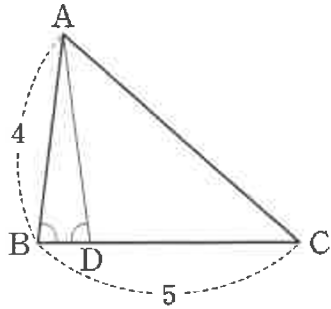
3. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $3(\sin A + \sin B + \sin C)$ 의 값을 구하시오.

- (가) 삼각형 ABC의 둘레의 길이는 10이다.
 (나) 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는 9π 이다.

코사인법칙 (p. 57)

예제

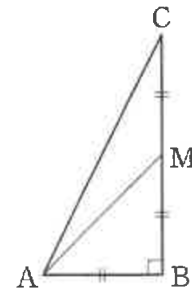
4. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=5$ 이고, $\cos B = \frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위의 점 D에 대하여 $\angle ABD = \angle ADB$ 일 때, $\cos(\angle CAD)$ 의 값은?



- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

유제

5. 그림과 같이 $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이고 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 M이라 하자. $\cos^2(\angle CAM) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



6. 예각삼각형 ABC에 대하여

$$\overline{CA}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + 4\overline{CA}, \quad \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + 8\overline{CA}$$

가 성립할 때, $\frac{\overline{BC} \cos C}{\overline{AB} \cos A}$ 의 값을 구하시오.

삼각형의 모양 (p. 59)

예제

7. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$ 의 값을 구하시오.

- (가) $\sin(B+C) + \sin(A+C) \times \cos(A+B) = 0$
 (나) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{5}{2}$ 이다.

유제

8. 2보다 큰 양수 n 에 대하여 삼각형 ABC가

$$\overline{AB} = n, \overline{BC} = n+2, \overline{CA} = n+4, \angle B = \frac{2}{3}\pi$$

를 만족시킬 때, $14\cos A$ 의 값을 구하시오.

9. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC에 대하여 등식

$$\sin A = k(\sin B - \sin C)$$

가 성립하도록 하는 양수 k 가 존재할 때, k 의 값은?

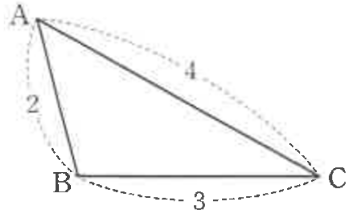
- (가) $\cos A \cos B \cos C = 0$
 (나) $(\cos A - \cos B)(\cos B - \cos C)(\cos C - \cos A) = 0$

- ① $\sqrt{2}-1$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
 ④ 2 ⑤ $\sqrt{2}+1$

삼각형의 넓이 (p. 61)

예제

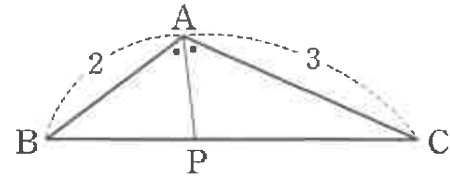
10. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$, $\overline{CA}=4$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원과 내접원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 할 때, $S_1 - S_2$ 의 값은?



- ① $\frac{37}{10}\pi$ ② $\frac{15}{4}\pi$ ③ $\frac{19}{5}\pi$
- ④ $\frac{77}{20}\pi$ ⑤ $\frac{39}{10}\pi$

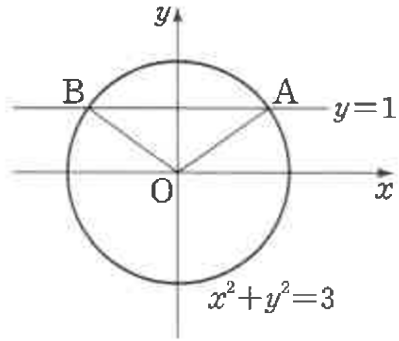
유제

11. $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=3$ 이고 $\angle BAC > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 P라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 일 때, 선분 AP의 길이는?



