

수학 I



.....

01

난이도 ●●○
▶ 6p 3번 변형

자연수 m 에 대하여 $-m^2 + 5m + 14$ 의 네제곱근 중 실수인 것이 존재하지 않을 때, m 의 최솟값을 구하시오.

02

난이도 ●●●●
▶ 7p 7번 변형

$x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$ 에 대하여 $f(f(n))$ 의 값이 1보다 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

03

난이도 ●●○
▶ 8p 11번 변형

두 자연수 m, n 에 대하여 $a = 2^{m+2}, b = 3^{6n+3}$ 일 때, $\log_3(\log_2 a) + \log_3(\log_3 b) = 4$ 가 성립한다. $m + n$ 의 최댓값을 구하시오.

04

난이도 ●●●●
▶ 9p 15번 변형

1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A = \left\{ \log_a b, \frac{1}{\log_4 8}, \frac{1}{2} \log_a a^4 \right\}$$

$$B = \{4, \log_a a^{\frac{2}{3}}, \log_3 a + \log_3 b\}$$

라 하자. $A = B$ 일 때, $\log_a 3 + \log_b 3 = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

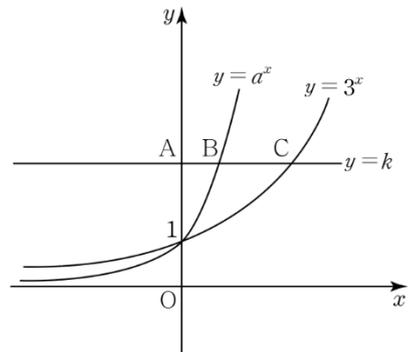
05

난이도 ●●○
▶ 10p 17번 변형

직선 $y = k$ ($k > 1$)이 y 축 및 두 곡선

$y = a^x$ ($a > 3$), $y = 3^x$ 과 만나는 점을 각각

A, B, C 라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 3$ 일 때, 실수 a 의 값을 구하시오.



06

난이도 ●●○
▶ 11p 21번 변형

두 집합

$$A = \left\{ x \mid 3^{x^2-2x+7} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-7x+11}, x \text{는 자연수} \right\},$$

$$B = \left\{ x \mid x = 2^{a^2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{8a-7-k}, a \in A \right\}$$

에 대하여 집합 B 의 모든 원소의 곱이 32일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

07

난이도 ●●○
▶ 12p 23번 변형

$a > 1$ 인 상수 a 와 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 직선 $x = n$ 이 만나는 점을 P_n 이라 하자. 선분 $P_n P_{n+1}$ 을 빗변으로 하고 다른 두 변이 x 축 또는 y 축과 평행한 직각삼각형의 넓이를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(199) = \frac{1}{2}$ 이다. a 의 값을 구하시오.

08

난이도 ●●●
▶ 13p 27번 변형

그림과 같이 1이 아닌 20 이하의 두 자연수

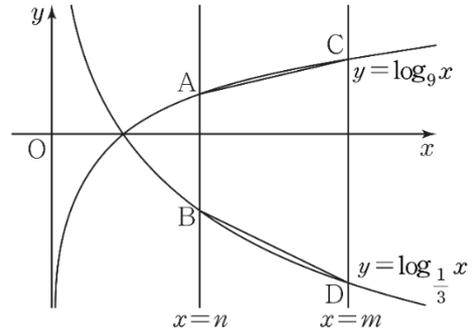
$m, n (m > n)$ 에 대하여 두 곡선

$y = \log_9 x, y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 가 직선 $x = n$ 과 만나는 점을

각각 A, B라 하고 두 곡선 $y = \log_9 x, y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 가

직선 $x = m$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형

ABDC의 넓이가 $\frac{27}{2}$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하시오.



09

난이도 ●●○
▶ 14p 29번 변형

곡선 $y = 2^{x-2} - 2$ 와 기울기가 -1 인 직선 l 이 점

$(6, 14)$ 에서 만난다. 직선 l 과 곡선 $y = \log_2 x$ 가 점

(a, b) 에서 만날 때, $a + 2b$ 의 값을 구하시오.

