

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

어깨를 펴고 Here we are

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

본체만채! 모의고사

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $3^{\sqrt{2}-1} \times 3^{-\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 에 대하여,
 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

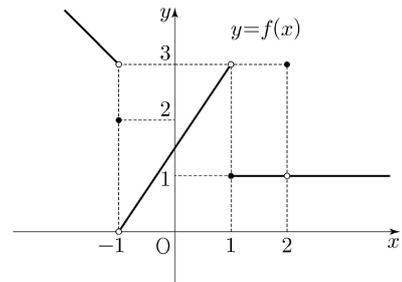
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_7 - a_5 = 9$, $a_5 - a_3 = 3$ 일 때,

a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에 대하여 $\tan(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\frac{12}{5}$ 일 때,

$\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{15}{13}$ ③ $\frac{17}{13}$ ④ $\frac{19}{13}$ ⑤ $\frac{21}{13}$

6. 모든 실수 t 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기가 $-2t+4$ 이다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 5)$ 를 지날 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 첫째항이 5인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 4 & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, 집합 $\{a_k | k \text{는 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합
의 값은? [3점]

- ① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

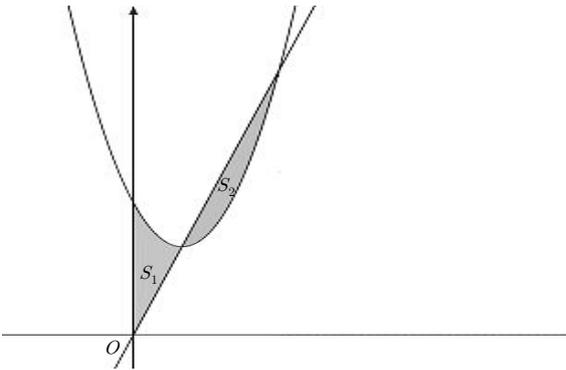
8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t^3 - 12t^2$$

일 때, 시간 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

9. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 12$ 에 대하여, 곡선 $f(x)$ 와 직선 $y = mx$, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , $f(x)$ 와 $y = mx$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라고 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, m 의 값은? [4점]



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(g(x)) = x$ 이다.

(나) $\int_{-1}^2 \{f'(t) + g'(t)\} dt = 6$

$f(1) = 2$ 일 때, $f(3) + g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad a_{2n} = 2a_n$$

$$(나) \quad a_{2n+1} = \frac{1}{2}a_{n+1} + 1$$

$2a_{13} = a_{10} + a_{18}$ 일 때, $a_{24} \times a_{25}$ 의 값은? [4점]

- ① 320 ② 324 ③ 328
 ④ 332 ⑤ 336

12. 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \tan(ax+b)$ 가 다음의 조건을 만족시킬 때, k 의 값은? (단, $\frac{\pi-2b}{2a} \leq k < \frac{3\pi-2b}{2a}$) [4점]

(가) $-\frac{2}{3} \leq x \leq k$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 없고, 최솟값은 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

(나) $k \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 $\sqrt{3}$ 이고, 최솟값은 없다.

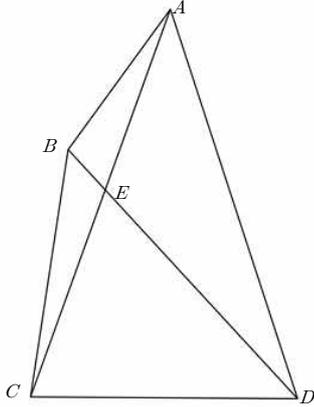
- ① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{14}{9}$ ③ $\frac{7}{27}$
 ④ $\frac{14}{27}$ ⑤ $\frac{14}{81}$

13. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{13}$, $\overline{AD} = 10$ 인 사각형 $ABCD$ 에서 \overline{AC} 와 \overline{BD} 가 만나는 점이 E 이고, E 는 \overline{AC} 의 중점이다. \overline{AC} 와 \overline{BD} 가 이루는 각 중 예각은 θ 이고

$$\overline{AC} = \overline{AD}, \sin\theta = \frac{3}{5}$$

을 만족한다. (단, $\overline{BE} < \overline{AE}$)

사각형 $ABCD$ 의 넓이를 $p+q\sqrt{91}$ 라 할 때 $q-p$ 의 값은? [4점]



- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x^2 - 1|g(x) = (x^2 - 1)(|f(x)| - 3)$$

(나) $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 2이다.