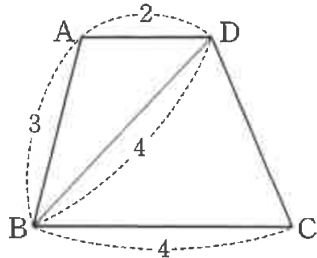
- ① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

5. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=3$ 과 직선 $y=1$ 이 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 A, 제2사분면 위의 점을 B라 할 때, $\sin(\angle AOB)$ 의 값은? (단, O는 원점이고, $0 < \angle AOB < \pi$ 이다.)



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
- ③ $\frac{5\sqrt{2}}{9}$
- ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{9}$

6. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AD}=2$, $\overline{BD}=\overline{BC}=4$ 인 사다리꼴 ABCD가 있다. 선분 CD의 길이는?

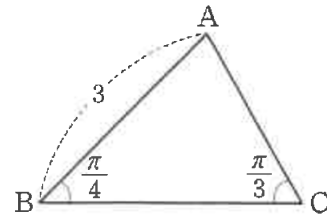


- ① $2\sqrt{2}$
- ② 3
- ③ $\sqrt{10}$
- ④ $\sqrt{11}$
- ⑤ $2\sqrt{3}$

7. $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$ 이고 넓이가 $5\sqrt{3}$ 인 예각삼각형 ABC가 있다. 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, \overline{AH}^2 의 값은?

- ① 14
- ② $\frac{99}{7}$
- ③ $\frac{100}{7}$
- ④ $\frac{101}{7}$
- ⑤ $\frac{102}{7}$

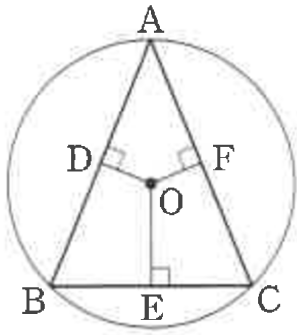
8. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\angle B = \frac{\pi}{4}$, $\angle C = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O라 할 때, 삼각형 OBC의 넓이는?



- ① $\frac{3}{4}$
- ② $\frac{7}{8}$
- ③ 1
- ④ $\frac{9}{8}$
- ⑤ $\frac{5}{4}$

Level 2. 기본연습 (p. 64~66)

1. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC에 대하여 점 O에서 세 선분 AB, BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.
 $\overline{OD} : \overline{OE} : \overline{OF} = 1 : 2 : 1$ 일 때, $\sin^2 A$ 의 값은?



- ① $2\sqrt{3} - \frac{10}{3}$ ② $2\sqrt{3} - \frac{19}{6}$ ③ $2\sqrt{3} - 3$
 ④ $2\sqrt{3} - \frac{17}{6}$ ⑤ $2\sqrt{3} - \frac{8}{3}$

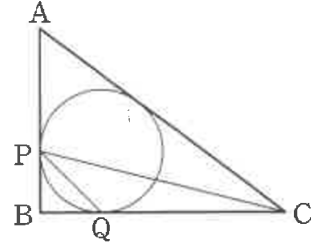
2. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sin A = \cos B$
 (나) $\sin A + \sin B = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 할 때,
 $\frac{\overline{BC} \times \overline{CA}}{R^2}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

3. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=5$ 인 삼각형 ABC의 내접원이 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.
 $\sin(\angle CPQ) \times \sin(\angle QCP)$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{34}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{17}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{34}$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{17}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{34}$

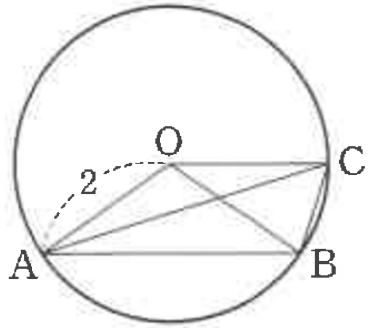
4. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sin A = \sin C$
 (나) $\cos A + 2\cos B = 3\cos C$

삼각형 ABC의 넓이가 12일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는?

