

최고난도 기출 문제 모의고사  
수학 영역

2024 6월 공통 22번

1. 정수  $a (a \neq 0)$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수  $k$ 의 값의 곱이  $-12$ 가 되도록 하는  $a$ 에 대하여  $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수  $x_1, x_2, x_3$ 이 열린구간  $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

2024 6월 공통 15번

2. 5. 자연수  $k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 10      ② 14      ③ 18      ④ 22      ⑤ 26

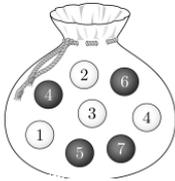
# 수학 영역

2024 6월 확률과 통계 30번

3. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 12를 점수로 얻고, 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 두 공에 적힌 수의 곱을 점수로 얻는다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 24 이하의 짝수일 확률이  $\frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



2020 9월 기형 18번

4. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를  $x$ , 파란색 공의 개수를  $y$ , 노란색 공의 개수를  $z$ 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는  $x, y, z$ 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x=6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y+z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍  $(x, y, z)$ 는  $(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$

이다.

(i)  $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은  $\frac{(\text{가})}{110}$ 이다.

(ii)  $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은  $\frac{(\text{가})}{110}$ 이다.

(iii)  $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서 빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은  $\frac{(\text{나})}{110}$ 이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$$2 \times \frac{(\text{가})}{110} + \frac{(\text{나})}{110}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{13}{110}$     ②  $\frac{27}{220}$     ③  $\frac{7}{55}$     ④  $\frac{29}{220}$     ⑤  $\frac{3}{22}$

정답

1 : 380

2 : ②

3 : 51

4 : ②