$f(-1)f(1) > 0$ 일 때, $g(2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

15. 실수 k, t 에 대하여 $a_1 = k$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 함수 $f(x) = tx(x+3)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(|a_n| - k)$ 의 n 제곱근 중 음의 실수의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때, 4 이상의 모든 자연수 m 에 대하여 $\sum_{n=2}^m g(2n-1) = 2$ 를 만족시킨다.

(나) $f(|a_n| - k) = 0$ 를 만족시키는 자연수 n 의 개수는 3개이다.

$k \times a_7 \times a_8$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 25 ③ 36 ④ 49 ⑤ 64

단답형

16. $\log(a^2 - 5a + 2) = 0$ 일 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$$

일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=1}^{10} (a_k + k) = 60$, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^2 = 30$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k^2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 실수 t 와 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

x 에 대한 방정식 $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때,
 $g(t)$ 는 $t = 0, \alpha_1, \alpha_2, 3$ 에서만 불연속이다.

$\alpha_1 + \alpha_2$ 의 값을 구하십시오. (단, $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 3$) [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x)}{f(x)+x} = k (k > 0)$

(나) $\lim_{x \rightarrow t} \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{f(x)-2x}$ 의 값이 존재하지 않는 실수 t 는 0뿐이다.

$f(\frac{4}{k})$ 의 값을 구하십시오. [4점]

21. 공차가 자연수이고 모든 항이 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_k = 0, S_{k+2} = 40$$

인 자연수 k 가 존재하고 S_{k+4} 은 32의 배수일 때, $k + a_{k+2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항이 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대해

$f(2x + f'(x)) = t$ 를 만족시키는 x 의 개수를 나타낸 함수를 $g(t)$ 라 하자. $f(x)$ 와 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든 $f(9)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{t \rightarrow p+} g(t) - \lim_{t \rightarrow p-} g(t)$ 의 값이 6이 되는 p 가 존재한다.

(나) $g(f(4)) = g(f(7)) = 4, f(3) = 3$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. ${}_3P_4$ 의 값은? [2점]

- ① 9
- ② 25
- ③ 49
- ④ 81
- ⑤ 121

24. 7개의 문자 a, a, a, a, b, b, c 를 일렬로 나열할 때, b 끼리 이웃하는 경우의 수는? [3점]

- ① 10
- ② 20
- ③ 30
- ④ 40
- ⑤ 50

25. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

(가) $a + b + c + d = 10$

(나) $(a - b)(c - d) = 0$

- ① 28 ② 35 ③ 42 ④ 49 ⑤ 56

26. 음이 아닌 세 정수 a, b, c 에 대하여

$$2^a \times 2^b \times 2^c = 128$$

일 때, 가능한 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [3점]

- ① 36 ② 46 ③ 56 ④ 66 ⑤ 76

27. 원형 탁자에 일정한 간격으로 놓여있는 7개의 의자에 남학생 4명과 여학생 3명이 모두 둘러 앉으려고 한다. 3명의 여학생들 중 2명만 이웃하도록 앉는 경우의 수는? [3점]

- ① 144 ② 216 ③ 324 ④ 432 ⑤ 540

28. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g 를 모두 한번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 임의로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 경우의 수는? [4점]

(가) a 와 b 는 이웃하지 않고, a 와 c 도 이웃하지 않는다.
 (나) a 와 b 사이에는 2개의 알파벳만 있다.