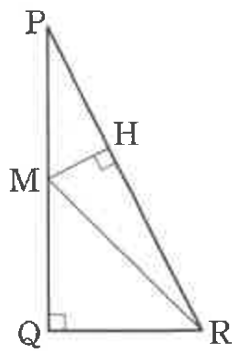
- ① $4\sqrt{3}\pi$ ② $\frac{13\sqrt{3}}{3}\pi$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{3}\pi$
 ④ $5\sqrt{3}\pi$ ⑤ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi$

5. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심이 O인 원 위에 $\overline{AB} < 4$ 인 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 점 O를 지나고 직선 AB와 평행한 직선이 이 원과 만나는 점 중 점 B에 가까운 점을 C라 하자. 점 C를 포함하지 않는 호 AB의 길이가 4일 때, $\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2 \times \overline{BC}^2}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{5} \tan^2 1$ ② $\frac{1}{4} \tan^2 1$ ③ $\frac{1}{3} \tan^2 1$
- ④ $\frac{1}{2} \tan^2 1$ ⑤ $\tan^2 1$

6. 그림과 같이 $\overline{PQ} = 2\overline{QR}$, $\angle Q = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 PQR이 있다. 선분 PQ의 중점 M에서 선분 PR에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 PMR의 외접원의 넓이가 50π 일 때, 선분 MH의 길이는?

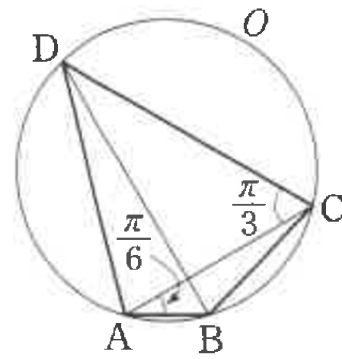


- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

7. 그림과 같이 원 O에 내접하고

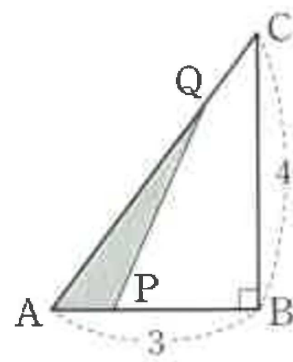
$$\overline{AB} = 2, \angle ACD = \frac{\pi}{3}, \angle CAD = \frac{\pi}{6}$$

인 사각형 ABCD가 있다. 사각형 ABCD의 넓이가 $\frac{21\sqrt{3}}{2}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



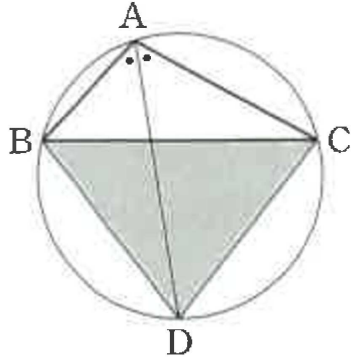
- ① 10π ② 11π ③ 12π ④ 13π ⑤ 14π

8. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB를 $1:m$ 으로 내분하는 점을 P, 선분 CA를 $1:m$ 으로 내분하는 점을 Q라 하자. $\overline{PQ} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ 일 때, 삼각형 APQ의 넓이는? (단, m 은 $m > 0$ 인 상수이다.)



- ① 1 ② $\frac{17}{16}$ ③ $\frac{9}{8}$
- ④ $\frac{19}{16}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

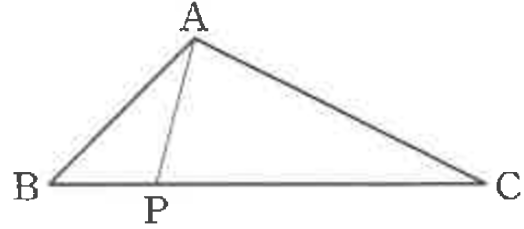
9. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=3$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하자. 삼각형 BDC의 넓이는?