10

난이도 ●●●
▶ 15p 32번 변형

$0 < a < 1$ 인 상수 a 에 대하여 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} + \log_a(x+3)$$

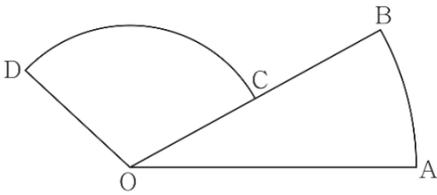
의 최댓값과 최솟값의

합이 $-\frac{15}{32}$ 일 때, $20a$ 의 값을 구하시오.

11

난이도 ●●○
▶ 18p 3번 변형

그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{8}{45}\pi$ 이고 호의 길이가 $\frac{16}{9}\pi$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB의 중점을 C라 할 때, 부채꼴 OAB의 넓이와 부채꼴 OCD의 넓이가 같게 되도록 부채꼴 OCD를 그린다. 부채꼴 OCD의 호 CD의 길이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



12

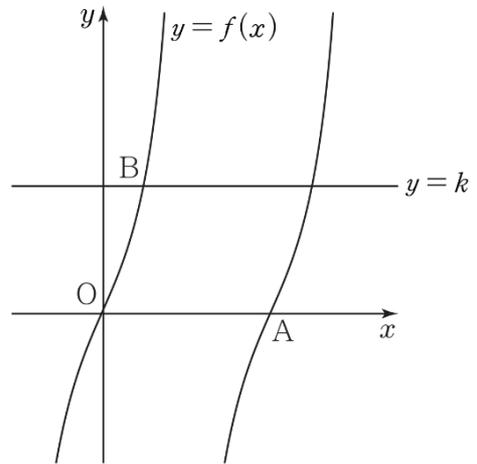
난이도 ●●○
▶ 19p 6번 변형

좌표평면에서 직선 $y = \frac{1}{3}x + 10$ 위의 점 P에 대하여 직선 $y = \frac{1}{3}x + 10$ 과 직선 OP가 서로 수직이다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $-20 \sin \theta \cos \theta$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

13

난이도 ●●○
▶ 20p 9번 변형

두 양수 a, b 에 대하여 주기가 4인 함수 $f(x) = a \tan bx$ 가 있다. $0 < x < 6$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, $0 < x < 4$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = k$ ($k > 0$)과 만나는 점을 B, 동경 OB가 나타내는 각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta = 3$, $\angle BAO = \frac{\pi}{4}$ 일 때, $f(k) + \overline{OB}^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



14

난이도 ●●○
▶ 21p 12번 변형

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$$\cos(2\pi - \theta) + \sin(\pi - \theta) + 2 \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = 2 \cos \theta$$

일 때, $100 \sin \theta \cos \theta$ 의 값을 구하시오.

15

난이도 ●●○
▶ 22p 14번 변형

함수

$$f(x) = \cos(2\pi - x) \cos(\pi + x) - \cos\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) + 5$$

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $2Mm$ 의 값을 구하시오.

16

난이도 ●●○
▶ 23p 18번 변형

$0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + (2\sqrt{2} \sin \theta)x + 3 - 5 \sin \theta = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 모든 θ 의 값의 범위는 $\alpha \leq \theta \leq \beta$

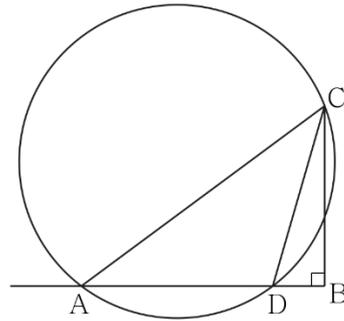
이다. $\beta - \alpha$ 의 값을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오

. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

17

난이도 ●●○
▶ 24p 22번 변형

그림과 같이 $\angle ABC = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 를 3 : 1로 내분하는 점을 D 라 할 때, 삼각형 ADC 의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

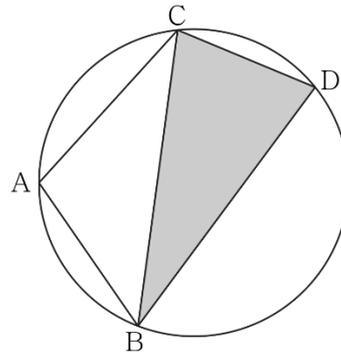


18

난이도 ●●○
▶ 25p 24번 변형

그림과 같이 반지름의 길이가 3인 원에 내접하고 $\overline{BC} = 4\sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 점 A 를 포함하지 않은 호 BC 위의 점 D 에 대하여 $\overline{BD} = 3\overline{CD}$ 이다. 삼각형 BDC 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오.