- ① 176 ② 276 ③ 376 ④ 476 ⑤ 576

29. 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
 (나) 치역의 개수는 3 이하이다.
 (다) $f(1) < f(3)$

30. 3명의 학생에게 같은 종류의 초콜릿 5개와 사탕 4개를 준다고 할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 학생 모두 사탕 혹은 초콜릿을 1개 이상 받는다.
 (나) 적어도 두 명의 학생은 초콜릿을 받는다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{27^{n+1} + 9^{n+3}}{3^{3n} + 3^{2n} + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n^2 - 3n < a_n < 2n^2 + 3n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

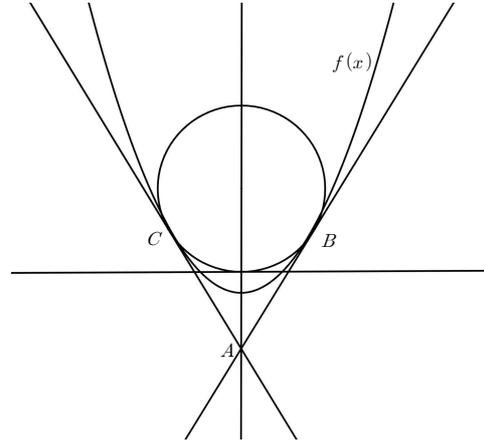
25. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} 3n^2 b_n = 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

26. 점 $A(0, -n)$ 에서 원 $x^2 + (y-n)^2 = n^2$ 에 그은 두 접선과 원이 만나는 점을 B, C라 하자. B, C에서 원과 접하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대해, 곡선 $y = f(x)$ 와 원으로 둘러싸인 도형의 넓이를 a_n 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3}\pi$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{1}{3}\pi$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\pi$

27. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{n+1} - a_n = \frac{a_n}{n}$

을 만족시키고, a_1 은 정수이다. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \sum_{k=1}^4 |x - a_k|$$

로 정의될 때, $f(x)$ 가 최솟값이 되는 실수 x 의 집합을 A 라 하자. A 에 포함되는 정수가 세 개일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은?
[3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

28. 실수 a, t 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - k}{x^{2n} + 1} & (x \neq -1, 1) \\ -k & (x = -1, 1) \end{cases}$$

에 대하여, 곡선 $y = -x^2 + tx + 3$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$h(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속이 되는 a 의 개수가 2개일 때, $f(2k)$ 의 값은? (단, k 는 양수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

29. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

자연수 n 에 대하여

$$|f(x)| = n^3$$

은 서로 다른 다섯 개의 실근을 가지고, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $ f(x) $ 의 모든 극댓값의 합은 $4n^3$ 이다.

(나) $f'(n) = 0$, $f(n)f(2n)f(3n) > 0$
--

방정식 $|f(x)| = n^3$ 의 실근을 작은 것부터 순서대로

a_n, b_n, c_n, d_n, e_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e_n + b_n c_n}{a_n d_n + n^2}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 양수인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 등비수열이다. 수열 $\{c_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$c_n = \begin{cases} \frac{1}{a_n a_{n+1}} & (b_n > 3) \\ b_n & (b_n \leq 3) \end{cases}$$

와 같이 정의할 때, 수열 $\{c_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1}$ 은 수렴하고, 그 값은 10이다.
--

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} c_{2n}$ 은 수렴하고, 그 값은 -32이다.

$c_1 = c_3 = 3$ 일 때, $a_7 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값을 구하시오. (단, b_2 는 정수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 장축의 길이가 5이고 단축의 길이가 4인 타원의 두 초점 사이의 거리는? [2점]

- ① 5
- ② 4
- ③ 3
- ④ 2
- ⑤ 1

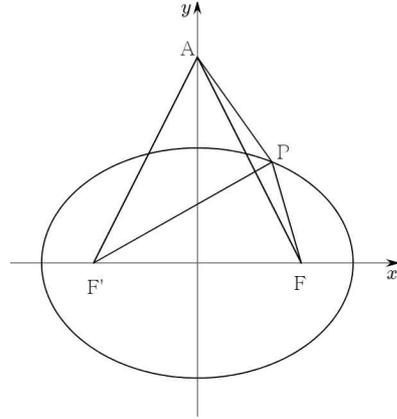
24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ 의 두 점근선의 기울기의 곱은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

25. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 한 점 A에 대하여 직선 AF가 이 포물선과 만나는 점을 B라 하자. $\overline{FA} : \overline{FB} = 4 : 1$ 일 때, \overline{FA} 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