- ① $\sqrt{15}$ ② $\frac{7\sqrt{15}}{6}$ ③ $\frac{4\sqrt{15}}{3}$
 ④ $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{15}}{3}$

Level 3. 실력완성 (p. 67)

1. 그림과 같이 $\overline{BC}=3\sqrt{2}$, $\overline{CA}=\sqrt{10}$, $\cos C=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



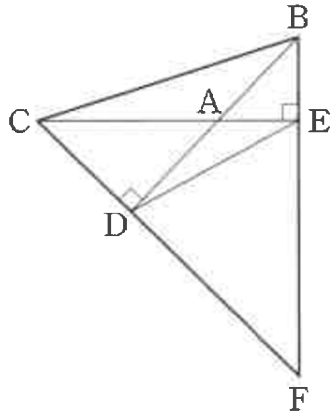
<보 기>

ㄱ. $\overline{AB}=2$
 ㄴ. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는 5π 이다.
 ㄷ. 선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\frac{\overline{BP} \times \overline{CP}}{\sin(\angle PAB) \times \sin(\angle CAP)}$ 의 최솟값은 $2\sqrt{10}$ 이다.
 (단, 점 P는 두 점 B, C와 일치하지 않는다.)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

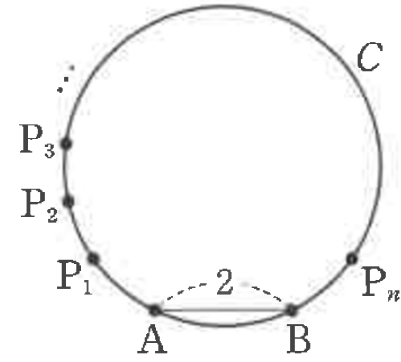
2. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=2\sqrt{2}$ 이고, $\angle CAB > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형

ABC에 대하여 점 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 D, 점 B에서 직선 AC에 내린 수선의 발을 E라고 하고, 두 직선 BE, CD가 만나는 점을 F라 하자. 삼각형 ACD의 외접원과 삼각형 AEB의 외접원이 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리가 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때, 삼각형 DFE의 외접원의 넓이는?



- ① 3π
- ② 4π
- ③ 5π
- ④ 6π
- ⑤ 7π

3. 그림과 같이 반지름의 길이가 3인 원 C 위에 $\overline{AB}=2$ 인 두 점 A, B가 있다. 삼각형 PAB의 넓이가 자연수가 되도록 하는 원 C 위의 서로 다른 점 P의 개수는 n이고, 이러한 n개의 점 P 중에서 점 A에 가장 가까운 점을 P_1 이라 하고, 나머지 $(n-1)$ 개의 점들을 점 P_1 부터 시계방향으로 $P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$ 이라 하자. $(\overline{AP_5} + \overline{AP_6})^2$ 의 값은?



- ① $61 + 40\sqrt{2}$
- ② $62 + 40\sqrt{2}$
- ③ $63 + 40\sqrt{2}$
- ④ $64 + 40\sqrt{2}$
- ⑤ $65 + 40\sqrt{2}$

등차수열의 일반항 (p. 71)

예제

1. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = 0, \quad |a_2| + |a_6| = 12$$

일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

유제

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 + a_6 = 3, \quad a_6 + a_9 = 17$$

을 만족시킬 때, $a_n > 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 41 ② 43 ③ 45 ④ 47 ⑤ 49

3. 다음 조건을 만족시키는 모든 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값의 합을 구하시오.

- (가) 모든 항이 정수이고 공차가 -3 이다.
 (나) $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 20 이다.

등차수열의 합 (p. 73)

예제

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_3 = 9, \quad a_6 + S_9 = 174$$

일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

유제

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_{10} = 8$ 일 때, S_{19} 의 값을 구하시오.

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = -2, \quad a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 105$$

일 때, $a_{10} - a_5$ 의 값은?

- ① 10 ② $\frac{25}{2}$ ③ 15
 ④ $\frac{35}{2}$ ⑤ 20

등비수열의 일반항 (p. 75)

예제

7. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_3 = 12, \quad a_5 = 18$$

일 때, a_9 의 값은?

- ① 162 ② 165 ③ 168
 ④ 171 ⑤ 174

유제

8. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{5a_2}{a_3 + a_4} = 16$ 일 때,

$\frac{a_3}{a_5}$ 의 값은?

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

9. 첫째항이 3이고 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\log_3(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{10})$$

의 값은?

