

2024학년도 대학수학능력시험 대비 응애 모의고사 1회 문제지

수학 영역

성명		수험 번호											
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

상당히 불어온 바람이 낯은 페이지를 넘기듯

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ **공통과목** 1~8쪽

○ **선택과목**

미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{2^{3+\sqrt{3}}}{2}\right)^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

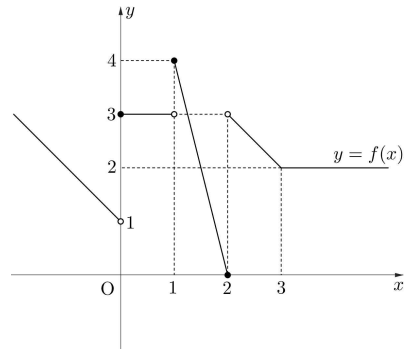
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 3, \quad a_5 + a_6 = 20$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
 ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 다항함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \{f(x) - g(x)\} = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \{f(x) + g(x)\} = 3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \{g(h) + g(-h)\}$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. $6^a = 3^b = 5$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여

$25^{\frac{b-a}{ab}}$ 의 값은? [3점]

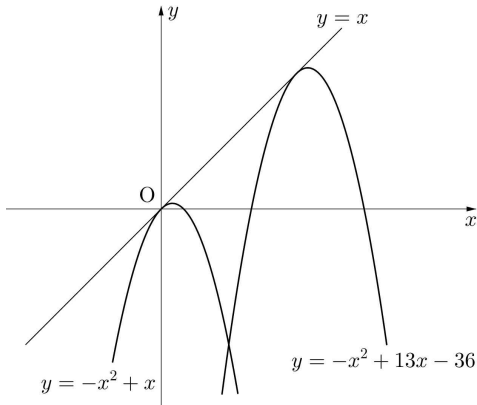
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 두 곡선

$$y = -x^2 + x, \quad y = -x^2 + 13x - 36$$

과 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30



9. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2 의 값은? [4점]

(가) $a_4 = |a_6| + 3$
 (나) $\sum_{k=1}^8 a_k = 32$

- ① $\frac{27}{2}$ ② 15 ③ $\frac{33}{2}$ ④ 18 ⑤ $\frac{39}{2}$

10. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$$

이다. 시각 $t=a$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀔 때, 시각 $t=0$ 부터 시각 $t=a$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 48 ② 45 ③ 42 ④ 39 ⑤ 36

11. 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB를 삼등분하는 두 점 중 점 A에 가까운 점을 D, 점 B에 가까운 점을 E라 하자. 삼각형 ABC와 점 D, E는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 3$

(나) 삼각형 CDE의 외접원의 넓이를 S_1 , 삼각형 BCE의 외접원의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 5 : 9$ 이다.

$\cos(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{15}{2}$

12. 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 원점과 점 $(t, f(t))$ 사이의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 는 $t=0, t=3$ 에서만 최솟값 5를 갖는다.

함수 $y = |f(x)|$ 는 $x = \alpha$ 에서만 미분가능하지 않다. α 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. $a_3 = 7$ 이고 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(3a_{n+1} - a_n)(a_{n+1} - a_n - 4) = 0$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^9 a_k$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① 166 ② 162 ③ 158 ④ 154 ⑤ 150

14. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$|f(x)| = t$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

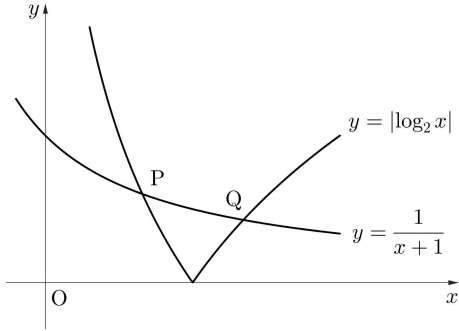
함수 $y = g(t) - g(t - k)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속인 실수 α 의 개수가 5 이하가 되도록 하는 실수 k 의 값을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열하면 k_1, k_2, \dots, k_n (n 은 자연수)이다.

$$\sum_{i=1}^n (k_i)^2$$

의 값은? [4점]

- ① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

15. 그림과 같이 두 함수 $y = |\log_2 x|$, $y = \frac{1}{x+1}$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- ㄱ. $\frac{2}{5} < y_2 < \frac{1}{2}$
 - ㄴ. 직선 PQ의 기울기를 m 이라 하면 $-\frac{1}{3} < m < 4 - 3\sqrt{2}$
 - ㄷ. $y_1 < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} < x_1$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_4 144 - \log_2 3$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_0^2 3x|x-1|dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에서 x 의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$ 의 값이 같게 되도록 하는 상수 a 에 대하여 $30a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 공비가 같은 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 54, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k) = 90$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{20} (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. $0 \leq x < 4$ 에서 $f(x) = x^2 + ax + b$ (단, a, b 는 상수)이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 인 함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$g(x) = \int_0^x \{3f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 최솟값과 최댓값을 모두 가질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 함수

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right), \quad g(x) = \frac{1}{2} \cos kx$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 두 집합

$\{p \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } f(p-x) = f(p+x)\}$ 과
 $\{q \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } g(q-x) = g(q+x)\}$ 는
 서로소가 아니다.

(나) $x = \frac{k\pi}{2}$ 는 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 해가 아니다.

22. 최고차항의 계수가 1이고 원점과 점 $(2, 2)$ 를 지나는
 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 k 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(f(x)) = k\{f(x) - 2\} + 2$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$ 라 하자. 함수 $g(k)$ 가 다음
 조건을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $g(k) = 9$ 를 만족시키는 k 의 값의 범위는
 $-3 < k < 1$ 이다.

(나) $g(1) = 7$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{n^2+4} - n^2)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 함수 $f(x) = (ax^2 + ax + 3)e^x$ 가 극값을 갖도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(미적분)

25. 양수 t 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의
시각 t 에서의 위치가

$$x = \ln t - t^2, \quad y = 2\sqrt{2}t + 1$$

일 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{3}{2} + \ln 2$ ② $3 + \ln 2$ ③ $6 + \ln 2$
 ④ $3 + 2\ln 2$ ⑤ $6 + 2\ln 2$

26. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{8^n}{2^n + 1} \right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k^n}{a_n}$ 의 값이 존재하도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

27. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 부정적분을 $F(x)$ 라 하자. 함수 $F(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

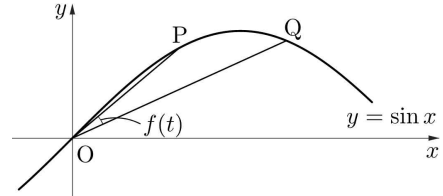
$$F(x) - F(-x) = x$$

를 만족시킬 때, $\int_{-1}^1 x^2 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

28. 그림과 같이 $0 < t < \pi$ 인 t 에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위에 두 점 $P(t, \sin t)$, $Q(2t, \sin 2t)$ 이 있다. 원점 O 에 대하여 두 선분 OP , OQ 가 이루는 각의 크기를 $f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

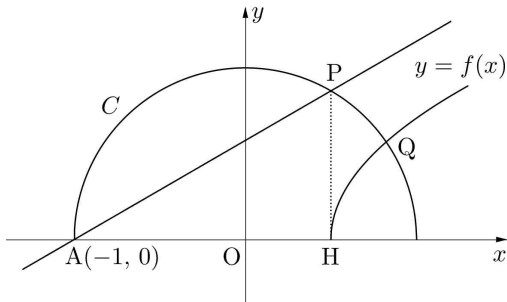
답답형

29. 그림과 같이 기울기가 $\tan t \left(0 < t < \frac{\pi}{2}\right)$ 이고 점

$A(-1, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 $C: y = \sqrt{1-x^2}$ 과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P 라 하고, 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 $H(s, 0)$ 이라 하자. 함수 $f(x) = \sqrt{x-s}$ 의 그래프와 곡선 C 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 점 Q 의 x 좌표를 $g(t)$ 라

하자. $\left\{g'\left(\frac{\pi}{6}\right)\right\}^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x) = |\sin x|$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_0^t |f(x) - f(t)| dx$$

라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 극값을 갖고 $0 < \alpha < 2\pi$ 인 모든 α 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때,

$\frac{1}{\pi} \left\{ \sum_{i=1}^m (i+1)\alpha_i + \lim_{t \rightarrow 2\pi^-} g'(t) \right\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.