26. 좌표평면 위의 두 점 $F(2,0)$, $F'(-2,0)$ 을 두 초점으로 하고 장축의 길이가 6인 타원이 있다. 점 $A(0,6)$ 와 이 타원 위의 점 P에 대하여 두 삼각형 $F'AP$ 와 FAP 의 둘레의 차가 2일 때, $\overline{PF} \times \overline{PF}'$ 의 값은? [3점]



- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

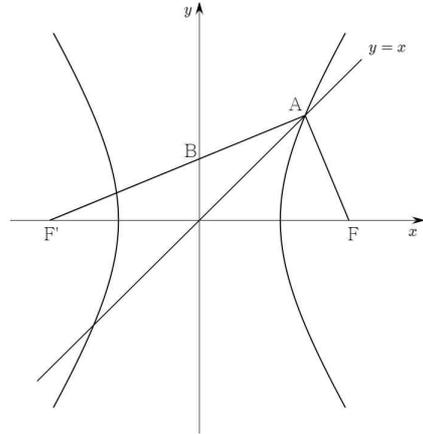
27. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 한 점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H를 지나고 직선 FP와 평행한 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\angle FPQ = \frac{\pi}{2}$ 이다. 삼각형 FPQ의 넓이는? [3점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

28. 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는

쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 직선 $y = x$ 가 만나는 점 중

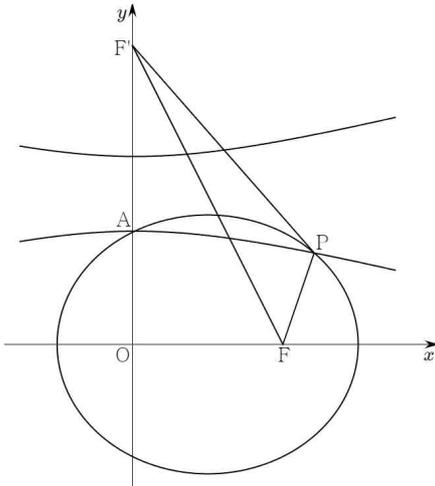
x 좌표가 양수인 점을 A라 하자. 직선 AF' 이 y축과 만나는 점 B에 대하여 $\overline{BF'} = 2$ 이다. b^2 의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $1 + \sqrt{3}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $3 + \sqrt{3}$

단답형

29. 세 점 $A(0, 3)$, $F(c, 0)$, $F'(0, d)$ ($c > 0$, $d > 6$)에 대하여 두 점 O, F 를 초점으로 하는 타원과 두 점 O, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선이 모두 점 A 를 지난다. 이 타원과 쌍곡선이 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P 라 하자. $\overline{FF'} = 4\sqrt{5}$, $\overline{FP} + \overline{PF'} = 10$ 일 때, 이 타원의 단축의 길이를 k 라 하자. $3k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

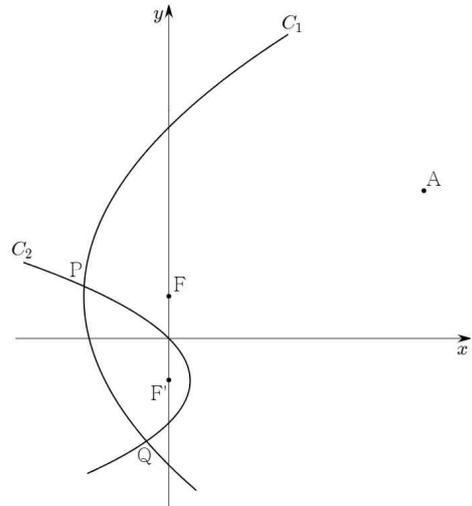


30. $p+q=5$ 를 만족시키는 두 양수 p, q 에 대하여 두 포물선

$$C_1 : (y-2)^2 = 4p(x+p), \quad C_2 : (y+2)^2 = -4q(x+q)$$

의 초점을 각각 F, F' 라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 가 만나는 점을 y 좌표가 큰 순서대로 각각 P, Q 라 하자.

점 $A(12, 7)$ 에 대하여 $\overline{AP} - \overline{PF'}$ 의 최솟값과 $\overline{AQ} - \overline{QF}$ 의 최솟값의 합을 구하시오. [4점]



※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.