- ① $\frac{61}{2}$ ② 31 ③ $\frac{63}{2}$ ④ 32 ⑤ $\frac{65}{2}$

등비수열의 합 (p. 77)

예제

10. 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$7S_3 = S_9, S_6 = 6$$

일 때, S_{12} 의 값은?

- ① 52 ② 54 ③ 56 ④ 58 ⑤ 60

유제

11. 공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_5 - S_4 = 12, S_8 - S_4 = 180$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오.

12. 첫째항이 1이고 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하고, 수열 $\{|a_n|\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 T_n 이라 하자.

$$S_8 + T_8 = 80$$

일 때, $S_{10} = p + q\sqrt{3}$ 이다. $p - q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 유리수이다.)

Level 1. 기초연습 (p. 78~80)

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = -2$, $a_6 = 7$ 일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_3 = 2, \quad a_5 + a_7 = 34$$

일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

3. 세 수 a , $2a-1$, a^2-6 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 7, \quad a_7 - a_5 = 4$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은?

- ① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = 58, S_{10} = S_{20}$$

일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n = 3n^2 - 2n + 1$$

일 때, $a_1 + a_{10}$ 의 값은?

- ① 51 ② 53 ③ 55 ④ 57 ⑤ 59

7. 공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 2, 3a_1 - a_2 + 3a_3 = a_4$$

를 만족시킬 때, $a_2 + a_3$ 의 값은?

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2 \times 3^{n-1}$$

을 만족시킨다. $a_5 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

9. 양수 a 에 대하여 세 수 $a-1$, $a+3$, $4a+6$ 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$\frac{S_{10}}{S_5} = 10$ 일 때, $\frac{a_{10}}{a_5}$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_6 = 4, S_{12} = 32$$

일 때, S_{18} 의 값은?

- ① 228 ② 232 ③ 236 ④ 240 ⑤ 244

12. $a_4 = 6$, $a_{10} = \frac{2}{3}$ 이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = a_{3n-2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제5항까지의 합은?

- ① $\frac{241}{9}$ ② $\frac{242}{9}$ ③ 27 ④ $\frac{244}{9}$ ⑤ $\frac{245}{9}$

Level 2. 기본연습 (p. 81~83)

1. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 20, |a_{11}| = |a_{21}|$$

일 때, $a_m = -16$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값은?

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

2. 서로 다른 세 실근을 갖는 x 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - (a+1)x^2 + (a-2)x + 2a = 0$$

이 있다. 이 방정식의 세 실근이 크기 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $a_1 + a_2 > a_3$ 이면 $a_4 + a_5 > a_6$ 이다.

ㄴ. $a_1 \neq a_2$ 이면, $a_3a_5 + a_4a_6 \neq a_3a_6 + a_4a_5$ 이다.

ㄷ. $a_2 > a_1$ 이면 $\{a_5\}^2 > a_1a_9$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = (-1)^n(3n-1)$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제20항까지의 합을 구하시오.

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_9 < 0, a_2 + a_{10} > 0$$

일 때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. $a_1 = -1$ 이고 공차가 $d(d > 0)$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = (a_{n+2})^2 - (a_n)^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 하고, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_{10} = 1860$ 일 때, d 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{n+2} - S_n = 112 - 16n$$

이 성립할 때, $S_p = S_q$ 를 만족시키는 서로 다른 두 자연수 p, q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수는? (단, $p < q$)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. $a_1 = a_2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{2n+1} - S_{2n} = 5n - 1, \quad S_{2n} - S_{2n-1} = -4n + 3$$

이 성립할 때, $S_k < 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은?

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

9. 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $2, a, b$ 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 세 수 $a, b, 12$ 는 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_4 = 0, \quad a_4 + a_5 = 8$$

이다. 세 수 a_p, a_{p+2}, a_{p+q} 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 두 자연수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은? (단, $q > 2$)

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. $a_1 > 0$ 이고 공비가 실수 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_3 a_6 > 0$
 (나) $a_2 - a_3 + a_4 - a_5 > 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- <보 기>
- ㄱ. $r > 0$
 ㄴ. $a_2 a_6 > a_3 a_4$
 ㄷ. 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} < a_n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_3}{a_4} + \frac{a_5}{a_4} + \frac{a_5}{a_6} + \frac{a_7}{a_6} = 10$$

이고 $a_4 = 2$ 일 때, $S_n > 3^{10}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

Level 3. 실력완성 (p. 84)

1. 모든 항이 0이 아니고 공차가 음수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫번째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하고, 수열 $\{S_n\}$ 의 각 항을 큰 수부터 다시 차례로 나열한 수열을 $\{M_n\}$ 이라 하자.

