15. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

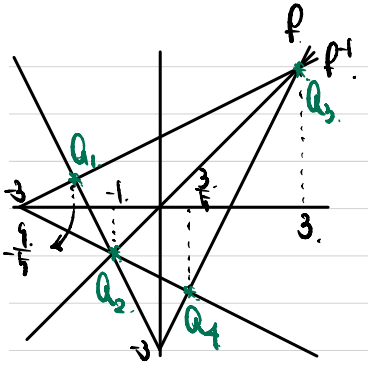
(가) 모든 자연수 n에 대하여

$a_{n+6}=a_n$이고 $a_{n+3}=2|a_n|-3$이다.

(나) $a_1<a_2<a_4<a_3$

$\sum_{k=1}^{35} a_k$의 값은? [4점]

① $\frac{63}{5}$ ② 15 ③ $\frac{67}{5}$ ④ $\frac{69}{5}$ ⑤ $\frac{71}{5}$



$2x-3=x \quad x=3$

$-2x-3=x \quad x=-1$

$2x-3=-\frac{1}{2}(x+3) \quad x=\frac{3}{5}$

$-2x-3=\frac{1}{2}(x+3) \quad x=-\frac{9}{5}$

$a_{6k}=a_{6k+3} \quad a_{6k+2}=a_{6k+5}$

$a_1<0$ 이 $a_4=-2a_1-3>a_1 \quad a_1<-1$ V.

$a_1\geq 0$ 이 $a_4=2a_1-3>a_1 \quad a_1>3$ V.

$a_{n+6}=2|a_{n+3}|-3=a_n$

$f(x):=2|x|-3$ 라고 하면 $f(f(x))=x$, $f(x)=f^{-1}(x)$ 이다.

$\therefore \sum_{k=1}^{35} a_k=6(a_1+\cdots+a_6)-a_6$

$=6\left\{\left(-\frac{9}{5}\right)+(-1)+3+\frac{3}{5}+(-1)+3\right\}-3$

$=\frac{69}{5}$