(단, $\frac{\pi}{2} < \angle CAB < \pi$)



19

난이도 ●●●
▶ 28p 3번 변형

4로 나눈 나머지가 2인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$, 5로 나눈 나머지가 3인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{b_n\}$ 이라 하자. $a_k = b_m$ 을 만족시키는 30 이하의 두 자연수 k, m 에 대하여 $k + m$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

20

난이도 ●●●
▶ 29p 6번 변형

모든 항이 양수이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하고 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$ 이라 하자. $b_1 = 8, b_2 = S_4$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오.

21

난이도 ●●○
▶ 30p 10번 변형

첫째항이 자연수이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_1 + a_3}{a_5 + a_7} = \frac{1}{3}, a_{13} \leq 81$$

을 만족시키는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오.

22

난이도 ●●○
▶ 31p 12번 변형

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

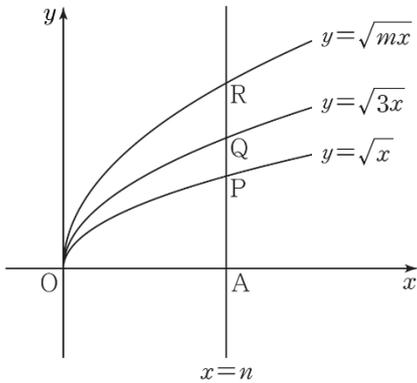
$$\frac{a_1 a_4}{a_2} = 12, a_3 + a_6 = 108$$

을 만족시킨다. 모든 자연수 n 에 대하여 $b_n = \frac{a_{3n}}{2a_{2n+1}}$ 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 6항까지의 합을 S 라 하자. $2S$ 의 값을 구하시오.

23

난이도 ●●○
▶ 32p 16번 변형

$m > 3, n > 0$ 인 두 상수 m, n 에 대하여 그림과 같이 세 함수 $y = \sqrt{x}, y = \sqrt{3x}, y = \sqrt{mx}$ 의 그래프와 직선 $x = n$ 이 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 점 $A(n, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA}, \overline{QA}, \overline{RA}$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루고, $\overline{OP}^2 + 2, \overline{OQ}^2 + 7, \overline{OR}^2 + 4$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $m + n$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



24

난이도 ●●○
▶ 33p 18번 변형

첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_{10} - S_7}{S_7 - S_4} = 2, (S_3 - S_2)^3 = 32$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오.

25

난이도 ●●○
▶ 34p 21번 변형

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} \{(k+1)a_k - ka_{k+1}\} = -35$$

이고 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 20$ 일 때, $10a_{11}$ 의 값을 구하시오.

26

난이도 ●●○
▶ 35p 25번 변형

자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$nx^2 - 2x + 2n^2 - 6n = 0$$

의 두 근의 합을 a_n , 두 근의 곱을 b_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{b_k}{a_k}$

의 값을 구하시오.

27

난이도 ●●●
▶ 36p 28번 변형

공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_{k+2}S_{k+1}} = p$$

일 때, $4pa_1 = \frac{3^n - 3}{3^m - 1}$ 이다. $m + n$ 의 값을 구하시오. (단, $a_1 \neq 0$)

28

난이도 ●●○
▶ 37p 31번 변형

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\log_3 a_n \times \log_3 a_{n+1} = 3n - 1$$

을 만족시킬 때, $\log_3 \frac{a_4}{a_2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시

오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

29

난이도 ●●●
▶ 37p 32번 변형

수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{a_1 \times a_2}{5}$ 의 값을 구하시오.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = a_n + 5$ 이다.

(나) $\sum_{k=1}^{10} a_k = a_1 + a_2 + a_3$

30

난이도 ●●●
▶ 38p 34번 변형

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 8n + 2$$

를 만족시킨다. $a_{29} = 115$ 일 때, a_1 의 값을 구하시오.