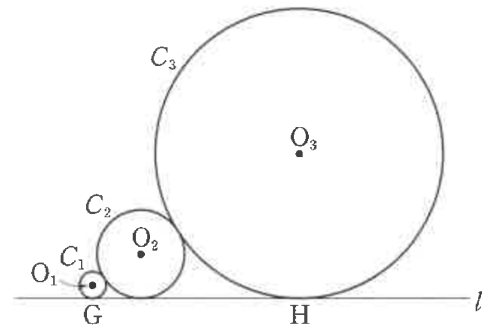
$$M_1 - M_2 = 2, \quad M_2 - M_3 = 1$$

이고, $S_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값이 21일 때, a_1 의 값을 구하시오.

2. 중심이 각각 점 O_1 , 점 O_2 , 점 O_3 이고 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2, r_3 인 세 원 C_1, C_2, C_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{O_1O_2} = r_1 + r_2, \quad \overline{O_2O_3} = r_2 + r_3, \quad \overline{O_1O_3} = r_1 + 2r_2 + r_3$
- (나) 세 수 r_1, r_2, r_3 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
- (다) 세 원 C_1, C_2, C_3 에 모두 접하는 직선 l 이 존재한다.

두 원 C_1, C_3 이 직선 l 과 접하는 점을 각각 G, H라 하자. $r_1 = 1, \overline{GH} = 20$ 일 때, 세 원 C_1, C_2, C_3 의 넓이의 합은?

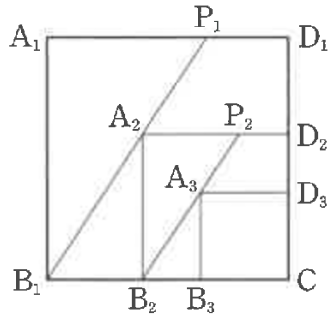


- ① 271π
- ② 273π
- ③ 275π
- ④ 277π
- ⑤ 279π

3. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 $A_1B_1CD_1$ 에 대하여 선분 A_1D_1 을 2:1로 내분하는 점을 P_1 이라 하고, 선분 P_1B_1 위의 점 A_2 , 선분 B_1C 위의 점 B_2 , 선분 CD_1 위의 점 D_2 를 사각형 $A_2B_2CD_2$ 가 정사각형이 되도록 잡는다. 또 선분 A_2D_2 를 2:1로 내분하는 점을 P_2 라 하고, 선분 P_2B_2 위의 점 A_3 , 선분 B_2C 위의 점 B_3 , 선분 CD_2 위의 점 D_3 을 사각형 $A_3B_3CD_3$ 이 정사각형이 되도록 잡는다. 이와 같은 과정을 계속할 때, 사각형 $A_nB_nCD_n$ 의 둘레의 길이를 a_n 이라 하자.

$a_5 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



합의 기호 \sum (p. 87)

예제

1. $a_1 = 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n - 1) = 5, \quad \sum_{n=1}^9 (a_{n+1} - 2a_n) = 10$$

일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

유제

2. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 7, \quad \sum_{n=1}^{10} (b_n + 1) = 4$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 8, \quad \sum_{n=1}^8 (a_n + a_{n+2}) = 10$ 일 때,

$\sum_{n=2}^7 a_{n+1}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

자연수의 거듭제곱의 합 (p. 89)

예제

4. $\sum_{k=1}^8 \frac{k^3+2k}{k+1} - \sum_{k=2}^8 \frac{2k-3}{k} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

유제

5. $\sum_{k=1}^{10} (k+2)^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2$ 의 값은?

- ① 260 ② 270 ③ 280 ④ 290 ⑤ 300

6. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^7 (a_n)^2$ 의 값을 구하시오.

일반항이 분수 꼴인 수열의 합 (p. 91)

예제

7. 첫째항이 3인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{a_k}{k} - \frac{a_{k+1}}{k+1} \right) = -n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^8 \frac{180}{a_n}$ 의 값은?

- ① 112 ② 114 ③ 116 ④ 118 ⑤ 120

유제

8. $\sum_{n=1}^9 \frac{4n^2 + 8n + 10}{4n^2 + 8n + 3}$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

9. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{\sqrt{4n+1} + \sqrt{4n-3}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

등차수열과 등비수열의 귀납적 정의 (p. 93)

예제

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$$

를 만족시킨다.

$$a_2 + a_4 = 100, \quad a_2 - a_4 = 4$$

일 때, $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

유제

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + 4$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{11} a_n = 110$ 일 때, a_{20} 의 값은?

- ① 62 ② 64 ③ 66 ④ 68 ⑤ 70

12. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1})^2 = a_n a_{n+2}$$

를 만족시키고, $a_3 = 1$, $a_5 + a_7 = 20$ 이다. $\sum_{n=1}^9 a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

귀납적으로 정의된 수열 (p. 95)

예제

13. $a_1 = 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 1) \\ -a_n + 3 & (a_n < 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값은?

- ① 52 ② 54 ③ 56 ④ 58 ⑤ 60

유제

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1})^2 + a_{n+1} = (a_n)^2 + a_n, \quad a_n \neq a_{n+1}$$

을 만족시킨다. $a_1 = -5$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$ 의 값은?

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

수학적 귀납법 (p. 96~97)

예제

15. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3^{k-1}(4k-4)}{4k^2-1} = \frac{3^n}{2n+1} - 1 \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= \frac{1 \times 0}{3} = 0$, (우변) $= \frac{3}{3} - 1 = 0$
 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{3^{k-1}(4k-4)}{4k^2-1} = \frac{3^m}{2m+1} - 1$$

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{3^{k-1}(4k-4)}{4k^2-1} &= \frac{3^m}{2m+1} - 1 + \boxed{(가)} \\ &= \frac{3^m \times \boxed{(나)}}{4m^2 + 8m + 3} - 1 \\ &= \frac{3^{m+1}}{2m+3} - 1 \end{aligned}$$

즉, $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(3) \times g(10)$ 의 값은?

- ① 321 ② 324 ③ 327 ④ 330 ⑤ 333

유제

16. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$na_{n+1} = (n+2)a_n$$

을 만족시킨다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = n(n+1) \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= a_1 = 2$,
 (우변) $= 1 \times 2 = 2$ 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_k = k(k+1)$$

이고, $a_{k+1} = \boxed{(가)} \times a_k$ 이므로

$$a_{k+1} = \boxed{(나)}$$

즉, $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(6) \times g(10)$ 의 값은?

- ① 172 ② 176 ③ 180 ④ 184 ⑤ 188

Level 1. 기초연습 (p. 98~99)

1. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + 3) - \sum_{n=1}^9 (a_{n+1} - 2) = 50$$

일 때, a_1 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 첫째항이 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_{n+2} - a_n) = 30$$

일 때, $\sum_{n=1}^5 a_{2n-1}$ 의 값은?

- ① 51 ② 53 ③ 55 ④ 57 ⑤ 59

3. 자연수 n 에 대하여 집합

$$A_n = \{x \mid n^2 + 1 < x \leq 2n^2 + 3n - 3, x \text{는 자연수}\}$$

의 원소의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} \frac{a_{2n}}{n+2}$ 의 값은?

- ① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

4. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식 $2x^2 - 8x + n = 0$ 의

서로 다른 실근의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{100} a_n$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

5. $\sum_{n=1}^6 (2n^2 - an) = 168$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^{16} \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_n}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

7. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1})^2 = a_n a_{n+2}$$

를 만족시킨다. $a_7 = 3(a_4)^2$ 일 때, a_1 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 10 & (a_n \geq 0) \\ -a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_1 = 4$ 일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

Level 2. 기본연습 (p. 100~101)

1. 자연수 m 에 대하여 $a_m = \sum_{k=1}^m k$ 일 때, $\sum_{m=1}^n \frac{a_m}{m+1} \geq 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?
 ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

2. $a_1 > 0$ 이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{5}{48}$$

일 때, a_1 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=x+n$ 이 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 2$ 의 그래프와 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 각각 α_n, β_n 이라 하자. $\sum_{n=4}^{11} \frac{1}{\alpha_n^2 \beta_n + \alpha_n \beta_n^2} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

4. $a_1 = 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n+1} - a_{2n-1} = 6, \quad a_{2n-1} + a_{2n} = 5$$

를 만족시킬 때, $a_{15} + \sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값은?

- ① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 3a_{n-1} & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+3} = 10$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^3 a_n = 5$ 일 때, $\sum_{n=1}^9 a_n$ 의 값을 구하시오.

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_5 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

(가) $a_1 = 4$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1} - a_n| = 3n - 2$ 이다.

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

8. 모든 항이 양수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 \times a_3 \times a_4$ 의 최댓값은?

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n \times a_{n+1} \times a_{n+2} = a_2 \times a_3 \times a_4$$

이다.

(나) $a_1 = 2$, $\sum_{n=1}^{100} a_n = 233$

- ① 11 ② $\frac{23}{2}$ ③ 12 ④ $\frac{25}{2}$ ⑤ 13

Level 3. 실력완성 (p. 102)

1. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 값의 합은?

(가) $a_8 = 2$ 이고, 모든 항이 30 이하의 자연수이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 4 & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_n & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

2. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n a_{n+1} = \sum_{k=1}^n a_k$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

—<보 기>—

ㄱ. $a_2 = 1$

ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+2} = a_n + 2$ 이다.

ㄷ. $a_1 = 3$ 이면 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 40$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,
모든 자연수 n 에 대하여

$$(2n-1)a_n + 2S_n = 2$$

가 성립한다. $\frac{a_1 a_5}{a_{10}} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[정답표]

1. 지수와 로그

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	④	③	③	③	②	⑤	②	④	⑤	④
	11번	12번	13번	14번	15번					
	⑤	③	②	⑤	148					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	④	④	①	④	②	②	③	②	③	④
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	④	⑤	③	④	④	②	③	③		
Level 3	1번	2번	3번							
	①	②	③							

2. 지수함수와 로그함수

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	①	①	②	④	③	17	③	205	③	③
	11번	12번	13번	14번	15번					
	③	③	②	52	④					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	③	②	④	②	④	②	④	①	③	②
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	⑤	⑤	②	29	①	④	④	③		
Level 3	1번	2번	3번							
	④	③	8							

3. 삼각함수

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번		
	②	6	④	①	②	4	①	3	12	②		
	11번	12번	13번	14번	15번							
	⑤	②	②	2	①							
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번			
	4	③	①	③	③	③	④	⑤	②			
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	②	③	⑤	④	①	④	②	②	②	30	8	②
Level 3	1번	2번	3번	4번								
	⑤	③	7	⑤								

4. 사인법칙과 코사인법칙

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번
	③	6	5	④	19	2	50	11	⑤	④	②
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	③	②	②	④	④	③	③	①			
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번		
	③	②	③	⑤	②	③	④	③	③		
Level 3	1번	2번	3번								
	⑤	③	④								

5. 등차수열과 등비수열

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	④	④	84	④	152	③	①	③	⑤	⑤	384	242
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	④	②	④	⑤	①	④	②	83	③	④	①	②
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	③	③	⑤	30	③	③	②	①	12	③	③	④
Level 3	1번	2번	3번									
	48	②	449									

6. 수열의 합과 수학적 귀납법

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번		
	④	②	②	536	①	952	③	①	②	④		
	11번	12번	13번	14번	15번	16번						
	③	515	⑤	⑤	②	②						
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번				
	②	③	①	③	②	④	②	①				
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번				
	⑤	④	74	⑤	363	35	②	④				
Level 3	1번	2번	3번									
	③	④	365									